- surements of Aerodynamic Forces on an Oscillating Airfoil. Proceedings of the Thirteenth Japan National Congress for Applied Mechanics, 1963.
- 59) 釜口展広, 坂田弘: 吊り橋の耐風安定性に関する基礎研究および続報, 日本航空学会誌, 第13巻, 第133号, 昭和40年2月, 27-36頁および第14巻, 第146号, 昭和41年3月, 65-75頁.

略記号

IAS	Institute of Aeronautical Sciences
AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
JAS	Journal of the Aeronautical Sciences
JAHS	Journal of the American Helicopter Society

ヘリコプタの動安定微係数*

Dynamic Stability Derivatives of Helicopter

東

昭**

Akira AZUMA

ヘリコプタの安定微係数は回転翼の寄与する部分が大きく, 固定翼機の主翼のそれに比べて理論的にその値を推定することが極めて難しい. したがって安定微係数の決定にはなるべく模型の風洞実験が望ましいが, 残念ながら特に動安定微係数の評価は, 模型実験でも複雑で色々な要因が混ざり合い, それぞれの微係数を部分微係数の形で取り出すことは容易でない. 回転翼機の空力特性を推定することの困難さは専ら翼翅の放出する渦が簡単化した理想の場合でも固定翼機のそれに比べて複雑であることおよび翼翅の各要素の変位が同様の理由で正確に決定されないため, 通常, 安定微係数の計算では運動量理論に基づく一樣吹き下ろし流を考えている. 各翼翅から出る回転螺旋面上の非定常の渦の分布は変動荷重の計算とか騒音の計算にのみ用いられるのが普通である.

特にホバリング飛行中の回転翼の揺動では, 翼翅の放出渦への接近で局所的な強い吹き下ろし流の影響を受けるために, 一樣な吹き下ろし流に基づく理論計算値よりも翼翅の揚力傾斜を著しく低下させたような結果が予想される. したがってここでは主として理論的な解析で何がどう風流に効いているかの解説にとどめ, 実際の数値の具体的な検討は今後の研究にまづことを期待する.

回転翼の安定微係数を求めるに当たって, 固定翼のそれと最も著しい違いは, 回転翼が機体の運動と別の回転自由度を有すること, すなわち翼がフラッピング運動をすることである. ヒンジレスまたはリジッド・ロータと呼ばれる回転翼も実際には翼翅の可撓性を利用して, 翼の付け根近くにフラッピング・ヒンジがあることに相当し, ここにある程度のばね常数を持ったばねが取り付けられているようなオフセット・ヒ

ンジ付きの一種の関節式回転翼と見做せる^{1,2)}.

回転翼の機体モーメントへの寄与は, 推力線の重心からのずれによるモーメント, フラッピング軸に働く空気力と慣性力のヒンジ・オフセットによるモーメント, フラッピング軸に働くばね力に基づくモーメントおよびその吹き下ろし流の胴体と尾翼への干渉とからなる.

このため関連する独立変数による各空力係数の微分はそれら諸量により偏微分された直接項とフラッピング角と吹き下ろし流を媒介変数として偏微分のとられた間接項とからなる.

以下具体的に, 例として単一回転翼を持ったヘリコプタの縦揺と横揺安定に関与する主要な項を列記して説明しよう³⁾.

縦揺と横揺の安定に関連する微係数で一番重要でしかもその評価が難しいものに減衰係数 $dC_{M_Y}/d(q/\Omega)$ と $dC_{M_X}/d(p/\Omega)$ がある.

