第8図 (e)

く僅かに違う球形殻の状態に移ると考えれば、上述の点は理解できるのではなからうか。

筆者等が大きな興味を持っている³⁾ 挫屈発生時の波形は高速撮影により既に数多く捕捉しており、光弾性模型による観察と共に続報に於て報告する予定である。

文 献

- 1) 砂川 恵, 市田和夫: 球形殻の外圧による挫屈に関する研究(第1報), 日本航空宇宙学会誌, 21(昭48), 263.
- 2) 熊井 規, 砂川 恵: 浅い粘弾性球形殻の動的挙動, 同上, 19(昭46), 452.
- 3) 砂川 恵: 球形殻の挫屈に関する最近の研究動向, 同上, 16(昭43), 236.

電子衝撃型イオン・エンジンの研究(2)

電力消費の最適制御法について*

Development of Electron Bombardment Ion Engine (2)

Optimum Method of Electric Power Consumption

工 藤 勲**・村 上 寛**・中 山 勝 矢**

Isao KUDO, Hiroshi MURAKAMI and Katsuya NAKAYAMA

Abstract

Three dimensional analysis is made with respect to electric power consumption of the electron bombardment ion engine at an orbital transfer or a station keeping of an artificial satellite.

The optimum position for the ion engine operation is determined, and three types of control are possible to compensate for a change of thrust level. Variations of power are calculated, and the most advantageous control method is obtained.

It is clarified that propellant flow control, which is usually adopted, does not necessarily give optimum one. The change of accelerating voltage does not need more propellant, but may go unstable owing to changes in position of plasma boundary. When the ion production cost is changed, the shift to the optimum point is required to operate at minimum power consumption.

1. 緒 論

日本においても、近い将来、通信衛星や放送衛星等の大容量で、しかも、5年ないし10年の長い間作動

* 昭和47年12月7日原稿受理

** 工業技術院電子技術総合研究所

する商業衛星が実用化されるものと思われる。一つには、このような衛星を、月や太陽の引力、地球の重力場の歪み、太陽風等の外乱に対して、精度良く位置を保持すること、また、一つには、大容量の衛星を大型のロケットを開発することなく、経済的に静止軌道に打ち上げる方法が、電気ロケットを採用することにより可能で、これらについてのミッション解析が各国で真剣にとりくまれている^{13)~14)}。

イオン・エンジンを、単に深宇宙探査用に使用するだけでなく、地球に近い軌道での制御用として用いることも極めて興味深いものである。

第1報において、アルゴンを燃料とした電子衝撃型イオン・エンジンの基本的な特性について報告した¹⁵⁾。電気ロケットは、その性格上、燃料の消費は、従来の化学ロケットに比して十分に小さいが、その名の示すとおり、電力を必要とする。電力源には、太陽電池が適当と考えられるが、その効率から考えて、使用電力をいかに小さくするかということが、電気ロケットの生命線となる。

従来のロケットの制御法では、燃料消費を最小にすることが主題であったが、電気ロケットでは、比推力が桁違いに大きく、それよりは、むしろ、使用電力量を最小にする制御法がより重要と思われる¹⁶⁾。今回は、きびしい電力制限下において、いかにしてイオン・エンジンを最適に運転するかという問題を、三次元モデルを中心に述べる¹⁷⁾。

2. 記 号

- a : イオン・エンジン陽極半径
- D : イオン生成コスト
- E : 定常電力
- F : 推力
- J_B : ビーム電流
- J_P : プロペラント流
- k : 比例定数
- m : イオン質量
- $\dot{m}$: 単位時間当たりのプロペラント流量
- P : 全電力
- P_{beam} : ビーム電力
- $P_{const.}$: 定常電力
- $P_{dis.}$: 放電電力
- q : 電荷
- T : 1日当たりのインパルス
- t : 噴射時間
- V : 加速電圧
- W : 全電力量
- x : 実効グリッド間隔
- Δ : 変化量
- ε : 誘電率
- η_{ap} : グリッド開口率
- η_T : イオン・トランスミッション効率

