- Academic Press, 1966, pp. 391-479.
- 11) VAN DYKE, M. D.: The Blunt-Body Problem Revisited, in Proc. Internatl. Symp. on Fundamental Phenomena in Hypersonic Flow, J. G. Hall, ed., Cornell Univ. Press, 1966, pp. 52-65.
 - 12) BELOTSEKOVSKIY, O. M. and CHUSHKIN, P. I.: The Numerical Method of Integral Solutions, NASA TT F-8356, 1963.
 - 13) BELOTSEKOVSKIY, O. M. and CHUSHKIN, P. I.: The Numerical Solution of Problems in Gas Dynamics, in Basic Developments in Fluid Dynamics, Vol. 1, M. Holt, ed., Academic Press, 1965.
 - 14) BELOTSEKOVSKIY, O. M., BULEKBAEV, A. and GRUDNITSKIY, V. G.: Algorithms for Numerical Schemes of Method of Integral Relations for Calculating Mixed Gas Flows, U.S.S.R. Comp. Math. Math. Phys., Vol. 6, No. 6, 1966, pp. 162-184.
 - 15) BELOTSEKOVSKIY, O. M. ed.: Supersonic Gas Flow Around Blunt Bodies, NASA TT F-453, 1967.
 - 16) 神元五郎, 石井隆次: Method of Integral Relationsによる鈍頭物体まわりの流れの研究, 日本航空宇宙学会誌, 第17巻, 第185号, 昭和44年6月.
 - 17) DORODNITSYN, A. A.: A Contribution to the Solution of Mixed Problems of Transonic Aerodynamics, in Advances in Aeronautical Sciences, Vol. 2, Pergamon, 1959, pp. 832-843.
 - 18) BELOTSEKOVSKIY, O. M.: Numerical Methods of Some Transonic Aerodynamics Problem, J. Comp. Phys. 5, 1970, pp. 587-611.
 - 19) UCHIDA, S. and YASUHARA, M.: The Rotational Field Behind Curved Shock Wave Calculated by the Method of Flux Analysis, JAS., 23, 1956, pp. 830-845.
 - 20) 里深信行: 圧縮性流体力学における数値計算, 日本航空宇宙学会誌, 第18巻, 第197号, 昭和45年6月.
 - 21) LAX, P. D. and WENDROFF, B.: Systems of Conservation Laws, Comm. Pure Appl. Math., 13, 1960, pp. 217-237.
 - 22) 安喜隆幸: 人工粘性付 LAX-WENDROFF およびその変形差分法に関する数値実験, 航空宇宙技術研究所報告 TR-217, 昭和45年9月.
 - 23) RICHTMYER, R. D.: A Survey of Difference Methods for Non-Steady Fluid Dynamics, NCAR TN 63-2, 1963.
 - 24) RUSANOV, V. V.: On Difference Schemes of Third Order Accuracy for Nonlinear Hyperbolic Systems, J. Comp. Phys. 5, 1920, pp. 507-576.
 - 25) BURSTEIN, S. Z. and MIRIN, A. A.: Third Order Difference Schemes for Hyperbolic Equations, J. Comp. Phys. 5, 1970, pp. 547-571.
 - 26) BOHACHEVSKY, I. O., RUBIN, E. L., and MATES, R. E.: A Direct Method for Computation of Nonequilibrium Flows with Detached shock Waves. I. Two Dimensional Flows, AIAAJ. 4, 1966, pp. 600-607, II. Axisymmetric Blunt-Body at an Angle of Attack, ibid, pp. 776-782., also AIAA paper No. 65-24, and also NASA CR-483, 1966.
 - 27) BURSTEIN, S. Z.: Finite-Difference Calculations for Hydrodynamic Flows Containing Discontinuities, J. Comp. Phys. 2, 1967, pp. 198-222.
 - 28) LAPIDUS, A.: A Detached Shock Calculation by Second-Order Finite Differences, J. Comp. Phys. 2, 1967, pp. 154-177.
 - 29) MORETTI, G. and ABBERT, M.: A Time-Dependent Computational Method for Blunt Body Flows, AIAA J. 4, 1966, pp. 2136-2141.
 - 30) MORETTI, G. and BLEICH, G.: Three-Dimensional Flow Around Blunt Bodies, AIAAJ, 5, 1967, pp. 1557-1562.
 - 31) RICHTMYER, R. D. and MORTON, K. W.: Difference Methods for Initial-Value Problems, Wiley, 1967.
 - 32) SLOTNIK, D. L.: The Fastest Computer, Scientific American, 224, No. 2, 1971, pp. 76-87.
 - 33) 広瀬直喜: 空気力学的諸問題の非定常差分法による数値計算の研究, 東京大学学位論文, 昭和46年3月.
 - 34) 安喜隆幸: 円柱まわりの衝撃波回折, 第1回および第2回流体力学講演会予稿集.