回転翼のハブ周りのモーメント

$$\frac{dC_{M_Y}}{d(q/\Omega)} = \frac{\partial C_{M_Y}}{\partial(q/\Omega)} + \frac{\partial C_{M_Y}}{\partial\beta_{1c}} \frac{\partial\beta_{1c}}{\partial(q/\Omega)} + \frac{\partial C_{M_Y}}{\partial\beta_{1s}} \frac{\partial\beta_{1s}}{\partial(q/\Omega)}$$

$$\frac{dC_{M_X}}{d(p/\Omega)} = \frac{\partial C_{M_X}}{\partial(p/\Omega)} + \frac{\partial C_{M_X}}{\partial\beta_{1c}} \frac{\partial\beta_{1c}}{\partial(p/\Omega)} + \frac{\partial C_{M_X}}{\partial\beta_{1s}} \frac{\partial\beta_{1s}}{\partial(p/\Omega)}$$

第1項はフラッピング角に無関係な, フラッピング軸における空気力の積分に基づく項で

$$\frac{\partial C_{M_Y}}{\partial(q/\Omega)} = -x_\beta \frac{1}{2} \alpha \sigma (B^3/6)$$

$$\frac{\partial C_{M_X}}{\partial(p/\Omega)} = -x_\beta \frac{1}{2} \alpha \sigma (B^3/6)$$

で与えられる. x_β は回転翼半径で無次元化されたヒンジの位置で, この値が大きい程減衰係数も大となる. この項はしかしホバリング時には特に翼が前後または左右の位置で吹き下ろし中の渦層に近づくので, そこでの揚力減少は縦揺または横揺れの動きで得

* 昭和46年7月1日原稿受理

** 東京大学宇宙航空研究所

られる揚力を相当減らしてしまう。このため揚力傾斜 α が著しく減った形となり、通常用いられる $\alpha=5.73$ はその 1/4 程度におちることが高沢⁴⁾により指摘されている。もっとも小型の模型実験では元来 α はとても 5.73 などという大きい値は期待出来ない⁵⁾。

第2項はそれぞれ次式で与えられる。

$$\partial C_{M_Y}/\partial \beta_{1c} = -(1/2) \{ \nu x_{\beta} \bar{x} + (b k_{\beta} / \rho S R^3 Q^2) \}$$

$$\partial C_{M_X}/\partial \beta_{1s} = -(1/2) \{ \nu x_{\beta} \bar{x} + (b k_{\beta} / \rho S R^3 Q^2) \}$$

$$\partial \beta_{1c}/\partial (q/Q) = \left\{ 1/(K_{\beta}^2 + K_{\beta}^2 - \frac{1}{4} K_3 K_{\beta} \mu^2) \right\} \\ \times K_{\beta} (2 + K_{\beta})$$

$$\partial \beta_{1s}/\partial (p/Q) = \left\{ 1/(K_{\beta}^2 + K_{\beta}^2 + \frac{1}{4} K_3 K_{\beta} \mu^2) \right\} \\ \times K_{\beta} (2 + K_{\beta})$$

ここに $\bar{x}$ は翼翅の重心、 ν は質量比、 k_{β} は相当ばね常数、 K_{β} はそれを無次元化したもの、そして K_{β} と K_3 は空気力と慣性力の比である。

$$\bar{x} = \int_{R x_{\beta}}^R r dm / R m, \quad \nu = b m / \rho S R$$

$$K_{\beta} = \{ (k_{\beta} / m R^2 Q^2) + x_{\beta} \bar{x} \} / (I_{\beta} / m R^2)$$

$$K_{\beta} = \gamma \left(\frac{B^4}{8} - \frac{B^3}{6} x_{\beta} \right) = \frac{\rho a c R^4}{I_{\beta}} \left(\frac{B^4}{8} - \frac{B^3}{6} x_{\beta} \right)$$

$$K_3 = \frac{\rho a c R^4}{I_{\beta}} \left(\frac{B^2}{4} - \frac{B}{2} x_{\beta} \right)$$

フラッピング角によるモーメントの変化、 $\partial C_{M_Y}/\partial \beta_{1c}$ と $\partial C_{M_X}/\partial \beta_{1s}$ の中第1項は翼翅に働く慣性力(遠心力)が回転面の傾きで発生するモーメントを示し、第2項はばねに基づくモーメントである。第1項はヒンジ・オフセットを大にしかつ翼翅の質量を増すことで、また第2項はばねを強くすることでその値を大きく出来る。

