実在気体効果を伴う鈍頭物体まわりの非粘性流*

神元五郎**・石井隆次**

Blunt-Nose Inviscid Gas Flows with Chemical Reaction

Goro KAMIMOTO and Ryuji ISHII

Abstract

Inviscid real gas flows in shock layers in front of blunt bodies in hypersonic flow are analyzed. It is concluded that the shock shapes for real gas differ slightly from these for perfect gas, but difference of detachment distance between these two cases is considerable.

Nonequilibrium flows of dissociating diatomic gas along the streamline on the body surfaces are calculated by using properly prescribed pressure distributions.

BRAY's sudden freezing criterion for nozzle flow of dissociating gas is applied to these blunt-nose real gas flows, and the existence of phenomenon of freezing of the dissociation reaction is probed. And numerical calculations of general nonequilibrium flows are carried out to support these results.

1. 緒 言

実在気体効果を考慮に入れた極超音速気流中の鈍頭物体まわりの流れの解析は非常に困難で、極く小数の場合を除いて、これまで行われてきた研究の大部分は数値的なものであった^{1)~3)}。しかし数値解析の場合でも、その計算は膨大であり、たとえ高速電子計算機を用いても、一般に容易でない。そしてさらに、気体反応のメカニズム自体も、その知識が不十分であることもあって、この鈍頭物体まわりの実在気体の流れの研究は、まだまだ満足なものからは、ほど遠い状態である。ここでは、2原子気体に対する、主に、物体面上の流線に沿う解離非平衡流の解析を行なった。そしてノズル流れにおけるBRAYの瞬間凍結基準 (sudden freezing criterion)⁴⁾を用いて、鈍頭物体面上の流れにおいても、やはり、解離再結合反応の凍結が起こることを示し、これを厳密な数値計算と比較した。ただし、その際に物体面上の圧力分布は、あらかじめ、つぎのように仮定された。球に対しては、ニュートン理論の圧力分布、2次元平板 (以下ここで用いる2次元平板とは、flat faced leading edge plate のことであ

る。)に対しては、method of integral relations⁵⁾により、完全気体に対して計算されたものを、そのまま、実在気体の場合に使用した。

気体の粘性および輸送現象は考えないものとし、また物体壁面は熱的に絶縁されており、化学反応に対しても触媒的な作用はしないものと仮定する。

2. 2次元平板のまわりの完全気体流れ

実在気体効果を伴う流れを直接解析する前に、まず実在気体効果を考慮しない完全気体の場合の流れの計算結果を用いて、解析の困難な前者の流れの定性的な性質の推察を行なう。

実在気体効果を考慮に入れない完全気体に対する極超音速流中の鈍頭物体前方の亜音速流領域の計算は既に多くの人達により、種々の方法で行なわれている。ここではmethod of integral relationsを用いて行なわれた計算結果の例を第1図、第2図および第3図に示した。これらは一様流のMach数、 M_∞ が10で比熱比 γ が1.4であるような完全気体の極超音速流中に置かれた2次元平板前方部の衝撃波層内の流れの場を示したものである。図中の記号、 V, ρ は気体の速度と密度を、 D, s, x, t, Δ はそれぞれ、物体の厚さの

第1図 流線および等-Residence-Time 線図 (2次元対称流)

* 昭和43年11月第5回日本航空宇宙学会関西・中部支部合同講演会にて発表。昭和44年6月3日原稿受理

** 京都大学工学部航空工学教室

第2図 流線に沿う速度分布

NONDIMENSIONAL MASS FLOW

第3図 衝撃波層内の流量

半分、流線に沿う距離、物体面に沿う距離、時間および衝撃波の離脱距離である。そして添字 ∞, s, b および x はそれぞれ一様流、衝撃波直後、物体および物体面に平行方向を表わしている。さらに t と η は時間と距離の無次元量で、その定義は図中に与えてある。第1図における実線は流線を表わしており、第2図は、それらの流線に沿う速度分布を表わしている。この図中の番号は、第1図の流線の番号に対応している。第1図における破線は、これらの結果を用いて計算された等-residence-time 線図で、流体粒子が衝撃波に入射してから流線に沿って流れていく間に経験した時間の等しい地点を結んだものである。この図において重要な特徴はこの等-residence-time 線が衝撃波の近傍では、衝撃波形状に極めて近いということである。

第4図 座標系

一般に、鈍頭物体前方の衝撃波層内には、第4図に示されているように、2種類の非平衡領域が存在している。1つは、図の領域Iであり、これは衝撃波による気体の並進一回転モードの急激な上昇に解離反応がついていけないために生ずる非平衡領域で、もう1つは、領域IIでこれは、物体の前方部の衝撃波の強い部分を通じた流体が岐点近傍で一度平衡に達し、それが物体面に沿って流れ、頭部から物体後方へ移るときに受ける膨張のために、並進一回転温度が降下し、その降下速度に再結合反応がついていけないために起こるものである。この場合の膨張は、衝撃波によるほとんど瞬間的な圧縮に対して、その速度は、相対的にかなりゆるやかである。しかし反面、解離反応が2体衝突により引き起こされるのに対して、再結合反応は3体衝突により起こされるために、再結合反応の特性時間の方が解離反応のそれに比して相対的に十分大きい。したがって、非平衡領域I、IIの大きさは、一般には比較できない。

