技 術 論 文

V/STOL のホバリング/静止スラスト*

Static/Hovering Thrust of V/STOL

佐 貫 亦 男**

M. SANUKI

Abstract

As a practical parameter to represent the static and hovering thrust of V/STOL, the thrust to horsepower ratio T/HP is discussed instead of the usual figure of merit. T/HP is a function of tip speed besides the aerodynamic characteristics of rotor or propeller blade, and related to the horsepower per disc area ratio HP_e . T/HP can be very accurately formulated by means of a simple vortex theory, for instance, due to Prof. S. KAWADA. The transformation of usual torque versus thrust coefficient chart into HP_e versus T/HP chart is given, the latter being the phase plane of the former and convenient to illustrate rotor and propeller performance.

1. は し が き

V/STOL のホバリング・スラストまたは静止スラストとパワとを関係させるパラメータとしては figure of merit M が使われる。 T (kg) をスラスト, v (m/s) を回転翼またはプロペラ回転面における誘導速度, P (kgm/s) をパワとすれば

$$M = Tv/P \quad (1)$$

である。つまり M は誘導パワと実際パワの比で、単純運動量理論にしたがえばもちろん $M=1$ で、実際の回転翼またはプロペラの $M(<1)$ は羽根の形状抗力、後流の回転や収縮などによるパワ損失を示す尺度となる。なるべく大きい M が望ましいことはいうまでもない。

一方プロペラ設計者は従来簡単で実際的な表示パラメータとしてスラスト・馬力比 T/HP を慣用した。ただし $HP=P/75$ であって、普通の固定または可変ピッチ・プロペラでは

$$T/HP = 1.5 \quad (\text{kg}/HP) \quad (2)$$

とすると極めて実際に近い。

もちろん T/HP は M のように無次元ではなく、回転翼で採用されるスラスト係数 $C_T = T/\rho\pi R^2(\Omega R)^2$,

トルク係数 $C_Q = Q/\rho\pi R^2(\Omega R)^2$, ただし ρ (kgm⁻³) = 空気密度, R (m) = 回転翼半径, Ω (rad/s) = 回転速度, Q (kgm) = $P/\Omega = 75 HP/\Omega$ = トルクを使えば

$$T/HP = (75/V_T)(C_T/C_Q) \quad (3)$$

のように羽根の先端速度 $V_T = \Omega R$ (m/s) の関数になる。このことが T/P または T/HP を使ってならぬ理由とされてきた。しかしホバリングのとき、機体重量を W (kg) とすれば $T=W$ であるから、 $T/HP = W/HP$ となって馬力荷重に等しい。また figure of merit M は v を含んでいて使い難いパラメータである。とくに、先端速度 V_T はけっして任意に取れる数値ではない。プロペラの場合には直径を最小にし、同時に圧縮性の影響を避けるためほぼ $V_T = 300$ m/s に取ることが普通であり、回転翼の場合にも直径を小さくし、かつ無用の形状抗力によるパワ損失を低くするため大体 $V_T = 150$ (m/s) 程度にとることが多いようである。このように、もし V_T = 一定 が許されるならば、実用性のあるパラメータ T/HP について以下に述べるような議論が行なわれる。

2. スラスト・馬力比 T/HP と馬力密度 HP_e

ホバリング・スラストまたは静止スラストが簡単な翼素理論または渦理論で計算できることはよく知られている。このためには外国の文献によらずとも、手近なところでは河田教授が羽根半径 r に沿う循環分布を $\Gamma = \Gamma_0(r/R)^2(1-r/R)^2$ と仮定した例* (文献1) が使える。この循環分布はできるだけ実際に近くかつ計算に便利なものを採用すればよい。これによると

$$T = (196\pi\rho/135)^{1/3} R^{2/3} [P - (\pi/8) C_{x0} \rho \sigma R^3]^{2/3} \quad (4)$$

ここで、 C_{x0} は羽根の平均的な形状抗力係数 (もちろん迎角の関数), $\sigma = (\text{羽根数}) \times (\text{羽根幅}) / \pi R$ = 翼素剛率の平均的な値である。この T 表示法は $C_{x0}=0$ としたとき単純運動量理論による T の約 90% となる。

