軸圧縮を受ける円筒殻の座屈強度に関する最近の研究 (展望)*

大 平 博 —**

Buckling Strength of Circular Cylindrical Shells under Axial Compression

Hiroichi OHIRA

要 旨

円筒殻が軸方向の圧縮荷重を受ける場合の座屈強度 (長い薄肉円筒, 弾性座屈, 均一厚さ, 等方性均質材料, 補強なし, 組合荷重なし) に関して初期不完全性, 外部擾乱, 端末条件, 座屈前変形などの観点から行なわれた最近の研究について展望を行なったものである。

1. は し が き

薄肉円筒殻が軸方向の圧縮荷重を受ける場合, その座屈応力をいくらかに見積ればよいかという問題は工学上頻りに当面するものであり, 同時に薄殻構造物の強度学上最も基本的な問題の一つでもある。たとえば円筒の圧縮座屈応力に比して円錐殻のそれは1.0倍, 円筒の曲げ座屈応力はその1.3倍 (最近は1.0と訂正されている¹⁾) などと表示されるのであるが, この基準となる圧縮円筒そのものについての理論がいまだ実用に供しうるにはかなり程遠い現状にあることはまことに不都合である。ロケット, 航空機, 自動車, 鉄道車輛, 大形建造物などにおいて軽量化による効率, 性能, 経済性の向上が強く望まれていることに関連し, 薄殻構造のうちで最も基本的なこの問題について着実な研究解明が続けられることの重要性は言をまたないであろう。

円筒殻の圧縮座屈応力としてはすでに TIMOSHENKO²⁾ (1910) などの古典線形理論によって

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{h}{R} = 0.605 E \frac{h}{R} \quad (\nu=0.3) \quad (1)$$

なる値が与えられている。(σ_{cr}: 古典座屈応力, E: ヤング率, ν: ポアソン比, h: 板厚, R: 円筒半径)

周知のように実験値σはこれよりかなり小さなとこ

ろで大きくばらついて現われ, 古典理論と実験との差異を説明するためのものとして初期不完全性, 外部擾乱, 端末条件, 座屈前変形などの影響についての吟味が進められてきた。とくに前二者については本学会誌に植村³⁾の展望があるので, 本文ではそれを補足する範囲で最近の研究の発展状況を述べる。ここでは紙面の都合上言及しないが, 円筒殻の座屈強度の一般的問題として, 負荷については曲げ, ねじり, 内圧, 外圧, 熱, 衝撃, 分布荷重, 線荷重, 集中荷重, およびそれらの組み合わせ場合, さらに形状については部分円筒, 補強円筒, サンドイッチ円筒, ぎ似円筒, コアをもつ円筒など, そして材料については異方性, 塑性, クリープなどに関して膨大な研究報告がなされている。これらのうち弾性座屈問題の多くは軸圧縮問題の工学的手法を応用したものが多くと考えられる一方, この軸圧縮場合について新しい解明が進められつつあるという観点から, 本文ではこの一つの基礎的問題について重点的展望を行なうこととした。

2. 初期不完全性の影響

これは DONNELL⁴⁾ (1934), DONNELL-WAN⁵⁾ (1950) により提案された考えであるが, 完全円筒の製作はきわめて困難であり, 不可避免的に存在するわずかの初期不完全性が実験値と古典値との比 σ/σ_{cr} を1よりもかなり低下せしめる主因であるとするものである。その後の発展は LEE⁶⁾, SOBEY⁷⁾, MADSEN-HOFF⁸⁾, THURSTON-FREELAND⁹⁾ らによってなされた。

MADSEN-HOFF⁸⁾ は DONNELL-WAN のエネルギー解法における変分手法は正しくなく, その手法を踏襲している LEE⁶⁾, SOBEY⁷⁾ らの結果もまた誤りであると述べている。すなわち DONNELL-WAN はたとえば振動問題における共振現象のごとく, 任意に存在する初期不完全波形のうち特定の波形のみが座屈に主な影響を及ぼすという工学的洞察から, 特定の初期不完全波が波形を変えずに振巾のみが一様に増加して座屈波と