さて、実在気体の場合に非定常平衡領域Iは、ほぼ衝撃波の垂直部分の直後では、その厚さはほとんど一定であろうということが予測される。しかも鈍頭物体前方のほぼ亜音速領域を含む領域では、衝撃波面と一様流の方向とのなす角は、 $\pi/2$ からのズレが小さく、この角度を σ とすると、衝撃波直後の熱力学的な状態は、

$\sin^2 \sigma$ に関係しており, σ が $\pi/2$ に近いとき, $\sin^2 \sigma \cong 1 - (\pi/2 - \sigma)^2$ と近似できるから, $(\pi/2 - \sigma)$ が 1 に比して十分小さい限り, その領域での衝撃波直後の熱力学的な状態には, あまり大きな差がないということが結論できる.

以上のことから, 物体前方の衝撃波のほぼ垂直に近い部分については実在気体に対しては, その衝撃波形状は, 同一の一樣流条件 (強い衝撃波近似—strong shock approximation—を用いるため, 一樣流における気体のエンタルピーと静圧は無視出来るものとする.) を有する完全気体に対するものと, ほとんど変わらず, ただ離脱距離のみが変化するにすぎないであろうということが予測される. 一樣流と衝撃波層内の流れの間の流体の密度比は, 完全気体の場合と, 実在気体の場合とでは非常に異なるため, この離脱距離の変化量は, かなり大きいであろう. このような事実は, 実験的にも, 数値解析的にも示されている^{7), 8)}.

つぎに第 2 図からは, 岐点流線に沿って, 速度が岐点近傍でほとんど直線的に変化していることがわかる. これは, 岐点近傍を通過する流体が, 岐点近傍では無限大の residence time を持つことを示すもので, 言いかえれば, この近傍の流れは, 物体面の影響を考えない限り, 必ず熱力学的に平衡にあるものと結論できる.

第 3 図は, 物体面に垂直方向の衝撃波層内の任意の位置における流量, ρV_x を物体面上の値, $\rho_0 V_0$ で割ったものである. この比は, 岐点近傍では, ほとんど 1 に近い.

ところで, この近傍では, $\rho \cong \text{const.}$ と近似できるから, V_x は, 物体面に垂直方向には, ほとんど変化しないことがわかる.

以上は 2 次元平板まわりの対称流に関することであったが, 一般に任意の対称形状の鈍頭物体まわりの流れに対しても近似的に言えるものと考えられる.

3. 実在気体効果を伴う流れ

3.1 岐点状態 気体の圧力および比エンタルピーを p, h とし, 岐点における値に 0 の添字をつけるものとする. 一樣流の Mach 数が十分大きいものとし, 強い衝撃波近似を用いると, 衝撃波関係式は, 岐点前方の垂直部分でつぎのようになる.

$$\left. \begin{aligned} \rho_\infty V_\infty &= \rho_s V_s \\ \rho_\infty V_\infty^2 &= \rho_s V_s^2 + p_s \\ \frac{1}{2} V_\infty^2 &= h_s + \frac{1}{2} V_s^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

これらより

$$K_s = \frac{\rho_s}{\rho_\infty} = \frac{h_s}{\frac{1}{2} \left(\frac{p_s}{\rho_s} \right)} - 1 \quad (2)$$

と置くと,

$$\left. \begin{aligned} p_s &= \left(1 - \frac{1}{K_s} \right) \rho_\infty V_\infty^2 \\ h_s &= \left(1 - \frac{1}{K_s} \right) \frac{1}{2} V_\infty^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

比熱比 γ が一定な完全気体に対しては,

$$K_s = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \quad (4)$$

となり, $\gamma = 1.4$ に対しては, $K_s = 6$ となる. 振動モードの励起および解離が存在するとき, 2 原子気体に対しては

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{W_2} (1 - \alpha) \left(\frac{7}{2} RT + \sigma \right) \\ &+ \frac{\alpha}{W_1} \left(\frac{5}{2} RT + \frac{1}{2} RD \right) \end{aligned} \quad (5)$$

となる. α は解離度, D は温度で定義された解離エネルギー, R は気体定数, そして W_2 および W_1 は分子と原子の分子量であり, 当然 $W_2 = 2W_1$ である. σ は振動エネルギーで, θ を振動の特性温度とすると, 並進一回転温度と平衡にあるとき,

$$\sigma = \frac{R\theta_v}{\exp\left(\frac{\theta_v}{T}\right) - 1} \quad (6)$$

となる. θ_v は O_2 に対しては $2,256^\circ\text{K}$, N_2 に対しては $3,374^\circ\text{K}$ である⁹⁾.