一方機体の角速度に基づくフラッピング角の変化、つまり回転翼の機体角速度に対するおくれの項は、ばねもヒンジ・オフセットも十分小さいときは大きくすることが望ましいがある程度以上大になると翼翅の質量とともに悪い方に働くようになる。したがって適当なばねの強さがあるはずで、そのうまい選択が元来乏しいこの減衰係数を高める一因となり得る。また進行率 μ は縦揺では良い方にまた横揺では悪い方に効く。

第3項は互に交錯した項でそれぞれ次式のように表わされる。

$$\partial C_{M_Y}/\partial \beta_{1s} = x_{\beta} \frac{1}{2} a \sigma \left(\frac{B^3}{6} + \frac{B}{8} \mu^2 \right)$$

$$\partial C_{M_X}/\partial \beta_{1c} = -x_{\beta} \frac{1}{2} a \sigma \left(\frac{B^3}{6} - \frac{B}{8} \mu^2 \right)$$

$$\partial \beta_{1s}/\partial (q/Q) = (K_{\beta}^2 - 2K_{\beta})$$

$$+ \left(K_{\beta}^2 + K_{\beta} + \frac{1}{4} K_3 K_{\beta} \mu^2 \right)$$

$$\partial \beta_{1c}/\partial (p/Q) = -(K_{\beta}^2 - 2K_{\beta})$$

$$+ \left(K_{\beta}^2 + K_{\beta} - \frac{1}{4} K_3 K_{\beta} \mu^2 \right)$$

これらは機体の縦揺による回転翼の横揺れと機体の横揺れによる回転翼の縦揺から来るもので、フラッピング角による $\partial C_{M_Y}/\partial \beta_{1s}$ と $\partial C_{M_X}/\partial \beta_{1c}$ は空気力の積分された剪断力がヒンジ周りに作るモーメントである。揚力傾斜 α はやはりあまり大きい値は期待出来ない。機体角速度に基づくフラッピング角の変化、 $\partial \beta_{1s}/\partial (q/Q)$ と $\partial \beta_{1c}/\partial (p/Q)$ はばねが弱いときほぼ1で、したがって第3項全体としてはいずれも正で不安定の悪い方に効いている。しかしいずれにしろさきの第2項に比べてモーメントとしての効きは小さい。

回転翼の水平力 (H 力と Y 力) の作るモーメントこれは推力線の傾きの成分に相当してハブの重心からの高さに比例し、回転翼シャフトの傾きが零のとき次式で与えられる。

$$(h/R) \frac{dC_H}{d(q/Q)} = (h/R) \left\{ \frac{\partial C_H}{\partial (q/Q)} + \frac{\partial C_H}{\partial \beta_{1c}} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial (q/Q)} \right. \\ \left. + \frac{\partial C_H}{\partial \beta_{1s}} \frac{\partial \beta_{1s}}{\partial (q/Q)} \right\}$$

$$(h/R) \frac{dC_Y}{d(p/Q)} = (h/R) \left\{ \frac{\partial C_Y}{\partial (p/Q)} + \frac{\partial C_Y}{\partial \beta_{1c}} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial (p/Q)} \right. \\ \left. + \frac{\partial C_Y}{\partial \beta_{1s}} \frac{\partial \beta_{1s}}{\partial (p/Q)} + \frac{\partial C_Y}{\partial \beta_0} \frac{\partial \beta_0}{\partial (p/Q)} \right\}$$

第1項は

$$\partial C_H/\partial (q/Q) = \frac{1}{2} a \sigma \left\{ -\frac{B^2}{16} \mu \theta_{1c} - \frac{B^3}{6} \beta_0 \right. \\ \left. + \frac{B^2}{16} \mu \beta_{1s} \right\}$$

$$\partial C_Y/\partial (p/Q) = \frac{1}{2} a \sigma \left\{ \frac{B^2}{16} \mu \theta_{1c} - \frac{B^3}{6} \beta_0 \right. \\ \left. - \frac{5}{16} B^2 \mu \beta_{1s} \right\}$$