* 昭和 43 年 8 月 26 日原稿受理

** 九州大学工学部航空工学科

なるという仮定に基づいて解析を行なったのであるが、MADSEN-HOFF はこのように初期波と座屈波との比例関係を仮定することは妥当でなく、座屈波に対しては初期波と独立の波形を許すべきであるという見解をとっている。解析的には DONNELL-WAN がエネルギーを初期変形を定義する係数で偏微分を行なっている点誤りであり、正しくは初期変位の係数は固定し、偏微分は付加変位を定義する係数に関して行なわねばならぬと指摘し、一計算結果を与えている。THURSTON-FREELAND⁹⁾ は従来のエネルギー法によらぬ新しい解法として非線形微分方程式を NEWTON 法と GALERKIN 法とを用いて直接的に解く方法を示している。

初期変形が軸対称であるような特別な場合には後記 4 項で述べる線形理論の応用が可能となる。特定の軸対称初期変形が与えられた場合について BABCOCK-SECHLER¹⁰⁾, KOITER¹¹⁾, FISCHER¹²⁾, ALMROTH¹³⁾, THURSTON-FREELAND⁹⁾ らの研究がある。

第 1 図は各研究者の求めた結果に手を加えて初期変

B: BABCOCK-SECHLER¹⁰⁾; F1: FISCHER¹²⁾, $\epsilon=0.0688$; F2: $\epsilon=0.02^{12)}$ (F1 と F2 において ϵ は軸対称初期変形の軸方向半波長を表す); K: KOITER¹¹⁾, ALMROTH¹³⁾, THURSTON-FREELAND⁹⁾, Sine 状軸対称初期変形; S: SOBEY²⁷⁾; M: MADSEN-HOFF²⁸⁾; A1: ALMROTH¹³⁾, Sine 状軸対称初期変形 (K と異なる解); A2: く形状軸対称初期変形¹³⁾; A3: 単純支持端¹³⁾ ($N_{xy}=0$); A4: 自由端¹³⁾

第 1 図 初期不完全性の影響

形の影響を概観するためにまとめたものである。初期変位の振巾 $w_{0\max}$ が板厚 h 以下の範囲で座屈応力 σ にどの程度の影響を及ぼすという数値結果が従来えられているかを見ることができよう。ただし各曲線には波形や寸法に関する特別な付帯条件がそれぞれあるが、かなり複雑な条件であるので図には明示していない。詳しくは原典を参照されたい。

古典的な実験結果をまとめたものとして DONNELL-WAN の図 (文献 5 の Fig. 3) がよく参照されるが、最近では精密円筒の製作技術が進み、座屈応力は古典実験値よりも高いもののがかなりえられている。第 2 図はこのような新しい実験結果の傾向を概観するために DONNELL-WAN の包囲曲線に重ねて WEINGARTEN-MORGAN-SEIDE¹⁴⁾ が行なった多数の円筒についての実験結果と THIELEMAN¹⁵⁾,¹⁶⁾, BABCOCK-SECHLER¹⁰⁾,¹⁷⁾ TENNYSON¹⁸⁾, ALMROTH-HOLMES-BRUSH¹⁹⁾, HORTON-DURHAM²⁰⁾ らが行なった少数の円筒についての実験結果を一つの図上に示したものである。横軸 R/h は円筒の半径と板厚の比を表す。

COPPA²¹⁾ は初期変形を計測する方法を示している。

3. 外部擾乱の影響

これは KÄRMÄN-TSIEN²²⁾ (1941) によって提案された考えであって、実験環境には振動などの外部擾乱がつねに存在すると考えるべきであり、圧縮過程にある円筒はそのエネルギーを吸収して古典座屈値よりも低い荷重で飛び越し座屈を起こすとするものである。彼らは座屈後の有限変形を生じた状態で安定な釣り合い位置があり、その釣り合い応力は古典値よりはるかに低いことを発見したのであるが、その座屈後釣り合い曲線は LEGGETT-JONES, R. P. N.²³⁾ (0.322; 2), MICHIELSEN²⁴⁾ (0.322; 2), KEMPNER²⁵⁾ (0.300; 3), ALMROTH²⁶⁾ (0.108; 9), SOBEY²⁷⁾ (0.247; 5), HOFF-MADSEN-MAYERS²⁸⁾ (0.070; 7 および 0; ∞), MADSEN-

