周辺噴流型エア・クッションの上下運動に対するバネ定数*

小 沢 智**

Spring Constants of a Peripheral-Jet Air Cushion Vehicle in Heaving Motion

Satoru OZAWA

Abstract

This paper presents a theoretical method to calculate the static and dynamic spring constants of a peripheral-jet air cushion vehicle in heaving motion and to obtain the response characteristics of the vehicle to sinusoidal input.

The analysis leads to the following results:

- (1) The static spring constant is affected by the characteristics of the fan.
- (2) The dynamic spring constant is affected by the air-supplying system (fan, duct, air-chamber).

1. 緒 言

最近鉄道の分野において超高速鉄道の支持あるいは案内方式としてのエア・クッションの研究がフランス、イギリス、アメリカなどにおいて盛んになって来ている。エア・クッションにはいろいろな型があるが、ここではホバー・クラフトに应用されている周辺噴流型エア・クッションについて考える事にする。周辺噴流型 GEM の上下運動に関しては今までに数多くの理論および実験結果が発表されている^{1), 2), 3)}。本報告は空気配管系を考慮した一つの簡単なモデルによって静的および動的バネ定数、地面の正弦波的な微小振動に対する乗物の応答を理論的に求める方法を示したものである。

バネ定数は浮揚高さの変化に対する揚力の変化から求められるが、空気の粘性、圧縮性を考慮して厳密に求めることは非常にむずかしいので、一応妥当と考えられる近似を用いて計算を行なった。これらの近似の可否については今後の研究を待たねばならない。

2. バネ定数

考えるモデルを第 1 図に示す。送風機によって供給された空気は管を通して空気室に入り、その底面周辺のノズルから噴出するとする。実際の車両の場合はエア・パッド (第 1 図の空気室とノズル部との総称) が数個取り付けられる。

第1図 モデル

バネ定数は浮揚高さの変化 Δh に対する揚力の変化 ΔL から求められる。揚力はクッション圧によるものと周辺ジェットの鉛直方向の運動量変化によるものととの和であるが、エア・パッドの底面積がノズル面積に比べて十分大きいとして後者を無視すると、バネ定数を求める問題は高さの変化 Δh に対するクッション圧の変化 Δp_c を求める問題に帰着される。

2.1 静的バネ定数 浮揚高さが h の時、クッション圧を p_c 、空気室内圧を p_t 、ノズルから噴出するジェットの流量を Q とする。ただし圧力は大気圧を基準にとるものとする。

一般にクッション圧 p_c はジェット総圧 p_t (第 1 図のモデルでは p_c に等しい)、無次元浮揚高さ h/t (t はノズル幅) およびノズル角 θ から決まり、 θ を固定すると

$$p_c = p_c(p_t, h/t) = p_t F(h/t) \quad (1)$$

で表わされる。ただしレイノルズ数 Re ($= Ut/\nu$, U はジェット平均速度, t はノズル幅, ν は動粘性率) および圧力比 (大気圧と空気室内圧との比) の影響は無視する。関数 F の形を決める理論はいろいろ発表されているがここでは運動量理論⁴⁾を用いる。空気の粘性を無視し、ノズル出口での速度分布を

$$v = v_2 / \{1 + (x/t)(v_2 - v_1)/v_1\} \quad (2)$$

* 昭和 44 年 4 月 8 日 GEM シンポジウムにて発表。

昭和 44 年 8 月 8 日原稿受理

** 鉄道技術研究所

第2図 F, C と無次元高さとの関係 ($\theta=45^\circ$)

第3図 平衡および非平衡ジェット

と仮定して、第3図(b)のABCDEFGFAに調査面をとって水平方向に運動量の定理を用いると関数Fの形が決まり、 $\theta=45^\circ$ の場合には第2図の点線ようになる。(2)式における v_1, v_2 はそれぞれクッションおよび大気側のジェット速度、 z はB点においてノ