以後, 完全気体には添字 γ をつけ, 実在気体に対しては, それが熱力学的に平衡にある場合にのみ, 添字 e をつけ, 一般的な非平衡状態には, 添字をつけないものとする.

岐点流線に沿っては, 岐点近傍で, $\rho_\gamma \cong \text{const.}$, $\rho_e \cong \text{const.}$ と近似できるから, 一次元に対する運動方程式

$$\rho_\gamma V_\gamma \frac{dV_\gamma}{ds} = - \frac{dp_\gamma}{ds} \quad (7)$$

は積分できて, つぎのようになる.

$$\begin{aligned} p_{\gamma 0} - p_{\gamma s} &= \frac{1}{2} \rho_{\gamma s} V_{\gamma s}^2 \\ \therefore p_{\gamma 0} &= \left(1 - \frac{1}{2K_{\gamma s}} \right) \rho_\infty V_\infty^2 \\ &= \left(1 - \frac{1}{2K_{\gamma s}} \right) p_N \end{aligned} \quad (8)$$

ここに $p_N = \rho_\infty V_\infty^2$ でニュートン理論における岐点圧力である. 完全気体の場合も, 実在気体の場合も一樣流中の値は同一の添字 ∞ で表わすものと同様

に考へて,

$$p_{e0} = \left(1 - \frac{1}{2K_{e0}}\right) p_N \quad (9)$$

一般的に $K_{e0} > K_{\gamma0}$ であるから,

$$p_N > p_{e0} > p_{\gamma0} \quad (10)$$

であり, また当然一般的な非平衡状態に対しては,

$$p_{e0} > p_0 > p_{\gamma0} \quad (11)$$

となることが理解できる。 $K_{e0} \rightarrow \infty$ のときは, $p_0 \rightarrow p_N$ であり, このような場合は, ニュートン理論に対する limiting perfect gas model¹⁰⁾ に対応している。

いずれの場合も Mach 数が十分大きいときには, ニュートン理論における値よりも高々 8% 程度小さいにすぎない。これは他のパラメーターの値が, 実在気体効果により, 完全気体の値からズレるズレの大きさに比して十分小さいと考えられる。

全エンタルピーは, 流線に沿って一定であるから, 一樣流のエンタルピーを無視して

$$h_0 = \frac{1}{2} V_\infty^2 \quad (12)$$

となる。つぎに岐点近傍においては, 流体は必ず化学的にも平衡にあるものと考えられるから, 解離反応に対してつぎのような平衡方程式が成立する。

$$\frac{\alpha_{e0}^2}{1 - \alpha_{e0}} = \frac{1}{\rho_{e0}} K(T_{e0}) \quad (13)$$

$K(T_{e0})$ は解離反応の平衡定数で, T_{e0} のみの関数である。そして O_2 に対しては⁹⁾,

$$K(T_e) = 9.8 \times 10^6 T_e^{-1/2} \exp\left(-\frac{D}{T_e}\right) \left(\frac{\text{kmole}}{\text{m}^3}\right) \quad (14)$$

$$D = 59,380^\circ\text{K}$$

N_2 に対しては,

$$K(T_e) = 1.26 \times 10^{15} \exp\left(-\frac{D}{T_e}\right) \left(\frac{\text{kmole}}{\text{m}^3}\right) \quad (15)$$

$$D = 113,260^\circ\text{K}$$

となる。

以上より, 一樣流の ρ_∞ と V_∞ が与えられたとき, Mach 数が十分大きいならば, 強い衝撃波近似の範囲内で, 岐点状態は, つぎの連立方程式を解くことにより決定される。完全気体に対しては,

$$\left. \begin{aligned} p_{\gamma0} &= \left(\frac{R}{W_2}\right) \rho_{\gamma0} T_{\gamma0} = \rho_\infty V_\infty^2 \\ h_{\gamma0} &= \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{R}{W_2}\right) T_{\gamma0} = \frac{1}{2} V_\infty^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore T_{\gamma0} &= \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{W_2}{R}\right) V_\infty^2 \\ \rho_{\gamma0} &= \frac{2\gamma}{\gamma-1} \rho_\infty \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。実在気体に対しては,

$$\left. \begin{aligned} p_{e0} &= \left(\frac{R}{W_2}\right) \rho_{e0} T_{e0} (1 + \alpha_{e0}) = \rho_\infty V_\infty^2 (= p_N) \\ h_{e0} &= \frac{1}{W_2} (1 - \alpha_{e0}) \left(\frac{7}{2} R T_{e0} + \sigma_{e0}\right) \\ &\quad + \frac{d_{e0}}{W_1} \left(\frac{5}{2} R T_{e0} + \frac{1}{2} R D\right) = \frac{1}{2} V_\infty^2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$\sigma_{e0} = \sigma(T_{e0})$ であり, α_{e0} は平衡方程式より ρ_{e0} と T_{e0} の関数であるから, 一樣流条件に対して決定された p_{e0} と h_{e0} の値を与える 2 本の $\rho_{e0} \sim T_{e0}$ 曲線の交点として, 岐点状態が決定される。第 5 図と第 6 図は,