第 2 図 実験結果

第3図 座屈後釣り合い曲線の変遷

HOFF⁸⁾ (0より大; ∞), SOBEY²⁾ (0.085; 22) JONES, R. M.²⁹⁾ (0.111; 6) らによって修正された。ここでかっこ内の第1数は座屈後の最小釣り合い応力比 (σ/σ_{el})_{min} を, 第2数はエネルギー法において仮想変位として考慮した2重調和級数の項数 (ただし A_{00} の項を除いて数える) を表す。第3図はこれらの研究者によって求められた座屈後の釣り合い曲線の変遷を示したものである。横軸 $\varepsilon/\varepsilon_{el}$ は古典座屈点を1とした圧縮ひずみ比を表す。上に数値的に与えた座屈後最小釣り合い応力は座屈開始応力でも座屈終了応力でもないこと, また座屈前の釣り合い位置から座屈後の釣り合い位置へ移行するにはエネルギー障壁の飛び越しが行なわれねばならぬこと, そして外部エネルギーが大きければ高い応力で座屈が始まることは古くから吉村³⁰⁾ や TSIEN³¹⁾ によって明らかにされていた。しかし実用的見地から KEMPNER²⁵⁾ の $\sigma/\sigma_{el}=0.3$ を設計座屈応力と結びつけて解釈されていた一時期があり, KEMPNER 曲線が ALMROTH 曲線に修正されると今度は9項近似の ALMROTH 曲線は座屈後釣り合い曲線としてほぼ最終的なものであり, ALMROTH 曲線は実験における座屈後の挙動を比較的良く説明すると考えられた。しかるに HOFF-MADSEN-MAYERS²⁸⁾ の仮想変位を無限項とった極限の場合には $\sigma/\sigma_{el}=0$ すなわち座屈後釣り合い曲線は第3図の横軸に一致してしまうのである。吉村³⁰⁾ は曲げ抵抗のない円筒面は平面三角形から構成される多面体に折りたたむことができることを示したが, ダイヤモンド波の極限としてのこの波形を HOFF-MADSEN-MAYERS は“吉村パターン”と命名し, これを表わす関数形をつぎのように与えた。

$$\frac{w}{h} \cdot N^2 \frac{h}{R} = A_{00} + \sum_{i,j} A_{i,j} \cos i\pi \frac{x}{l_x} \times \cos j\pi \frac{y}{l_y} \quad (2)$$

ただし $A_{00} = \pi^2/12$

$$A_{i0} = 2/i^2 \quad (i=2, 4, \dots)$$

$$A_{ii} = -2(-1)^i/i^2 \quad (i=1, 2, \dots)$$

$A_{ij}=0$ (上記以外)

一方彼らは ALMROTH と同一の手法を用いて仮想変位項を3項から14項まで次第にふやした場合について数値計算を行ない, 項数をふやすと係数値が(2)式で与えた吉村パターンの係数値に次第に近づくことを観察し, それから推し量って項数無限大の場合には座屈後釣り合い曲線は第3図の破線になると結論した。この $\sigma/\sigma_{el}=0$ に対応して同時に $h/R=0$ となっている。つまり無限項をとると板厚ゼロの円筒は軸力ゼロで釣り合うことができるというトリビアルな結果をうることになる。このため MADSEN-HOFF⁸⁾ は従来の変分手法に検討を加え, $\eta = N^2 h/R$ (N : 周方向の全波の数) を連続変数として変分を行なうと $\sigma/\sigma_{el}=0$ なる結果となるのであるが, 板厚比 h/R が与えられそして N が不連続整数値であることを考慮して変分を行なえば, 仮想変位項を無限項とっても $\sigma/\sigma_{el}=0$ とはならずある有限値をとると説明している。