3. 最適運転位置

電子衝撃型イオン・エンジンを運転するとき、以下

第1図 電子衝撃型イオン・エンジン断面図

に示す制限を満足する必要がある。

1) 空間電荷制限 イオン・エンジンの設計図を第1図に示す。この図で、二枚のグリッド間に電圧を印加して、引き出し得るイオン電流は、ちょうど、二極真空管の電子電流にあてはまる CHILD-LANGMUIR の法則に従う。

$$J_B = \frac{4\pi}{9} \cdot \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot \frac{V^{3/2}}{x^2} \cdot \eta_{ap} \cdot \pi a^2 \quad (1)$$

2) 絶縁破壊制限 第1図において、スクリーン・グリッドには、ほぼ正味の加速電圧がかかり、アクセラレータ・グリッドには、中和器からの電子の逆流を防ぐために負の電圧が印加される。このように、2枚のグリッド間には高電界が存在する。グリッド間は、ルビー・ボールで絶縁されてはいるが、プラズマが存在することから、絶縁破壊が起こりやすい。2,000 V/mm 以上の高電界は、現実的に印加することができず、これが電圧の制限となる。

$$V_{\max} = 2,000 \times x \quad (2)$$

3) 燃料制限 エンジンに供給するプロペラント

$$J_p = \frac{\dot{m}}{m} q \quad (3)$$

以上のビーム電流をエンジンはとることができない。

4) 電力量制限 イオン・エンジンが使う最大電力量は、衛星のもつ太陽電池の出力に依存する。一日当たり必要とする推力量を $T(=F \cdot t)$ とすると、それに要する電力量は、

$$\begin{aligned} W &= P \cdot t \\ &= (P_{\text{beam}} + P_{\text{dis}} + P_{\text{const}}) \cdot t \\ &= \frac{T \{ V \cdot J_B + D \cdot J_B / \eta_T + E \}}{\sqrt{2m/e} \cdot V \cdot J_B} \quad (4) \end{aligned}$$

で与えられ、この量は、決められた電力量以下でなければならない。

第(4)式で、電力量 W は、ビーム電流 J_B に対しては、単調減少、加速電圧 V に対しては、最小値を持ち、特に第2図、第3図、第4図は、電力量と加速電圧の関係を示したもので、加速電圧の高い場合、グリッド間距離 x 、定常電力 E を変化しても、あまり電力量に影響を及ぼさない。これら四種の制限下での運転領域を三次元モデルで、第5図に示す。この図で、 $A'B'E'O'$ は電力量制限をあらわし、エンジンは、この平面以下で運転しなくてはならない。すなわち、曲線 $D'H'G'B'$ を縁とする下に凸の曲面上が運転許容領域となる。直線 AB は、 $V = V_{\max}$ を示し、曲線 $O'H'F'C'$ は空間電荷制限で、また、直線 EB は、 $J_B = J_p$ の燃料制限を表わす。プラズマ境界面が固定していれば、 $H'F'C'$ が、運転可能な曲線となるこの曲線上において、電力量の最小点が存在する。

(4)式に(1)式を代入して

第2図 x 可変時の W - V 特性

第3図 E 可変時の W - V 特性

第4図 D 可変時の W - V 特性

第5図 三次元モデル

$$W = \frac{Tx^2}{\sqrt{2m/e}k} \left\{ k \frac{V^{5/2}}{x^2} + k \frac{DV^{3/2}}{\eta_T x^2} + E \right\} / V^2 \quad (5)$$

ここで

$$k = \frac{4\epsilon\eta_{ap}\pi a^2}{9\sqrt{m/2e}} \quad (6)$$

$$\frac{dW}{dV} = \frac{Tx^2}{k\sqrt{2m/e}} \left\{ k \frac{V^3}{2x^2} - k \frac{DV^2}{2\eta_T x^2} - 2EV\sqrt{V} \right\} / \sqrt{V^7} \quad (7)$$

$dW/dV=0$ で, W は, 極値を持つ.