第 5 図 岐点温度および岐点圧力

第 6 図 岐点における平衡解離度

このようにして決定された岐点状態におけるパラメーター, $\rho_{\tau 0}$, $T_{\tau 0}$ および $\alpha_{\tau 0}$ を一様流条件に対してプロットしたものである。

3.2 離脱距離 解離再結合現象が鈍頭物体まわりの流れにおいて重要になるのは、一様流 Mach 数が十分大きい場合であるから、物体面上の圧力分布は、球に対しては、すべてニュートン理論の圧力分布を、そして表面に角を持つ物体に対しては、method of integral relations により完全気体に対して決定されたものを、実在気体の場合にそのまま適用することにする。このようにすると、物体面上の流線に沿う流体の一次元運動方程式は、つぎようになる。

$$\rho_{\tau b} V_{\tau b} \frac{dV_{\tau b}}{dx} = \rho_{\tau b} V_{\tau b} \frac{dV_{\tau b}}{dx} = -\frac{dp_b}{dx} \quad (19)$$

完全気体に対しては、流れは物体面に沿って等エントロピー的であるから、

$$p_{\tau 0} \rho_{\tau 0}^{-\gamma} = p_b \rho_{\tau b}^{-\gamma} \quad (20)$$

ただし $p_{\tau 0}$ は p_N に等しい。

$$\therefore \rho_{\tau b} = \rho_{\tau 0} \left(\frac{p_b}{p_N} \right)^{1/\gamma}$$

$$\therefore V_{\tau b}^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_N}{\rho_{\tau 0}} \left\{ 1 - \left(\frac{p_b}{p_N} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right\} \quad (21)$$

ここで、2節の結果より、物体の前方部で

$$\frac{\rho_{\tau} V_{\tau x}}{\rho_{\tau b} V_{\tau b}} \cong 1, \quad \frac{\rho_{\tau} V_{\tau x}}{\rho_{\tau b} V_{\tau b}} \cong 1 \quad (22)$$

と近似すれば、連続の関係より、

$$\rho_{\tau b} V_{\tau b} \Delta_\tau \cong \rho_{\tau 0} V_{\tau 0} \Delta_\tau \quad (23)$$

ここに Δ_τ は離脱距離で、 Δ_τ は衝撃波層内全体が平衡にあるとした場合の値である。この関係を運動方程式に用いると、

$$\left. \begin{aligned} V_{\tau b} &= k V_{\tau 0} \\ \rho_{\tau b} &= \frac{\rho_{\tau 0}}{k^2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

となる。ここに

$$k = \frac{\Delta_\tau}{\Delta_\tau} = \sqrt{\frac{\rho_{\tau 0}}{\rho_{\tau b}}} \quad (25)$$

したがって、与えられた一様流条件に対して、 $\rho_{\tau 0}/\rho_{\tau b} = K_{\tau 0}/K_{\tau b}$ を用いれば、 k が決定され、 Δ_τ が既知であれば、 Δ_τ が求められる。ここでは、例として、flat faced circular cylinder に対して、method of integral relations を用いて求めた Δ_τ をもとにして、上の原理にもとづいて Δ_τ を求めた。第5図には XERIKOS と ANDERSON¹¹⁾ がやはり method of integral relations を用いて、実在気体 (空気) に対して直接行なった複雑な計算の結果が比較のために示されている。

3.3 平衡流計算と BRAY の sudden freezing criterion¹²⁾ 比内部エネルギーを ε 、比エントロピーを ξ とすると、 ε と ξ の間には、つぎの熱力学関係式が成

第7図 離脱距離

立する。

$$Td\xi = d\varepsilon + p d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (26)$$

ここに

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{W_2} (1-\alpha) \left(\frac{5}{2} RT + \sigma \right) \\ &+ \frac{\alpha}{W_1} \left(\frac{3}{2} RT + \frac{1}{2} RD \right) \end{aligned} \quad (27)$$

平衡流は等エントロピー的であるから、 $d\xi=0$ 、ゆえに状態方程式、 $p=(R/W_2)\rho T(1+\alpha)$ を用いると、

$$\begin{aligned} &\left\{ \left(\frac{R}{W_2} \right) \frac{5+\alpha_\tau}{2} + \frac{1}{W_2} (1-\alpha_\tau) \left(\frac{d\sigma}{dT} \right)_\tau \right\} dT_\tau \\ &- \left(\frac{R}{W_2} \right) T_\tau (1+\alpha_\tau) \frac{d\rho_\tau}{\rho_\tau} + \left(\frac{RD}{2W_1} \right. \\ &\left. + \frac{RT_\tau}{2W_2} - \frac{\sigma_\tau}{W_2} \right) d\alpha_\tau = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