JONES²⁹⁾ は MADSEN-HOFF の指示した改良された変分手法を適用し, 仮想変位を6項で近似した場合の座屈後の釣り合い曲線群(第4図)を求め, 吉村や TSIEN によってすでに詳説されているエネルギー障壁の考えを再説し, 飛び越しを生ぜしめる外部攪乱エネルギーの大きさについて数値的説明を行なっている。従来の概念では周方向の波数が異なる釣り合い曲線群は互いに交錯すると考えられていたのであるが, 第4図のごとくすべての曲線群が古典座屈点を始点とするという結果は注目に値するであろう。この論文に掲載されているエネルギー曲線は一見みられないものではあるが, 第4図の曲線群の特性を考慮すると判読は容易となる。

今後の一つの方向として, 改良された変分法により仮想変位の項数を十分に多くとった場合, 座屈後釣り

合い曲線は最終的にどのような形になるかを確認することは重要であろう。このような曲線は R/h の代表的ないくつかの値に対して求めるべきであろう。

上に述べた研究はすべて第5図(c)のような全面座屈を仮定しているのであるが、実験ではむしろ (f), (g), (j), (k) のような局部座屈が顕著にあらわれる。局部座屈の考えを理論面に取り上げた先駆者は吉村³⁰⁾である。吉村は円筒を座屈した部分と座屈しない部分との二つに切断し、その連続条件を無視した近似

的処理を行なったのであるが、連続条件を考慮した改良は植村³¹⁾によって行なわれている。その中間報告的な一つの結果を第3図上に示す、釣り合い曲線は全面座屈理論のそれに比して高い応力値のところにあるが、これは仮想変位の項数が少ないためであり、さらに項数をふやした精密計算を行なえば曲線の位置は相当にさがってくるものと考えられる。植村³¹⁾の解は軸方向に1.5波長の局部的な減衰座屈波を表わし、その波長比が1に近く、実際の観察結果に近い諸性質がえ

第4図 座屈後釣り合い曲線群²⁹⁾

第5図 座屈波形の種類

られている点興味が深い。

実験については ALMROTH-HOLMES-BRUSH¹⁹⁾ が電鍍法によりニッケル製の精密円筒を作り、 $\sigma/\sigma_{ei}=0.82$ のごとく高い座屈応力をえているが、この円筒に息を強く吹きかけると座屈応力が低下し外部擾乱エネルギーが確かに座屈値を下げる影響を有することを初めて実証したことは画期的な成果である。

4. 端末条件の影響と座屈前変形の影響 (改訂された線形理論)

TIMOSHENKO (1910) らに始まり FLÜGGE³²⁾ (1932) らに至る研究は古典線形理論と呼ばれ、それから求められる座屈応力は(1)式のごとくであって実験値に比して高すぎる。その後 1960 年ごろまでは初期不完全性や外部擾乱などの非線形理論の吟味に研究者の注目が集中した。線形理論の再検討が行なわれ、円筒の端末条件や座屈前変形などが座屈応力に重要な影響を及ぼすことが明らかにされたのは 1960 年以降である。

改訂された線形理論は端末条件の影響を主として考慮した第一近似理論 (基礎式は定数係数線形微分方程式) と、端末条件および座屈前変形の影響を考慮した第二近似理論 (変数係数線形微分方程式) とに大別することができる。第一近似理論については大平^{33)~36)}、NACHBAR-HOFF³⁷⁾、HOFF^{38), 39)}、HOFF-REHFIELD⁴⁰⁾、小林^{41), 42)} らの研究があり、第二近似理論についてはSTEIN^{43), 44)}、FISCHER^{12), 45)}、ALMROTH^{46)~48)} らの研究がある。

円筒の端末条件としてはつぎの 10 種がある³⁴⁾。

- C1: 固定 1 種 $w=\partial w/\partial x=0, u=\text{const.}, v=0$
- C2: 固定 2 種 " $N_{xx}=0, v=0$
- C3: 固定 3 種 " $u=\text{const.}, Q_{xz}=0$
- C4: 固定 4 種 " $N_{xx}=0, Q_{xz}=0$
- S1: 単純支持 1 種 $w=L_{xz}=0, u=\text{const.}, v=0$
- S2: 単純支持 2 種 " $N_{xx}=0, v=0$
- S3: 単純支持 3 種 " $u=\text{const.}, Q_{xz}=0$
- S4: 単純支持 4 種 " $N_{xx}=0, Q_{xz}=0$
- F1: 自由 1 種 $L_{xz}=Q_{xz}=Q_{xz}=0, N_{xx}=0$
- F2: 自由 2 種 " $u=\text{const.}$