* 昭和 36 年 3 月 18 日原稿受理

** 東京大学工学部

* かつて谷教授が採用した $\Gamma_0(r/R)^2(1-r/R)^{1/2}$ まには $\Gamma_0(r/R)^2(1-r/R)^{1/2}$ でもよい。 Γ_0 は常数である。

(4) 式を書き直して

$$T/HP = (196 \times 75^2 \rho / 135)^{1/3} HP_c^{-1/3} \times [1 - (C_{x0} \rho \sigma V_T^3 / 600) HP_c^{-1}]^{2/3} \quad (5)$$

ここで

$$HP_c = HP / \pi R^2 \quad (6)$$

は回転翼またはプロペラの回転円板面積で馬力を割ったパラメータで、馬力密度 (power density) とでもいうべきものである。ホバリングのとき回転翼の円板荷重 (kg/m^2) および馬力荷重 (kg/HP) に対して

$$HP_c = (W / \pi R)^2 / (W / HP) = (\text{円板荷重}) / (\text{馬力荷重}) \quad (7)$$

となることは明らかである。

(5) 式を実験結果と比較するため (3) 式および

$$HP_c = C_Q \rho (\Omega R)^3 / 75 \quad (8)$$

を使って書き直せば

$$C_T / C_Q = (196 / 135)^{1/3} C_Q^{-1/3} [1 - (C_{x0} \sigma / 8) C_Q^{-1}]^{2/3} \quad (9)$$

比較する前に (5) 式を見ると、 $HP_c = HP_{c0} = C_{x0} \sigma V_T^3 / 600$ で $T/HP = 0$, $HP_c = 3 HP_{c0}$ で T/HP は極大になって $(T/HP)_{\max} = (196 \times 75^2 \rho / 135)^{1/3} (3 HP_{c0})^{-1/3} [2/3]^{2/3}$ (10)

また (9) 式では $C_Q = C_{Q0} = C_{x0} \sigma / 8$ で $C_T / C_Q = 0$, $C_Q = 3 C_{Q0}$ で C_T / C_Q は極大になって

$$(C_T / C_Q)_{\max} = (196 / 135)^{1/3} (3 C_{Q0})^{-1/3} [2/3]^{2/3} \quad (11)$$

いいかえると、 T/HP および C_T / C_Q は、形状抗力によるパワー損失が全パワーの 1/3 のときそれぞれ最大になる。ただし、 T/HP に関しては $V_T = \text{一定}$ という条件があるが、 C_T / C_Q についてはその制限がないことに注意すべきである。

さて普通の静止状態実験結果は第 1 図²⁾ のように、 $C_Q \sim C_T$ 表示法となっていて、 C_T / C_Q に関していえばボーラー曲線である。(9) 式は

$$C_T = (196 / 135)^{1/3} [C_Q - C_{x0} \sigma / 8]^{2/3} \quad (12)$$

であるから、第 1 図実験例の $\sigma = 0.054$ と $C_T = 0$ のときの $C_Q = C_{Q0} = 0.00005$ から $C_{x0} = 0.0074$ となる。また $C_Q = 3 C_{Q0} = 0.00015$ において C_T / C_Q の実験値

第 1 図 簡単渦理論 (河田教授) と実験結果 (N.A.C.A.T.N. 3236) との比較 (理論値は $C_Q = 0.00005$, $C_T = 0$; $C_Q = 0.00015$, $C_T = 0.0024$ の 2 点だけで合わせてある)

第 2 図 パワ密度 HP_c とスラスト・馬力比 T/HP 図表 (簡単渦理論値を修正した結果)