モンテ・カルロ法の応用*

Application of Monte Carlo Method

古 浦 勝 久**

Katsuhisa KOURA

高速大容量の計算機の出現により, 理論式の数値解を求める通常の方法とは異質な, 数値実験が可能になっている。数値実験は問題の素過程の設定とその生起に対する仮定により, 計算機で素過程を多数回生起させ必要な情報を得る。素過程の設定とその生起の仮定は理論および実験室実験によって検証される。モンテ・カルロ法は素過程の生起の仮定に確率論的モデルを用いる場合の数値実験法である。

数値実験は計算機の性能に大きく依存するため, 現在の計算機では限られた問題にのみ可能である。しかし, NASA における Illiac IV のような新システムによる高速大容量計算機の出現は, 数値実験の効率化とともに, 数値実験の可能な範囲を大きく拡張することが期待される。

数値実験は次の場合に有効である。

- (1) 理論, 実験室実験ともに存在しない問題
- (2) 実験室実験の存在しない問題
- (3) 理論の存在しない問題, および存在しても通

* 昭和46年9月2日原稿受理

** 航空宇宙技術研究所

常の数値解法の効率の悪い問題

(4) 理論, 実験室実験ともに存在するが, 一致をみない問題

(1)においては, 素過程の設定と生起の仮定が可能な場合, 理論および実験室実験に先んじて情報を提供する。(2)では, 数値実験における素過程の設定と生起の仮定が, 理論における素過程の設定および特殊な仮定より一般性がある場合, 理論の検証が可能である。(3)では, 実験室実験との比較により, 数値実験における素過程の設定および生起の仮定を検証することによって, 理論構成の指標となり得る。また, 実験室実験における補正等の検証も可能である。(4)では, 理論における特殊な仮定および実験室実験における補正等の検証が可能である。

さて, 数値実験は(3), (4)において実験室実験と代わる可能性がある。たとえば, 応用物理, 工学において, 素過程は同じであるが, 境界条件, 初期条件のみが異なる多くの問題がある。このような場合, 数値実験における素過程の設定と生起の仮定が十分正しいことが検証され, さらに経済性(時間, 費用, 人員, 情報量等)にすぐれる場合, 実験室実験に代わり得る。

以下, このような場合の例として, 希薄気体力学におけるモンテ・カルロ法の応用の現状を簡単に考察する。

希薄気体はボルツマン方程式で十分に記述されるが, 複雑な非線型微積分方程式のため一般に通常の解法は不可能である。素過程生起の仮定として, ボルツマン方程式と同等の仮定(分子無秩序の仮定等)による確率論的モデルを設定する。詳細は省略するが, *Rarefied Gas Dynamics*, *Phys. Fluids*, *AIAA J. J. Fluid Mech.* 等の雑誌に多くの論文がある。素過程としての分子衝突における分子間力, 内部自由度の微分面積, および分子と物体の衝突における気体と固体表面との干渉等の知識が必要である。現在のところ,

それらは十分には知られていないので, 適当なモデルを仮定して数値実験が行なわれ, 実験室実験とは十分な一致をみていない。もちろん, 実験室実験における補正およびモンテ・カルロ法における確率論的モデルにも問題があるわけで, 著者により結果が異なっている場合もある。VOGENITZ ら¹⁾は円錐まわりの流れについて分子間力の影響の大きいことを示している。実験室実験との不一致は, 内部自由度(分子の回転等)の影響も考えられるが, BIRD²⁾は気体の自由膨張の問題で考察している。気体-表面干渉の影響も大きく, 著者³⁾は Couette 流れにおいて調べた。モンテ・カルロ法の効率化も工夫され, たとえば, この領域における先駆的仕事である HAVILAND ら⁴⁾の平板間の熱伝達の問題に対して, VLASOV⁵⁾は彼らの 1/20 の記憶容量で満足できる結果を得ている。

現在のところ, 実験室実験との満足できる一致には至っていないが, 素過程の知識を深め, 数値実験の効率化を進め, さらに計算機の発達を期待すれば, 希薄気体力学において, 数値実験が実験室実験に代わる可能性は大きい。

参考文献

- 1) VOGENITZ, F.W. and TAKATA, G.Y.: Rarefied hypersonic flow about cones and flat plates by Monte Carlo simulation, *AIAA J.* Vol. 9, No. 1, (1971), p. 94.
- 2) BIRD, G.A.: Breakdown of translational and rotational equilibrium in gaseous expansions, *AIAA J.* Vol. 8, No. 11, (1970), p. 1998.
- 3) KOURA, K.: Transient Couette flow of rarefied binary gas mixtures, *Phys. Fluids*, Vol. 13, No. 6, (1970), p. 1457.
- 4) HAVILAND, J.K. and LAVIN, M.L.: Application of the Monte Carlo method to heat transfer in a rarefied gas, *Phys. Fluids*, Vol. 5, No. 11, (1962), p. 1399.
- 5) VLASOV, V.I.: Refinement of the method of statistical trials (Monte Carlo method) for the computation of rarefied gas flows, *Soviet Phys. Doklady*, Vol. 11, No. 4, (1966), p. 273.