で与えられ、通常負である。しかし揚力傾斜 α は特にホバリング時には前同様減少してしまう。 μ の大きいとき横サイクリック・ピッチ θ_{1c} のとり方で C_Y の方が正になる可能性がある。

第2項は $\partial C_H/\partial \beta_{1c}$ と $\partial C_Y/\partial \beta_{1s}$ の方が

$$\partial C_H/\partial \beta_{1c} = -\frac{1}{2} a \sigma \left\{ \frac{B^3}{3} \theta_0 + \frac{B^2}{4} \mu \theta_{1s} - \frac{3}{4} B^2 \lambda \right. \\ \left. - \frac{1}{2} B^2 \mu \beta_{1c} \right\} + \frac{1}{2} \nu \bar{x} \beta_0$$

$$\partial C_Y/\partial \beta_{1s} = -\frac{1}{2} a \sigma \left\{ \left(\frac{B^3}{3} + \frac{B}{2} \mu^2 \right) \theta_0 + \frac{1}{2} B^2 \mu \theta_{1s} \right. \\ \left. - \frac{3}{4} B^2 \lambda - \frac{1}{4} B^2 \mu \beta_{1c} \right\} + \frac{1}{2} \nu \bar{x} \beta_0$$

と書ける。前半の空気力の方の項は、速度の小さいと

きは負となり減衰力として働く。しかし速度が大になると縦サイクリック・ピッチ θ_{1s} は負となりかつ流入比 λ も正で大になるので (特に上昇時はこの λ が大きくなる) 悪い方すなわち減衰力とはならなくなる。これに反してオートロティションでは θ_0 が小さくなるが λ が負となるので減衰項として効くようになる⁶⁾。

後半の慣性力の項はコニング角 β_0 に比例して正となり非減衰項である。この点ではコニング角が小さい方が良い。

$\partial\beta_{1c}/\partial(q/\Omega)$ と $\partial\beta_{1s}/\partial(p/\Omega)$ については、前述したとおり。

第3項は μ の大きいときを除いて通常省略される。

C_Y の方の第4項はコニング角 β_0 に基づく。これは C_H の方では $\partial\beta_0/\partial(q/\Omega)$ がほぼ零と見做せるので書いてない。

$$\begin{aligned}\partial C_Y/\partial\beta_0 &= \frac{1}{2}a\sigma \left\{ -\frac{3}{4}B^2\mu\theta_0 - \left(\frac{B^3}{6} + \frac{B}{2}\mu^2 \right) \theta_{1s} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2}B\mu\lambda + \left(-\frac{B^3}{6} + B\mu^2 \right) \beta_{1c} \right\} + \frac{1}{2}v\bar{x}\beta_{1s} \\ \partial\beta_0/\partial(p/\Omega) &= \frac{1}{4}(\rho a C_R^4/I_\beta) \left(\frac{B^3}{3} - \frac{B^2}{2}x_\beta \right) \mu \\ &\quad \div \{1 + (k_\beta/I_\beta\Omega^2)\}\end{aligned}$$

上の項がホバリングでは零なので効かない。速度の大きいときは θ_{1s} が負で大になり、特に上昇時には λ も正で大になるので非減衰になり得る。

水平安定板の作る縦揺モーメント 固定翼機同様水平尾翼 (面積 S_h , 揚力傾斜 a_h) が重心から l_h の距離にあるときそのモーメント微係数は

$$\begin{aligned}- (l_h/R) \frac{dC_L}{d(q/\Omega)} \mu^2 &= -\eta_h(l_h/R)^2 \frac{1}{2}(S_h/S)a_h\mu \\ - (l_h/R) \frac{dC_L}{d(\dot{\alpha}/\Omega)} \mu^2 &= -\eta_h(l_h/R)^2 \\ &\quad \times \frac{1}{2}(S_h/S)a_h \left\{ (v/v_0) \frac{1}{2}a\sigma(B^2/4) \right\}\end{aligned}$$