は正確に極大となり、かつその他の C_Q に対して同じ C_{x0} の値を使って計算して見ると、これが厳密にいえば迎角が変わっているから正しくないにもかかわらず、(12) 式は実験値より僅か 2~3% 低いにすぎない。その他の実験数例についても同じことがいえるので簡単な渦理論で十分な精度が得られることは立証されるようである。 $C_Q = C_{Q0}$ および $3 C_{Q0}$ で (12) 式の C_T を文献 2 の実験値と合わせて他の C_Q の模様を見た結果は、図の実線曲線に示すとおりよい一致が得られる。つぎに文献 2 および 3 の実験にもとづき、 $\rho = 1/8 \text{ kgm}^{-3}$, $C_{x0} = 0.01$, $\sigma = 0.08$, $V_T = 150 \text{ m/s}$ とおき、 T/HP の値に 95% (実験と合わせるための補正值) をかけることにすると $(196 \times 75^2 \rho / 135)^{1/3} \approx 10$, $C_{x0} \rho \sigma V_T^3 \approx 0.6$ であるから

$$T/HP = 9.5 HP_c^{-1/3} [1 - 0.6 (V_T / 150)^3 HP_c^{-1}]^{2/3} \quad (13)$$

で、第 2 図には $V_T = 150 \text{ m/s}$ および 300 m/s の場合を示す。プロペラのスラストおよびパワ係数 C_T' , C_P' , 回転速度 $n \text{ r.p.s.}$, 直径 $D \text{ m}$ として

$$HP_c = HP / \pi R^2 = P / 75 \pi R^2 = C_P' \rho n^3 D^5 / 75 \pi R^2 = 4 \rho V_T^3 C_P' / 75 \pi^4$$

であり、失速していない普通のプロペラで $C_P' \approx 0.05 \sim 0.15$ ぐらいであることを考えると、 $HP_c \approx 100 \sim 300$ となって、図のプロペラ範囲になる。この範囲で $T/HP = 1.4 \sim 2.0$ 平均 1.5 となるから (2) 式とよく一定する。図の両曲線の実線範囲が回転翼とプロペラにそれぞれあてはまる。図で回転翼の範囲は広いが、実際には $HP_c = 2 \sim 20$ ぐらいが使われ、 $HP_c = 20 \sim 100$ は回転翼としては T/HP が小さく、プロペラとしては直径が大きすぎる中間範囲である。図に書きこんでいないが実際のヘリコプタの値も $HP_c \leq 5$ ぐらいまでは曲線上に乗る。回転翼範囲における両曲線の著しい差は、先端速度によると考えてもよいし、形状抗力の差によると考えてもさしつかえない。いずれにしても T/HP に対する先端速度と形状抗力の問題は回転翼に対してはなはだしいが、プロペラに対しては大したことがない。

3. $T/HP \sim HP_c$ 図から他のパラメータを求める方法
ホバリング時の円板荷重を求めるには、このとき

$T/HP = W/HP$ = 馬力荷重 であり, (7) 式により $HP_c =$ (円板荷重)/(馬力荷重) であるから, 円板荷重 $= HP_c$ (T/HP) に注意して, 第2図曲線上の1点の縦軸と横軸の値を掛け合わせればよい. 図式的には第2図を普通の座標軸で書き, その上に直角双曲線群を重ね, その各曲線に書きこんだ $HP_c(T/HP)$ を読みとる操作になる. また figure of merit M は $\rho = 1/8 \text{ kgm}^{-4}\text{s}^2$ とし

$$\begin{aligned} M &= T/P = (T/P)(T/2\pi\rho R^2)^{1/2} \\ &= (2/75)(T/HP)(T/\pi R^2)^{1/2} \\ &= 0.0267(T/HP)(\text{円板荷重})^{1/2} \end{aligned} \quad (14)$$

と求められる. 図式的には上に述べた直角双曲線群の各曲線に第2パラメータ $0.0267 \times (\text{円板荷重})^{1/2} = 0.0267[HP_c(T/HP)]^{1/2}$ を書きこんでおき, 上で円板荷重を読みとったときの双曲線上でこの第2パラメータを読み, これを横軸上にとり, これと縦軸上の T/HP の読みに相当する新しい双曲線上の $HP_c(T/HP)$ を読めば (14) の掛け算操作であるから, MI の値が求まったことになる. もっとも, 初めから計算尺を使うつもりならこんな必要はない.