ズルに垂直にとった座標である。

ノズル出口での速度分布から流量 Q は

$$Q = l \int_0^t v dz = \frac{tlv_1v_2}{v_2-v_1} \log \frac{v_2}{v_1} \quad (3)$$

となる。 l はノズル周長。

(3)式の v_2 および v_1/v_2 の値は空気室と第3図(b)のAB部をベルヌーイの定理で結ぶことによってそれぞれつぎのように表わされる。

$$v_2 = \sqrt{2p_i/\rho} \quad (4)$$

$$(v_1/v_2)^2 = 1 - (p_c/p_i) = \beta^2 \quad (5)$$

ただし ρ は空気の密度。

(4), (5)式を(3)式に代入すると

$$Q = f_1(p_i, p_c) = tl\sqrt{2p_i/\rho} \beta \log(1/\beta)/(1-\beta) \quad (6)$$

となる。ただし β と p_c, p_i との関係は(5)式で与えられる。

つぎに送風機性能を吐出静圧と流量との関係で表わすと

$$p_i = f_2(Q) \quad (7)$$

となる。ただし配管の摩擦損失は無視している。

(1), (6), (7)の各式より、 p_c, Q, p_i の微小変化量 $\Delta p_c, \Delta Q, \Delta p_i$ はそれぞれつぎのようになる。

$$\Delta p_c = (\partial p_c / \partial h)_{p_i} \Delta h + (\partial p_c / \partial p_i)_{h} \Delta p_i \quad (8)$$

$$\Delta Q = (\partial Q / \partial p_i)_{p_c} \Delta p_i + (\partial Q / \partial p_c)_{p_i} \Delta p_c \quad (9)$$

$$\Delta p_i = (df_1/dQ) \Delta Q \quad (10)$$

(8), (9), (10)式より $\Delta p_i, \Delta Q$ を消去すると、静的バネ定数 k_s ($= -S \Delta p_c / \Delta h$, S はクッション面積)は

$$k_s = \frac{-S(\partial p_c / \partial h)_{p_i}}{1 - \{(\partial p_c / \partial p_i)_{h} A_1 A_3 / (1 - A_1 A_2)\}} \quad (11)$$

となる。ただし $A_1 = df_1/dQ$, $A_2 = (\partial Q / \partial p_i)_{p_c}$, $A_3 = (\partial Q / \partial p_c)_{p_i}$ 。

A_1 および A_2, A_3 の値は(7)式および(6)式から決まり、 $(\partial p_c / \partial h)_{p_i}$ の値は(1)式から決まるのでこれらを(11)式に代入すると k_s が求められる*。

エア・パッドの幾何学的な形、重さおよび浮揚高さを固定して A_1 だけを変えたときのバネ定数の最大値、最小値はそれぞれ(11)式で $A_1 = -\infty$, $A_1 = 0$ と置いたときの値である。

2.2 動的バネ定数 浮揚高さが $\bar{h}$ を中心にして $|\Delta h| \exp(i\omega\tau)$ ($i = \sqrt{-1}$, ω は角振動数, τ は時間)のように変化する場合を考える。

最初に送風機と空気室とを結ぶ管の中の空気に着目する。連続の式および運動方程式は一次元モデルを考えるとそれぞれつぎのように表わされる。

* 配管の摩擦損失を考慮すると(7)式は

$$p_i = f_1(Q) - \lambda_f (\rho l_d / 2d) (Q/S_d)^2 = g_1(Q)$$

となる。ただし、 l_d, d, S_d はそれぞれ管の長さ、直径、断面積、また λ_f は管の摩擦損失係数。

この時、式(11)の A_1 は dg_1/dQ を表わす。

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \rho \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{u}{a^2} \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial \xi} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} \quad (13)$$

p , ρ は圧力および密度, u は流速, a は音速 ($a^2 = dp/d\rho$), ξ は管の送風機側の端を原点として管方向にとった座標. なお管壁の摩擦は無視する.

つぎに (12), (13) 式に対する境界条件を考える.