ここに

$$\left(\frac{d\sigma}{dT} \right)_\tau = \frac{R \left(\frac{\theta_v}{T_\tau} \right)^2 \exp \left(\frac{\theta_v}{T_\tau} \right)}{\left\{ \exp \left(\frac{\theta_v}{T_\tau} \right) - 1 \right\}^2} \quad (29)$$

したがって、平衡方程式(13) (この式は平衡状態に対して一般的に成立する) を添字 0 を取って用いるとつきを得る。

$$\begin{aligned} \left(\frac{dT}{d\alpha} \right)_\tau &= \frac{1}{G(\alpha_\tau, T_\tau)} \left\{ \frac{RD}{2W_1} + \frac{RT_\tau}{2W_2} - \frac{\sigma_\tau}{W_2} \right. \\ &\left. + \left(\frac{R}{W_2} \right) T_\tau \frac{(1+\alpha_\tau)(2-\alpha_\tau)}{\alpha_\tau(1-\alpha_\tau)} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

ここに、 O_2 に対しては、

$$G(\alpha_e, T_e) = \left(\frac{R}{W_2}\right)(1+\alpha_e)\left(\frac{D}{T_e} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{R}{W_2}\right)\frac{5+\alpha_e}{2} - \frac{1}{W_2}(1-\alpha_e)\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)_e \quad (31)$$

N_2 に対しては

$$G(\alpha_e, T_e) = \left(\frac{R}{W_2}\right)(1+\alpha_e)\frac{D}{T_e} - \left(\frac{R}{W_2}\right)\frac{5+\alpha_e}{2} - \frac{1}{W_2}(1-\alpha_e)\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)_e \quad (32)$$

である。これらを与えられた岐点状態 (α_{e0}, T_{e0}) に対して積分すれば、 $\alpha_e \sim T_e$ の関係が決定される。第8図に O_2 と N_2 に対する例が示されている。これらを用いるとエンタルピーの式より、つぎのように V_e が α_e (あるいは T_e) の関数として決定される。

$$V_e = \left[2 \left\{ h_0 - \frac{1}{W_2}(1-\alpha_e) \left(\frac{7}{2} RT_{e0} + \sigma_e \right) - \frac{\alpha_e}{W_1} \left(\frac{5}{2} RT_{e0} + \frac{1}{2} RD \right) \right\} \right]^{1/2} \quad (33)$$

ところで、物体面上の圧力分布は、気体の熱力学的な状態に依存しないと仮定されているから、位置のみの関数と考え、 $p_e = \Pi(x)$ と置く、

$$\Pi(x) = \left(\frac{R}{W_2}\right) \rho_{e0} T_{e0} (1+\alpha_{e0}) \quad (34)$$

となるから、 ρ_e が平衡方程式から求められることを考慮すると、(30) 式を満足するような α_e, T_e の組に対して、対応する物体面上の位置が決定される。そして(34)式を(30)式および(13)式を用いて x に関して微分すると、 O_2 に対してつぎを得る。

第8図 温度および解離度の平衡関係

$$\frac{1}{\Pi(x)} \frac{d\Pi(x)}{dx} = \frac{1}{T_{e0}} \left(\frac{D}{T_{e0}} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{dT_{e0}}{d\alpha_e} \right) \left(\frac{d\alpha_e}{dx} \right) + \left\{ \frac{1}{1+\alpha_{e0}} - \frac{2-\alpha_{e0}}{\alpha_{e0}(1-\alpha_{e0})} \right\} \left(\frac{d\alpha_e}{dx} \right) \quad (35)$$

ゆえに

$$\left(V_e \frac{d\alpha_e}{dx} \right)_e = \frac{\frac{1}{\Pi(x)} \frac{d\Pi(x)}{dx}}{\frac{1}{T_{e0}} \left(\frac{D}{T_{e0}} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{dT_{e0}}{d\alpha_e} \right)_e - \frac{2}{\alpha_{e0}(1-\alpha_{e0})}} \times \left[2 \left\{ h_0 - \frac{1}{W_2}(1-\alpha_{e0}) \left(\frac{7}{2} RT_{e0} + \sigma_{e0} \right) - \frac{\alpha_{e0}}{W_1} \left(\frac{5}{2} RT_{e0} + \frac{1}{2} RD \right) \right\} \right]^{1/2} \quad (36)$$