すなわち固定端は強い固定から弱い固定まで 4 種類に分類され、同様に単純支持は 4 種類、自由は 2 種類に分類することができる。ここで x, s, z は円筒の軸方向、周方向、半径方向の物体固定座標。 u, v, w は全変位 (座屈前変位と座屈後変位の和) の変形前の x, s, z 座標に関する成分。 L_{xz} は x 一定面に働く全モーメントの変形後の s 軸周りの成分、 N_{xx} は x 一定面に働く付加力ベクトルの変形後の x 方向成分 (付加力とは座屈によって付加的に発生する力)、 Q_{xz}, Q_{xz}

は x 一定面に働く有効せん断力であってそれぞれ変形後の s, z 方向成分である。一次近似の場合には、変形前変形後の座標の区別がとくに重要なものは Q_{xz} である。

大平³³⁾は第 5 図 (f), (g), (j), k) のような局部座屈現象を、従来の近似的非線形理論を応用しさらに種々の仮定を導入しながら解くよりも、その前の段階として釣り合い方程式に関してはより精度が高くまた取り扱う諸量の物理的意味の把握が容易な線形理論においてまず解明を試みる必要があるという観点から線形理論の再検討を行なった。局部座屈波形として

$$w = \sum_{N=1}^8 \sum_{i=1}^8 C_{Ni} e^{-\lambda_i(x/R)} \cos \frac{N}{R} s; \quad \lambda_i = \alpha_i + i\beta_i$$

のような減衰波関数を導入すると FLÜGGE の解を一特別場合として含む大巾に改訂された理論に拡張されることを明らかにし、この場合座屈限界応力を求めるためには円筒の端末条件を明確に指定することが必要であって、従来の非線形理論で一般的に行なわれているごとく端末条件を無視してよい、すなわち任意の端末条件でもよいとするならば座屈応力はゼロを含めて任意の値であってよいという不都合な結果になることを警告した。ここで一つの端末を有する半無限長円筒を考え、単純支持端の一種として周方向の面内せん断力がゼロなる場合の S3 形端末では座屈応力が古典値の 1/2 となることを示した。ほぼ同一時期に NACHBAR-HOFF³⁷⁾ らは自由端の F1 では $\sigma/\sigma_{ei}=0.37$ がえられることを示した。さらに大平³⁴⁾、HOFF^{38), 40)} ら、小林^{41), 42)} は 10 種の端末条件に対し、C1, C2, C3, C4, S1, S2 では $\sigma/\sigma_{ei}=1.0$ 、S3, S4, F2 では $\sigma/\sigma_{ei}=0.5$ 、F1 では $\sigma/\sigma_{ei}=0.38$ なる座屈応力を与えた。半無限長円筒に対するこのような結果はさらに有限長円筒に応用された^{35), 36), 40), 46)}。第 5 図 (f), (g) のごとく一端寄りに局部座屈が現われる実験傾向を説明する一つの試みとして大平³⁶⁾は一端が S3 他端が S1 または C1 なる場合について計算を行ない、その結果に簡単な補正を行なえば第 6 図の curve-A (90% probability curve) や curve-B (best-fit curve) のごとく円筒が短くなるにつれて座屈応力が高まる実験的傾向に HARRIS ら⁴⁹⁾ の曲線よりもより良く合致する曲線がえられることを示した。

端末条件いかんによって座屈応力比は 1 から 0.38 の間のいずれかの値をとる。さらに円筒の両端の拘束条件が実際の場合では完全には同一でありえないことなどを考えると、端末条件のみでも円筒に特有な実験値の大きなばらつきを説明できないでもない。しかし少なくとも普通の実験に使用される円筒については S3, S4 などの条件は現実性がないことについて小