管の送風機側の端 ($\xi=0$) では, 圧力と流速との関係は次式で表わされる送風機性能から決まるとする.

$$p = f_1(S_a u) \quad (14)$$

管の空気室側の端 ($\xi=l_a$) の境界条件は空気室内の空気に対する質量保存の関係から次式で表わされる.

$$\frac{d}{d\tau}(\rho V) = \frac{V}{a^2} \frac{dp_i}{d\tau} = \rho(u S_a - Q) \quad (15)$$

V は空気室の体積, Q は空気室底面からノズルを通過して噴出するジェットの流れ, S_a は管の断面積.

空気室からノズルを通過して噴出するジェットの流量 Q はノズル出口での速度分布が非平衡ジェット (第3図(a), (c)) の場合でもやはり (2) 式のように表わされると仮定すると, p_c と p_e とから決まり (6) 式で表わされる. 厳密に言うとジェットの流れの状態は非定常であるから空気室とノズル出口をベルヌーイの定

理で結んだときに $\partial\Phi/\partial\tau$ (Φ は速度ポテンシャルで流速 v とノズル部の長さ l_e との積の大きさを持つ) の項が入ってくるがここでは無視する.

クッション部の空気に対する質量保存の式は

$$\frac{d}{d\tau}(\rho S h) = S \left(\frac{h}{a^2} \frac{dp_e}{d\tau} + \rho \frac{dh}{d\tau} \right) = -\rho q \quad (16)$$

となる. q はクッション部に入出入りする空気の流量でクッション部から出る場合を正とする.

非定常状態においてクッション部に入出入りする空気量 q として準定常状態における q を用いることにする.

クッション部の空気がジェット・カーテンの下を通過して流れ出る場合 (第3図 (a)) およびジェットの一部がクッション部に流れ込む場合 (第3図 (c)) についてそれぞれ図の ABCDEFGA に調査面をとり水平方向に対して運動量の定理を適用して p_c/p_e と q との関係を求めることができる⁵⁾.

$q>0$ および $q<0$ に対して $|q|$ が小さいとする近似で次式が成立する.

$$p_c/p_e = 1 - \alpha^2 + C_- \cdot 2q/(v_2 l) \quad (q>0) \quad (17)$$

$$p_c/p_e = 1 - \alpha^2 + C_+ \cdot 2q/(v_2 l) \quad (q<0) \quad (18)$$

ここに $v_2 = \sqrt{2p_e/\rho}$, l はノズル周長, また係数 $C_{\pm}$ は

$$C_{\pm} = \frac{2\alpha\sqrt{(1+\alpha)(1\pm\alpha)}}{2\alpha(h/t + \cos\theta) + \cos\theta - 2\{1 + \log\alpha/(1-\alpha)\}/(1-\alpha)} \quad (19)$$

である. (複号同順)

ただし α は h/t と θ によって次式から決められるパラメータである.

$$(1-\alpha^2)(h/t + \cos\theta) - (1+\alpha)\cos\theta + 2\alpha\log\alpha/(1-\alpha) = 0 \quad (20)$$

(19) 式で与えられる係数 C_+ と C_- は同じ h/t と θ に対して異なるが, $q=0$ において p_c/p_e の q に対する変化が滑らかであると考えて C_+ と C_- の平均値 C をとり

$$p_c/p_e = 1 - \alpha^2 + C \cdot 2q/(v_2 l) \quad (21)$$

のように仮定する.

(21) 式を q について解くと

$$q = f_3(p_i, p_e, h) = \frac{tl}{2C\sqrt{\rho}} \frac{p_e - p_i(1-\alpha^2)}{\sqrt{p_i}} \quad (22)$$

となる. $\theta=45^\circ$ の場合の C の値を h/t の関数として図2に実線で示す. (21) 式で $q=0$ とすると $p_c/p_e = 1 - \alpha^2$ となり, この値が第2図の F である.