N_2 に対しても同様に求めることができる。

解離再結合メカニズムとして、つぎのようなものを考える。

ただし、 X_2 は分子を、 X は原子を表わしている。このとき解離反応の絶対速度は、つぎのようになる。

$$r_D = \left(\frac{\rho}{W_2} \right) \{ k_{f1}(1-\alpha)^2 + 2k_{f2}\alpha(1-\alpha) \} \quad (38)$$

k_{f1} および k_{f2} は反応定数で温度のみの関数であり、つぎで与えられている。 O_2 に対しては⁹⁾、

$$\left. \begin{aligned} k_{f1} &= 3.6 \times 10^{18} T^{-3/2} \exp\left(-\frac{D}{T}\right) \\ &\quad (\text{m}^3/\text{k} \cdot \text{mole} \cdot \text{sec}) \\ k_{f2} &= 2.1 \times 10^{15} T^{-1/2} \exp\left(-\frac{D}{T}\right) \\ &\quad (\text{m}^3/\text{k} \cdot \text{mole} \cdot \text{sec}) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

N_2 に対しては、

$$\left. \begin{aligned} k_{f1} &= 3.0 \times 10^{18} T^{-3/2} \exp\left(-\frac{D}{T}\right) \\ &\quad (\text{m}^3/\text{k} \cdot \text{mole} \cdot \text{sec}) \\ k_{f2} &= 1.5 \times 10^{19} T^{-3/2} \exp\left(-\frac{D}{T}\right) \\ &\quad (\text{m}^3/\text{k} \cdot \text{mole} \cdot \text{sec}) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

以上より

$$P = \left[\frac{V_e}{r_{D0}} \frac{d\alpha_e}{dx} \right]_e \quad (41)$$

で与えられる P の値を、与えられた一様流状態 (したがって岐点状態) に対して、物体面上の位置のみの関数として決定することができる。

3.3.1 球面上の流れ 球に対しては、圧力分布がニュートンの圧力法則から決定されるものとしているから、 R_0 を球の半径として、

第9図 Sudden freezing parameter

$$p_b = \Pi(x) = p_N \sin^2\left(\frac{x}{R_b}\right) \quad (42)$$

$$\therefore \frac{1}{\Pi(x)} \frac{d\Pi(x)}{dx} = -\frac{2}{R_b} \tan\left(\frac{x}{R_b}\right) \quad (43)$$

したがって、(35)式と(38)式を用いると、(41)式より P が x/R_b の関数として、数値的に決定される。

3.3.2 円柱 (flat faced leading edge cylinder)

面上の軸対称流れ Method of integral relations の完全気体に対する計算結果より、物体面上の圧力分布の型をつぎのように置く。

$$\begin{aligned} \Pi(x) = p_N & \left\{ 1 + p_1 \left(\frac{x}{D_b}\right)^2 + p_2 \left(\frac{x}{D_b}\right)^4 \right. \\ & \left. + p_3 \left(\frac{x}{D_b}\right)^6 + p_4 \left(\frac{x}{D_b}\right)^8 \right\} \quad (44) \end{aligned}$$

D_b は物体の半径であり、一様流 Mach 数 10 の場合の結果を用いるとつぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= -0.923, & p_2 &= 0.913 \\ p_3 &= 0.986, & p_4 &= -2.442 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

なお一様流 Mach 数が 10 以上では、物体面上の圧力分布の型は Mach 数によってほとんど変わらない。

3.4 一般非平衡流 つぎの連立常微分方程式を与えられた岐点状態に対して解く。

$$\left. \begin{aligned} \rho_b V_b \frac{dV_b}{dx} &= -\frac{dp_b}{dx} = -\frac{d\Pi(x)}{dx} \\ V_b \frac{d\alpha_b}{dx} &= r_{D_b} - r_{R_b} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

ここに再結合速度 r_D は(37)のような反応に対して、つぎで与えられる。

$$r_R = \left(\frac{\rho}{W_1}\right)^2 \alpha^2 \{k_{r1}(1-\alpha) + 2k_{r2}\alpha\} \quad (47)$$

ここに、

$$k_{r1} = \frac{k_{f1}}{K(T)}, \quad k_{r2} = \frac{k_{f2}}{K(T)} \quad (48)$$

なお、ここでは、振動モードは並進回転モードと平衡にあるものとする。上の連立微分方程式を解く際には、エンタルピー式および状態方程式をも用いることはいうまでもない。

3.5 凍結流 平衡流に対するもう一方の極限的な場合として、凍結流がある。(ここに言う凍結流とは、岐点近傍で一度解離反応および振動温度が並進回転温度と平衡になった後、物体面に沿って流れるときに流れが凍結しているということである)。この場合には、流れはやはり等エントロピー的で、流れのパラメータは簡単に求められる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{bf} &= \rho_{e0} \left(\frac{p_b}{p_N}\right)^{\frac{5+\alpha_{e0}}{7+3\alpha_{e0}}} \\ V_{bf} &= \sqrt{\frac{p_N}{\rho_{e0}} \left(\frac{7+3\alpha_{e0}}{1+\alpha_{e0}}\right) \left\{1 - \left(\frac{p_b}{p_N}\right)^{\frac{2+2\alpha_{e0}}{7+3\alpha_{e0}}}\right\}} \\ T_{bf} &= T_{e0} \left(\frac{p_b}{p_N}\right)^{\frac{2+2\alpha_{e0}}{7+3\alpha_{e0}}} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