第6図 座屈応力と筒長との関係⁴⁰⁾

林⁴²⁾は述べている。一方工業用円筒で末端がリベットや残留ひずみをともなう溶接などの加工をされている場合 S3 や F1 を安全側の設計資料として使用することはできないか、問題は今後の検討に残されていると思われる。

以上述べた第一近似理論は第二近似理論により修正された。FLÜGGE³²⁾ がすでに示しているように、座屈前の圧縮過程で完全円筒のまま縮まず、第5図(e)のような軸対称減衰波が生ずる。すなわち一種の初期不完全性が完全円筒の圧縮過程で自動的に発生すると考えることができる。このように軸方向の座標の関数として変化する初期変形を考慮すると釣り合い方程式は変数係数の線形微分方程式となる。自動的に発生する初期不完全性は第一近似の与えた座屈限界値を大なり小なり低下させる効果をもたずである。結果として FISCHER^{12), 45)} は S2 につき $\sigma/\sigma_{cl} \approx 0.84$, ALMROTH⁴⁶⁾ は C1, C3 につき $\sigma/\sigma_{cl} \approx 0.93$, C2, C4 につき $\sigma/\sigma_{cl} \approx 0.91$, S1, S2 につき $\sigma/\sigma_{cl} \approx 0.86$ をえた, STEIN^{43), 44)} は S3 につき $\sigma/\sigma_{cl} = 0.5$ をえたが, S3, S4 に関する限り第一近似と第二近似の差違は検出できない。第7図は光弾性材料から作られた円筒によって座屈前変形によって末端近傍に軸対称の強い応力集中があることを示したものである。

第8図(a)は改訂された線形理論により半無限長円筒の各種末端につき求められた座屈限界点をまとめて図示したものである。(a),(b)において横軸は圧縮ひずみ比を表わす。(b)図は第2図の実験点を(a)図と比較検討しやすいように図示したものである。応力

第7図 座屈前変形の光弾性縞⁵⁰⁾

比0.6より下の点の群がりはそのような傾向で座屈頻度が高いことを強調するため自由に画いたものにすぎない。

第二近似理論において開発された自動発生する初期変形を考慮した座屈問題を解く方法は、さらに拡張されて2項にのべた初期不完全性の影響の解明へと応用されるに至った。

5. ま と め

古典座屈応力は実験値に比して高すぎるので KÄRMÄN-TSIEN 理論のごとく理論値を古典値よりもさげ

第8図 座屈限界点

る努力が多くの研究者によってなされてきた。理論値をさげる効果を有するものとして初期不完全性、外部攪乱、端末条件、座屈前変形などが考えられるのであるが、いわゆる工学的近似法いかんによってはさがりすぎる場合があることが判明した。一方精密円筒の製作技術が進歩し、古典値に近い実験点が求められつつある。理論としては実験のどのような傾向を狙って工学的解明を進めるべきか、従来のような集中的目標をやや失ったような感がないでもない。理論は理論、実験は実験で精密化を進め、定量的比較検討を着実にこなしてゆくことが重要であろう。

比較的長い円筒において、端末は拘束があるから強く、座屈強度を支配するのは中央部と考えるべきなのか、あるいは端末は拘束のために応力集中が起こるから弱く、座屈強度を支配するのは端末部であると考えべきなのかについて今後の吟味にまつところが多いと思われる。

第5図(h), (1)は座屈の核として一つのくぼみが発生する場合を示したものである。初期不完全性としての一つのくぼみ、あるいは完全円筒に発生する座屈の核としてのこのような局部座屈波について吟味を行なうことは重要ではないかと考えられる。

文 献

- 1) SEIDE, P. & WEINGARTEN, V.I.: J. Appl. Mech., 28, 2 (1961) p. 112
- 2) ティモシェンコ, S.: 撓屈理論 (1941) 仲威雄外訳, コロナ社.
- 3) 植村益次: 日本航空学会誌, 12, 123 (1964) p. 109.
- 4) DONNELL, L.H.: Trans. ASME, 56 (1934) p. 795.
- 5) DONNELL, L.H. & WAN, C.C.: J. Appl. Mech. 17, 1 (1950) p. 73.
- 6) LEE, L.H.N.: NASA TN D-1510 (1962) p. 143.
- 7) SOBEY, A.J.: R & M 3430 (1964).
- 8) MADSEN, W.A. & HOFF, N.J.: Stanford Univ.