管の中の空気に対する方程式 ((12) 式および (13) 式) を $\xi=0$ における境界条件 ((14) 式) および $\xi=l_a$ に

* 管内圧力, 空気室内圧およびクッション圧が高い場合, ρ は p と ρ との関係から求められる値を用いる.

における境界条件 ((15), (6), (16), (22) 式) のもとで解くに当たり, $p = \bar{p} + \Delta p$ ($\bar{p}$ は平衡状態における管内圧力, Δp は圧力の微小変化量), $u = \bar{u} + \Delta u$, $p_e = \bar{p}_e + \Delta p_e$, $p_i = \bar{p}_i + \Delta p_i$, $h = \bar{h} + \Delta h$, $Q = \bar{Q} + \Delta Q$, $q = \bar{q} + \Delta q$, $\rho = \rho_0$ (ρ_0 は大気圧における空気密度*), $dp/d\rho = a_0^2$ (a_0 は大気圧における音速) と置き各式に代入する. Δp , Δu , ..., Δq を1次の微小量として各々の式を展開すると0次の項から平衡状態に対する方程式が, また1次の項から平衡状態からのずれに対する線型化された方程式が得られる.

平衡状態 (0 次の項)

$$\begin{cases} \bar{p}\bar{t} = f_1(S_a \bar{u}) \\ \bar{u}S_a - \bar{Q} = 0 \\ \bar{Q} = f_2(\bar{p}_i, \bar{p}_e) \\ \bar{q} = 0 \\ \bar{q} = f_3(\bar{p}_i, \bar{p}_e, \bar{h}) \end{cases}$$

平衡状態からのずれ (1 次の項)

管内の空気に対する方程式はつぎのようになる.

$$\begin{cases} \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial \tau} + \rho_0 \frac{\partial \Delta u}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{a_0^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial \xi} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta u}{\partial \tau} + \bar{u} \frac{\partial \Delta u}{\partial \xi} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Delta p}{\partial \xi} \end{cases} \quad (24)$$

$\xi=0$ における境界条件は

$$\Delta p = A_1 S_d \Delta u \quad (25)$$

$\xi=l_d$ における境界条件は

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V}{\rho_0 a_0^2} \frac{d\Delta p_i}{d\tau} = S_d \Delta u - \Delta Q \\ \Delta Q = A_2 \Delta p_i + A_3 \Delta p_c \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S \left(\frac{\bar{h}}{\rho_0 a_0^2} \frac{d\Delta p_c}{d\tau} + \frac{d\Delta h}{d\tau} \right) = -\Delta q \\ \Delta q = A_4 \Delta p_i + A_5 \Delta p_c + A_6 \Delta h \end{array} \right. \quad (27)$$

$$\quad (28)$$

ただし $A_1 = df_1/dQ$, $A_2 = (\partial Q/\partial p_i)_{p_c}$, $A_3 = (\partial Q/\partial p_c)_{p_i}$, $A_4 = (\partial q/\partial p_i)_{p_c, h}$, $A_5 = (\partial q/\partial p_c)_{p_i, h}$, $A_6 = (\partial q/\partial h)_{p_i, p_c}$.

(23), (24) 式の一般解は任意関数 F_1, F_2 を用いて

$$\Delta p = F_1(\xi - a_1 \tau) + F_2(\xi + a_2 \tau) \quad (30)$$

$$\Delta u = \{F_1(\xi - a_1 \tau) - F_2(\xi + a_2 \tau)\} / (\rho_0 a_0) \quad (31)$$

と書ける。ただし $a_1 = a_0 + \bar{u}$, $a_2 = a_0 - \bar{u}$

浮揚高さの変化

$$\Delta h = |\Delta h| \exp(i\omega \tau) \quad (32)$$

に対する Δp , Δu は (30), (31) 式を考慮すると

$$\Delta p = \Delta h \{ A(\omega) \exp(-i\omega \xi/a_1) + B(\omega) \exp(i\omega \xi/a_2) \} \quad (33)$$

$$\Delta u = \Delta h \{ A(\omega) \exp(-i\omega \xi/a_1) - B(\omega) \exp(i\omega \xi/a_2) \} / (\rho_0 a_0) \quad (34)$$