で与えられる。 η_h は動圧比で、これらは速度の大きいときに効いて来る減衰項である。上の項は角速度に基づくもの、下の項は吹き下ろしの尾翼へのおくれの時間差が効く項で v/v_0 は尾翼位置での吹き下ろしと回転翼中心でのそれとの比である。

尾部回転翼の作る横揺モーメント 尾部回転翼が作る動的横揺モーメントには横揺角速度によるものと偏揺角速度によるものとがある。

$$\eta_i(h_i/R) \frac{dC_{T_i}}{d(p/\Omega)} = \eta_i(h_i/R) \left\{ \frac{\partial C_{T_i}}{\partial(p/\Omega)} + \frac{\partial C_{T_i}}{\partial\lambda_i} \right\}$$

$$\times \frac{\partial\lambda_i}{\partial(p/\Omega)} \Big\} = \eta_i(h_i/R) \left\{ \frac{1}{2}a\sigma \right\}_i \left\{ \frac{B^2}{4}\mu_i - \frac{1}{2}B^2(h_i/R) \right\}$$

$$\begin{aligned}\eta_i(h_i/R) \frac{dC_{T_i}}{d(\tau/\Omega)} &= \eta_i(h_i/R) \left\{ \frac{\partial C_{T_i}}{\partial\lambda_i} \frac{\partial\lambda_i}{\partial(\tau/\Omega)} \right\} \\ &= \eta_i(h_i/R)(l_i/R) \left\{ \frac{1}{2}(a\sigma)_i \left(\frac{1}{2}B^2 \right) \right\}\end{aligned}$$

ここに η_i は回転翼の先端速度の尾翼と主翼の比で、下指標 i 大で尾翼の値を示す。前者は減衰項として働き、後者は偏揺角速度に対して正の横揺モーメントを生ずることを示している。前進飛行時の横揺運動は推力変化を生じ、尾部回転翼の場合これがモーメントに効いて来る。上の項の第1項がそれに相当する。

以上翼素理論から導かれた動安定微係数を列挙したが、具体的な数値についてはここでは触れなかった。通常関節式回転翼はこれらの値があまり大きくないので、補助の安定増大装置として例えばバルのスタビライザ・バーとかバートルの SAS⁷⁾ 等が用いられている。ヒンジレスの回転翼は制御能力の増大とともに動安定微係数も大きくなっているが、一方ここでは述べなかった迎角不安定も増大している。

参考文献

- 1) YOUNG, Maurice I.: A Simplified Theory of Hingeless Rotors with Application to Tandem Helicopters. Proceedings of the Eighteenth Annual National Forum of the American Helicopter Society, 1962, pp. 38-45.
- 2) BRAMWELL, A. R. S.: A Method for Calculating the Stability and Control Derivatives of Helicopter with Hingeless Rotors. Research Memorandum Aero 69/4, The City University, London, 1970.
- 3) AZUMA, Akira: Dynamic Analysis of the Rigid Rotor System. Journal of Aircraft, Vol. 4, No. 3, 1967, pp. 203-209.
- 4) 高沢金吾: リジッドヘリコプタロータのホバリングに於けるピッチダンピングについて, 東京大学大学院工学系航空コース学位論文, 1971.
- 5) PAYNE, P. R.: Helicopter Dynamics and Aerodynamics. Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., London, 1959 (Chapter I).
- 6) AMER, Kenneth B.: Theory of Helicopter Damping in Pitch or Roll and a Comparison with Flight Measurements. NACA TN 2136, 1950.
- 7) 東昭: 自動安定, 日本航空学会誌, Vol. 11, No. 110, 1963, pp. 69-81.