ただし、添字 f は凍結流を表わしている。

4. 計算結果と考察

一般のノズル流れにおいては、普通、つぎのような4つの領域が存在している^{12)~14)}。

- (i) near equilibrium region
- (ii) incipient transition region
- (iii) rapid transition region
- (iv) recombination region

領域(ii)および(iii)はBRAYの解析においては省略されており、また領域(iv)はfrozen regionと呼ばれている。

(i)の領域においては反応方程式の代わりに平衡方程式を使用することができ、(iii)の領域は解離速度が再結合速度に比して相対的に急激に小さくなっていく領域である。(i),(ii),(iii),(iv)の各領域はその境界がかなりはっきりしているのが普通である、これは反応方程式中のARRHENIUS factor $\exp(-D/T)$ における D が一般に考えている領域における温度 T に比して十分大きいため、温度のわずかな変化が反応式中の解離速度を大きく変えるためである。

第10図および第11図には物体面に沿う解離度の変化が示されている。この図によると、やはりノズル流

第10図 球面に沿う解離度分布 (O₂) 第11図 球面に沿う解離度分布 (N₂)

れにおけるような sudden freezing の現象が極めて顕著に現われている。BRAY の考え方に基づく凍結点の判定は、彼が経験的に発見した、 $P=1.6$ なる点をそのまま用いて行なわれた。そして $P=1.6$ なる点を基準

にして $0.1 \leq P \leq 1.6$ と $1.6 \leq P \leq 10$ なる領域がそれぞれ上に記した領域 (ii) および (iii) にほぼ対応していると考えることができる。ここでは便宜的に $P \leq 0.1$ なる領域を平衡に近い領域、 $0.1 \leq P \leq 10$ なる領域を非平衡領域、 $P \geq 10$ なる領域を凍結に近い領域と呼ぶことにする。

BRAY に従って、 $P=1.6$ なる点を凍結点と呼ぶと、この点において決定される凍結解離度は、実際の非平衡計算の結果と十分に良く一致している。この一致の程度は、ノズル流れの場合と同様に非常に良好である。またここで便宜的に決定した (ii) および (iii) の領域は、理論的解析から予測される特徴を十分に示しているように思える。

第12図、第13図および第14図には、このようにして決定された各領域の分布が球と flat faced leading edge cylinder に対して示されている。球に対する図中の θ は、ここでは図に示すように単なる角度を表わしている。気体としては、O₂ と N₂ の2種類が使用されているが両者の気体の反応速度の差にもとづく相違が良く現われている。実際の空気の場合には、当然のことながら N₂ の場合に近いものと考えられる。flat

第12図 球面上の非平衡領域の分布 (O₂)

 第 13 図 球面上の非平衡領域の分布 (N_2)

faced leading edge cylinder に対しては、凍結領域は、ここで考えたような条件では、物体前面部には、ほとんど現われていない。しかし、角の近傍ではかなりの非平衡領域が存在している。

非平衡領域を物体半径で割った、領域の無次元化された広さは、一様流条件を一定に保った場合、ある半径の所で最大となっている。これは物体半径が小さくなると凍結点が岐点に接近し、また半径が大きくなると非平衡領域が物体の後方まで広がる傾向を持つためである。

その他の物理量に関しては、物体面上の流体の速度、密度および温度が第 15 図から第 20 図までに示されている。速度と密度は流れの実在気体効果にほとんど影響されないことが理解できる。この点に関しては、一般のノズル流れの場合に似ている¹⁵⁾。しかし、これらの図における種々の条件に対するグラフの相互間の比較は、必ずしも決定的な意味を持たない。実際には、流体中の振動緩和および化学反応が物体面上の圧力分布にある程度の影響を与えるためである。にもかかわらず文献(8)において示されているように、圧

第 14 図 Flat faced leading edge circular cylinder 面上の非平衡領域の分布

 第 15 図 球面に沿う温度分布 (O_2)

第16図 球面に沿う温度分布 (O_2) 第17図 球面に沿う密度分布 (O_2)

力分布の実在気体効果への依存は十分に小さいと考えられるから、グラフ間の相対的な比較が無意味であるということには決してならない。

5. 結 語

平衡流に対する衝撃波の離脱距離、 Δ は、ここで述べた方法でも、かなり正確に予測できる。当然、一般の非平衡流に対する離脱距離は、完全気体の場合

第18図 球面に沿う密度分布 (N_2) 第19図 球面に沿う速度分布 (O_2)