となる。 $A(\omega)$, $B(\omega)$ は任意関数。

境界条件 (25) 式より

$$A(\omega) + B(\omega) = \{A(\omega) - B(\omega)\} A_1 S_d / (\rho_0 a_0) \quad (35)$$

境界条件 ((26)~(29) 式) より Δp_i , Δu , Δh の間の関係を求めると

$$C_1 \Delta p_i + C_2 \Delta u + C_3 \Delta h = 0 \quad (36)$$

ただし

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = A_3 A_4 - B_2 B_5 \\ C_2 = S_d B_5 \\ C_3 = A_3 B_6 \\ B_2 = A_2 + i V \omega / (\rho_0 a_0^2) \\ B_5 = A_5 + i S \omega \bar{h} / (\rho_0 a_0^2)^* \\ B_6 = A_6 + i S \omega \end{array} \right.$$

(36) 式の Δp_i , Δu に (33), (34) 式で $\xi=l_d$ と置いた値を代入して $A(\omega)$, $B(\omega)$ を用いて表わし, この式と (35) 式とから $A(\omega)$, $B(\omega)$ を求めるとつぎのようになる。

$$A(\omega) = -C_3 D_4 / (D_1 D_4 - D_2 D_3) \quad (37)$$

$$B(\omega) = C_3 D_3 / (D_1 D_4 - D_2 D_3) \quad (38)$$

ここに

* パッド底面がノズル先端より H だけ上にある場合は (16) 式左辺の被微分項 $\rho S h$ は $\rho S(h+H)$ となる。したがって (28) 式左辺第1項および B_6 に表われる $\bar{h}$ を $\bar{h}+H$ で置き換える。

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = \{C_1 + C_2 / (\rho_0 a_0)\} \exp(-i\omega l_d / a_1) \\ D_2 = \{C_1 - C_2 / (\rho_0 a_0)\} \exp(i\omega l_d / a_2) \\ D_3 = \rho_0 a_0 - S_d A_1 \\ D_4 = \rho_0 a_0 + S_d A_1 \end{array} \right.$$

(26), (27) 式から

$$A_3 \Delta p_c = S_d \Delta u - B_2 \Delta p_i$$

であるから, Δu , Δp_i に (33), (34) 式で $\xi=l_d$ と置いた値を代入すると

$$\begin{aligned} & -\Delta p_c / \Delta h \\ &= -[A(\omega) \{S_d / (\rho_0 a_0) - B_2\} \exp(-i\omega l_d / a_1) \\ & \quad - B(\omega) \{S_d / (\rho_0 a_0) + B_2\} \exp(i\omega l_d / a_2)] / A_3 \end{aligned} \quad (39)$$

となる。 $A(\omega)$, $B(\omega)$ は (37), (38) 式で求められている。

複素バネ定数 $k(\omega)$ は (39) 式にクッション面積 S を乗じて得られる。

$$\begin{aligned} k(\omega) &= k_1(\omega) + i k_2(\omega) = -S \Delta p_c / \Delta h \\ &= (S \bar{p}_i / t) K(\omega) \end{aligned} \quad (40)$$

ただし $K(\omega)$ は次式で定義される無次元複素バネ定数である。

$$\begin{aligned} K(\omega) &= K_1(\omega) + i K_2(\omega) \\ &= -(\Delta p_c / \bar{p}_i) / (\Delta h / t) \end{aligned} \quad (41)$$