最後に第1図から第2図の座標変換は

$$\left. \begin{aligned} \log HP_c &= \log C_Q + \log(\rho/75) + 3 \log V_T \\ T/HP &= (75/V_T)(C_T/C_Q) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

すなわち第2図の横座標は第1図のその単純な対数変換であるが, 第2図の縦座標は第1図の曲線の傾斜に比例するから, 第2図は第1図の位相面 (phase

plane) に類する. また (15) 上式で $\rho = 1/8 \text{ kgm}^{-4}\text{s}^2$, $V_T = 150 \text{ m/s}$ のとき $\log(\rho/75) + 3 \log V_T = 5.30$, $V_T = 300$ のとき 6.21 であるから, V_T がわかっているれば, 任意の HP_c から対応する C_Q の値は図上操作でもできる.

また $V_T = V_{T1}$ および V_{T2} の差は (15) 上式から明らかとなり, $\log HP_{c2} - \log HP_{c1} = 3(\log V_{T2} - \log V_{T1})$ であるから, 第2図横座標をこの差だけ水平に移動することになり, 第 (15) 下式から縦座標に V_{T1}/V_{T2} を掛ければよいことがわかる. 第2図の例だと, $3(\log V_{T2} - \log V_{T1}) = 0.903$ (逆対数目盛りで8に相当する) だけ2本の曲線は横にずれ, 縦座標は $V_{T1}/V_{T2} = 1/2$ の比になっている. いいかえると, V_T が変わったときの $T/HP \sim HP_c$ 曲線は1本だけ作っておけば, あとは横座標を $3(\log V_{T2} - \log V_{T1})$ だけ右 ($V_{T2} > V_{T1}$) または左 ($V_{T2} < V_{T1}$) にずらせ, 縦座標は V_{T2}/V_{T1} の比だけ縮め ($V_{T2} > V_{T1}$) または伸ばせば ($V_{T2} < V_{T1}$) よい. 作図の客易さの点では縦座標も対数目盛りにしておけばよいかもしれぬ. そのときは縦座標も $\log V_{T1} - \log V_{T2}$ だけずらすことになる.

文 献

- 1) 航空工学便覧 (日本航空学会, 1940年), 106頁.
- 2) DINGELDEIN, R.C., Wind-tunnel studies of the performance of multirotor configurations, N.A.C.A. Technical Note 3236 (1954).
- 3) RABBIT, Jr., J.P., Static-thrust measurements of the aerodynamic loading on a helicopter rotor blade, N.A.C.A. Technical Note 3688 (1956).

はちの巣形心材をもつサンドイッチ板の圧縮座屈について**

On the Compressive Buckling of Sandwich Panels Having Honeycomb Cores

国 本 隆***・竹 内 正****
Takashi KUNIMOTO Tadashi TAKEUCHI

Abstract

Elastic constants of honeycomb-cored sandwich panels were calculated theoretically. Using these constants, theoretical solutions were derived for the buckling in uniform axial compression of simply supported sandwich panels. The theoretical formulas were compared with experiments and are found to be usable for practical applications.

* 第1図横軸の実験範囲の右端 $C_Q = 0.00005$ は第2図で $HP_c = 2.3$ に相当する.

** 昭和 35 年 5 月 9 日原稿受理

*** 防衛庁技術研究本部

**** 新明和工業株式会社

1. ま え が き

サンドイッチ板はフェース, 心材および接着層の3個の要素から成立している. このサンドイッチ板の解析に当たっては, フェースおよび心材の各要素についてそれぞれ独立に変形を求め, 両者の境界面において変位を等しくおいて解くのが普通の方法である.

これに対し Charles Libove と S.B. Batdorf¹⁾ および Manuel Stein と J. Mayers²⁾ はサンドイッチ板の特性を規定する弾性常数を定義し, これらを用いてサンドイッチ板を直交異方性をもつ材質からなる連続構造でおき換えて基礎方程式を求めている.