- Report SUDAER no. 227 (1965); cf. ref. 51.
- 9) THURSTON, G.A. & FREELAND, M.A.: NASA CR-541 (1966).
- 10) BABCOCK, C.D. & SECHLER, E.E.: NASA TN D-1510 (1962).
- 11) KOITER, W.T.: Lockheed Missiles & Space Comp., 60-90-63-86 (1963); cf. ref. 13.
- 12) FISCHER, G.: Z. Flugwiss., 11, 3 (1963) p. 111.
- 13) ALMROTH, B.O.: NASA CR-432 (1966).
- 14) WEINGARTEN, V.I., MORGAN, E.J. & SEIDE, P.: AIAA J., 3, 3 (1965) p. 500.
- 15) THIELEMAN, W.F.: Aeronautics and Astronautics (1960) p. 76: Pergamon.
- 16) THIELEMAN, W.F.: NASA TN D-1510 (1962) p. 203.
- 17) BABCOCK, C.D. & SECHLER, E.E.: NASA TN D-2537 (1964).
- 18) TENNYSON, R.C.: AIAA J., 1, 2 (1963) p. 475.
- 19) ALMROTH, B.O., HOLMES, A.M. & BRUSH, D.: Exp. Mech., 4, 9 (1964) p. 263.
- 20) HORTON, W.H. & DURHAM, S.C.: Int. J. Solids Structures, 1, 1 (1965) p. 59.
- 21) COPPA, A.P.: AIAA J., 4, 1 (1966) p. 172.
- 22) VON KÄRMÄN, T. & TSIEN, H.S.: J. Aero. Sci., 8, 8 (1941) p. 303.
- 23) LEGGETT, D.M.A. & JONES, R.P.N.: R & M 2190 (1942).
- 24) MICHIELSEN, H.F.: J. Aero. Sci., 15, 12 (1948) p. 738.
- 25) KEMPNER, J.: J. Aero. Sci., 21, 5 (1954) p. 329.
- 26) ALMROTH, B.O.: AIAA J., 1, 3 (1963) p. 630.
- 27) SOBEY, A.J.: R & M 3366 (1962).
- 28) HOFF, N.J., MADSEN, W.A. & MAYERS, J.: Stanford Univ. Report SUDAER 221 (1965): cf. ref. 51.
- 29) JONES, R.M.: AIAA J., 4, 9 (1966) p. 1526.
- 30) YOSHIMURA, Y.: NACA TM 1390 (1955): 東大理工研報告 5, 5 (1951) p. 179.
- 31) TSIEN, H.S.: Quart. Appl. Math., 5, 2 (1947) p. 236.
- 32) FLUGGE, W.: Ingenieur-Archiv, 3, 5 (1932) p. 463.
- 33) OHIRA, H.: Proc. 11th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., (1961) p. 37.
- 34) OHIRA, H.: Proc. 5th Int. Symp. Space Technology & Science, Tokyo (1963) p. 511.
- 35) OHIRA, H.: Proc. 14th Japan Nat. Congr. Appl.