3. 地面振動に対する乗物の応答

前章の (40) 式から複素バネ定数が求められると, 乗物の正弦的な地面振動に対する応答を計算することができる。簡単なモデルとしてエア・パッドが1個の場合を考える。エア・パッドを含めた乗物の重さを W とすると, 上下運動に対する運動方程式は

$$(W/g) d^2 y / d\tau^2 = k(x - y) \quad (42)$$

となる。 g は重力加速度, y は乗物の平衡高さからの絶対変位, x は地面の変位。

(42) 式より

$$\frac{y}{x} = \frac{k(\omega)}{k(\omega) - (W/g)\omega^2} \quad (43)$$

となる。(43) 式より振幅比および位相差が計算される。

4. 数値計算例

数値計算例としてつぎのような場合について考える。

クッション圧 $\bar{p}_i = 80 \text{ kg/m}^2$, 浮揚高さ $\bar{h} = 15.5 \text{ mm}$, エア・パッドの上げ底高さ $H = 35 \text{ mm}$, ノズル幅 $t = 10 \text{ mm}$, ノズル角 $\theta = 45^\circ$, 配管の直径 $d = 0.128 \text{ m}$, 配管の長さ $l_d = 3.4 \text{ m}$, クッション面積 $S = 0.1346 \text{ m}^2$, 空気室体積 $V = 0.03466 \text{ m}^3$, 送風機性能 $A_1 = -610 \text{ kg}\cdot\text{s/m}^5$, $\rho_0 = 0.125 \text{ kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$.

(41) 式で定義される無次元複素バネ定数の実部 K_1

第4図 無次元複素バネ定数の一例

第5図 地面振動に対する乗物の応答の一例

および虚部 K_2 を振動数 f ($=\omega/2\pi$) の関数として第4図に示す。地面振動に対する乗物の応答を第5図に示す。比較のために他のパラメータを変えないで配管の長さ l_d を 0 m とした場合の K_1, K_2 の値および応答をそれぞれ第4図および第5図に破線で示す。 $l_d = 3.4\text{ m}$ に対応する実験結果を第5図中に○印で示す。送風機がエア・パッドに積載されていないことおよびダクトの一部として約 0.7 m のナイロン・ターポリン製のフレキシブル・チューブが使用されている点で厳密には理論計算のモデルとは異なる。

5. 結 言

解析の結果つぎの事がわかった。

- (1) 静的バネ定数は送風機性能の影響を受ける。
- (2) 動的バネ定数(複素バネ定数)は送風機を含めた空気配管系の影響を受ける。

周辺噴流型エア・クッションの動特性の問題は大きく二つに分けられる。一つは送風機を含めた空気配管系の問題であり、他の一つはクッションとジェットカーテンに関する非定常問題である。振動数が高くなった時の後者の問題が未解決であるので今後研究する必要があるように思われる。

文 献

- 1) 前田, 近藤: GEM の上下運動の減衰, 日本航空学会 第3回関西支部合同講演会前刷, (1966).
- 2) 三ツ矢, 松岡: 上下運動を行なう地面効果機の底面圧力に関する研究, 日本航空学会誌 16, 172 (1968).
- 3) H. H. RICHARDSON, W. A. RIBICH and Y. ERGAN: Pressure-Flow-Displacement Characteristics of a Peripheral Jet Fluid Suspension, Engineering Projects Laboratory Report No. 76110-7, M.I.T. (1968).
- 4) 村尾: GEM の流体力学的諸問題, 日本機械学会誌 69, 570 (1966).
- 5) 小沢: 周辺噴流型エア・クッション乗物の上下運動, 鉄研速報 No. 67 (1967).

プリナム・チェンバー型エア・クッション・カーの上下非線型振動*

山 本 彬 也**

Non-linear Heaving Motion of Plenum-Chamber-Type Air Cushion Vehicles

Akiya YAMAMOTO

Abstract

The heaving motion of air cushion vehicles of

* 昭和44年4月8日 GEM シンポジウムにおいて発表
昭和44年8月8日 原稿受理

** 鉄道技研 物理研究室

plenum-chamber type which is induced by the sinusoidal irregularity of the ground is analysed and its non-linear effects are particularly demonstrated by the numerical experiment in a digital computer.