と、実在気体の平衡流の場合との間にあることは言うまでもない。

ノズル流れにおける sudden freezing の現象は、解離速度式中の ARRHENIUS factor, $\exp(-D/T)$ の存在と、再結合反応が3体衝突によるものであることの帰結である。この事情は、鈍頭物体まわりの流れにおいても同じであるから、ここで得られたような凍結の現象もきわめて当然と言える。

ここでは、鈍頭物体の前方部のみを考えたが、解離エネルギーの気体中への凍結は、物体後方の流れに重

 第 20 図 球面に沿う速度分布 (N_2)

大な影響を与える。その点に関しては、いずれ解析を行なう予定である。

また、物体面は、熱的に絶縁されており、化学反応に対しても何らの触媒としての作用はしないものと仮定されたが、このようなことは、粘性の問題とも関連して、場合によっては実際のでなくなる。これらの点に関してもさらに解析を加えていくことが必要である。

なお、既に述べたように、ここでの解析では、圧力分布をあらかじめ仮定したため、その点でのあいまいさは避けられない。しかし、ここで計算したような、一樣流の流速が(したがって Mach 数が)十分大きい場合には、その圧力分布の与え方自体が十分な物理的合理性を持つものであり、その結果は、部分的な細かい点のいくつかを除けば、全体的には、定性的にはもちろん、定量的にも十分な精度を持つものと考えて良いであろう。

参考文献

- 1) J.G. HALL, A.Q. ESCHENROEDER and P.V. MARRO-

NE: Blunt-Nose Inviscid Airflows with Coupled Non-equilibrium Processes; J. Aerospace Sci, Sep. 1962, pp. 1038~1051.

- 2) 安喜隆幸: 鈍頭物体の先端付近における非平衡流, 日本航空学誌, 第 13 巻, 第 139 号.
- 3) Y.S. CHOU: Series Solution for Hypersonic Flow about Blunt Bodies; NASA CR-1266, Feb. 1969.
- 4) K.N.C. BRAY: Atomic Recombination in a Hypersonic Wind-Tunnel Nozzle; J. Fluid Mech. Vol. 6, 1959.
- 5) W. FISZDON: Fluid Dynamics Transactions, Vol. 1; Pergamon Press, Oxford. London. New York, 1964.
- 6) 神元五郎・石井隆次: Method of Integral Relations による鈍頭物体まわりの流れの研究, 日本航空学会誌, Vol. 17, No. 185, Jun., 1969.
- 7) W.C.L. SHIN and J.R. BARRON: Nonequilibrium Blunt-Body Flow Using the Method of Integral Relations; AIAA J. Vol. 2, No. 6, 1964, pp. 1062~1071.
- 8) W. LICK: Inviscid Flow of a Reacting Mixture of Gases around a Blunt Body; J. Fluid Mech. Vol. 6, 1959, pp. 128~144.
- 9) J.H. SPURK, N. GERRER and R. SEDNEY: Characteristic Calculation of Flowfield with Chemical Reactions; AIAA J. 1966, Vol. 14, No. 1.
- 10) W.D. HAYES and R.F. PROBSTEN: Hypersonic Flow Theory (second edition); Vol. 1, Inviscid Flows; Academic Press, New York. London, 1966.
- 11) J. XERIKOS and W.A. ANDERSON: Blunt-Body Integral Method for Air in Thermodynamic Equilibrium; AIAA J. Vol. 3, No. 8, 1965.
- 12) H.K. CHENG and R.S. LEE: Freezing of Dissociation and Recombination in Supersonic Nozzle Flows; Part 1, General Discussion and Special Analysis; AIAA J. Vol. 6, No. 5, May 1968, pp. 823~830.
- 13) H.K. CHENG and R.S. LEE: Freezing of Dissociation and Recombination in Supersonic Nozzle Flows; Part II, More General Analysis and Numerical Examples; AIAA J. Vol. 6, No. 5, May 1968, pp. 831~836.
- 14) D. TIRUMALES: Nozzle Flows with Coupled Vibrational and Dissociated Nonequilibrium; AIAA J. Vol. 5, No. 2, 1967.
- 15) 高野暉・東野文男・吉江照一: 実在気体効果を考慮に入れた衝撃波管風洞の特性, II. ノズル内の解離非平衡流, 日本航空宇宙学会誌, Vol. 16, No. 174, Jul., 1968.

会 告

FRP con-ex 講演会 (15 周年記念講演会)

日 時	昭和 44 年 12 月 8, 9, 10 日 午前 9 時~午後 5 時
会 場	千代田区北の公園 TEL (212) 8471 科学技術館内「サイエンス・ホール」
主 催	社団法人強化プラスチック技術協会
協 賛	本会ほか

詳細は強化プラスチック技術協会 (電 563-1231) へお問合わせ下さい