- Mech. (1964) p. 58.
- 36) OHIRA, H.: Proc. 6th Int. Symp. Space Technology & Science, Tokyo (1965) p. 373.
- 37) NACHBAR, W. & HOFF, N.J.: Quart. Appl. Math., 20, 3 (1962) p. 267.
- 38) HOFF, N.J.: Proc. 11th Int. Congr. Appl. Mech., Munich (1964) p. 326.
- 39) HOFF, N.J.: J. Appl. Mech., 32E, 3 (1965) p. 533.
- 40) HOFF, N.J. & REHFELD, L.W.: J. Appl. Mech., 32E, 3 (1965) p. 542.
- 41) KOBAYASHI, S.: NASA CR-558 (1966).
- 42) 小林繁夫: 日本航空会誌, 15, 163 (1967) p. 258.
- 43) STEIN, M.: NASA TN D-1510 (1962) p. 217.
- 44) STEIN, M.: NASA TR R-190 (1964).
- 45) FISCHER, G.: AIAA J., 3, 4 (1965) p. 736.
- 46) ALMROTH, B.O.: NASA CR- 161 (1965).
- 47) ALMROTH, B.O.: AIAA J., 4, 1 (1966) p. 134.
- 48) ALMROTH, B.O.: NASA CR- 432 (1966).
- 49) HARRIS, L.A., SUER, H.S., KENE, W.T. & BENJAMIN, R.J.: J. Aero. Sci., 24, 8 (1957) p. 587.
- 50) GORMAN, D. & EVAN-IWANOWSKI, R.M.: AIAA J., 3, 10 (1965) p. 1956.
- 51) HOFF, N.J.: Second THEODORE VON KÄRMÄN Memorial Lecture "The Perplexing Behavior of Thin Circular Cylindrical Shells in Axial Compression", Israel J. Technology, 4, 1 (1966) pp. 1-28.

Boeing 747 とハニカム構造*

吹 野 雅 彦**

Boeing 747 and Honeycomb Sandwich Construction

Masahiko FUKINO

1. Boeing 747

昨年秋には試作一号機が完成し、本年秋にはいよいよ各エアラインに引き渡すことになっている Boeing 747 は、目下 Seattle 郊外 Everett のマンモス工場で、何が何でもやり抜こうの合言葉のもとに昼夜兼行の生産が進められている。

全長 231 ft

全巾 196 ft

全高 63 ft

の巨人機が、同一屋根下容積世界と称する工場の中で生産されている状況はまさに壮観であり、モック・アップのまわりの足場に立ってみると足がすくむ思いである。完成の暁は、490 人の乗客とその手荷物、貨物機としてなら 100 ton の貨物を運ぶことができ、大量輸送によるシート・マイル当たり運航コストの低減は 20~30%、同じくトン・マイル当たりコストは 30~40% も下げうるといわれて各エアラインの注目を浴び、すでに 27 社が合計 156 機を発注し、日本航空でも 1970 年 4 月に 6 機中の 1 番機を入手する予定になっている。

2. 重量軽減とハニカム構造

このような巨大な飛行機では、試作段階における重量増加も大きく、すでに離陸最大は 680,000 lb より第 1 表の 710,000 lb に増加したいきさつもあり、必

第 1 表 747 の諸元

最大離陸重量	710,000 lb
最大着陸重量	564,000 lb
零燃料重量	526,500 lb
乗客 基 本	58/1 st+308/2 nd
オプション	61/1 st+336/2 nd
"	490/2 nd
手荷物、貨物室	6,190 ft³
運航空虚重量	367,000 lb
構造重量	217,000 lb

然的にハニカム構造の最大限の利用をせまられている。

試作機の完成を目前にしている現在もなお、Boeing 社技術陣による重量軽減の努力がつけられており、目下、床構造、座席、コンテナ、ギャレーなどにそのしわよせがきている感じである。聞くところによれば、同社では奨励策として、納入業者に対し 1 lb 軽くすれば 2,000~10,000 \$ のボーナスを出すといわれている。このことは、俗に 1 kg 軽くなれば年間 10 万円の増収になると云われていることと考えあわせると、もっともと思われる。

第 1 図は 747 に使用してあるハニカム構造を、芯材であるアルミ・ハニカムと FRP ハニカムに区分して示したもので、いずれも外面に現れたところのみであるが、内部にも、床、座席、隔壁、ハット・ラック、ギャレーなどがあり、一機当たり使用量はアルミ・ハニカム 400 ft³、FRP ハニカム 1,000 ft³ といわれ、ますます増加の傾向にある。

とくに注目すべきは、ハニカムを構成する材料の変

* 昭和 43 年 9 月 3 日原稿受理

** 昭和飛行機工業株式会社