ゆえに

$$k \frac{V^3}{2x^2} - k \frac{DV^2}{2\eta_T x^2} - 2EV\sqrt{V} = 0 \quad (8)$$

これを整理して

$$V^2 \left(V - \frac{D}{\eta_T} \right) = \frac{9\sqrt{m/2e}Ex^2\sqrt{V}}{\epsilon\eta_{ap}\pi a^2} \quad (9)$$

最適運転電圧は, (9)式の根として求まる. 第(9)式は, V に関する5次方程式であるが, 第6図に見るように意味のある根は, 一根のみである. イオン生成コスト D , 実効グリッド間距離 x を, それぞれ変化

第6図 5次方程式の解

第7図 最適運転地図

$W_{min} (WH/day)$

第8図 最小電力量

したときの電力量最小の位置を示したグラフを, 第7図に示す. たとえば, $x=1\text{ mm}$ で, $D=1,000\text{ eV/ion}$ $E=50\text{ W}$ が与えられているとき, 最適運転位置は, $V=1,640\text{ V}$, $J_B=235\text{ mA}$, となる. もちろん, 上述の 2), 3), 4) の制限が満たされているかぎり, CHILDの式で, $x=1\text{ mm}$ の曲線上の点はすべて運転可能であるが, 上の例は, その最適運転点をあらわす. 第(4)式が示すように, モデルの形は, T に独立である. 第8図は, $E=50\text{ W}$ において, それぞれの V , x , D に対する最小電力量値を図示したものである.

4. 制 御 法

3で述べた最小電力量に関するモデルを, イオン・エンジンの制御に応用する.

$$T = \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{V} J_B t \quad (10)$$

(10)式は, 制御変数として, 加速電圧, ビーム電流, 噴射時間の三種類が考えられることを示している. これから以後は, エンジンに何らかの変化が起こって, 推力レベルが変わった際の三種の制御法について述べる. エンジンは, 最初, V_0 , J_{B0} , D_0 , x_0 で与えられる最適運転位置にあるものとする.

1) 加速電圧の変化による制御 第9図(a)に示すように, ビーム電流が J_{B0} から, J_{B1} に変化して推力レベルが落ちた場合, これは, 第(1)式における x の変化, すなわち, イオン化室下流のプラズマ境界面が後退したと見ることがができる. 新しいプラズマ境界面で, 所要のインパルスを得るために, 加速電圧のみを変化させた場合,

第9図(a) 加速電圧の変化による補償 J_B - V 面 第9図(b) W - J_B 面 第9図(c) W - V 面

$$T = \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{V_0} J_{B0} t_0 = \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{V_1} J_{B1} t_0 \quad (11)$$

ここで $V_1 = V_0 + \Delta V$, $x_1 = x_0 + \Delta x$ とすると,
CHILD の式で

$$\frac{V_0}{x_0} = \frac{V_1}{x_1} = \frac{V_0 + \Delta V}{x_0 + \Delta x} \quad (12)$$

なる関係があることに注意して, 制御の前後の電力量
の変化を求めると

$$\begin{aligned} \Delta W_V &= W_1 - W_0 \\ &= \left[k \left(\frac{V_1^{5/2}}{x_1^2} - \frac{V_0^{5/2}}{x_0^2} \right) + k \frac{D_0}{\eta_T} \left(\frac{V_1^{3/2}}{x_1^2} - \frac{V_0^{3/2}}{x_0^2} \right) \right] t_0 \end{aligned} \quad (13)$$

整理して

$$\begin{aligned} \Delta W_V &= \frac{T(\sqrt{V_0 + \Delta V}^*}{\sqrt{2m/e}} \\ &\quad \frac{-\sqrt{V_0}(\sqrt{(V_0 + \Delta V)V_0} - D_0/\eta_T)}{\sqrt{(V_0 + \Delta V)V_0}} \end{aligned} \quad (14)$$

W - J_B 面, W - V 面における変化を第9図(b),
(c)に示す.

2) イオン化室のプラズマ密度を変化させる制御

プラズマ境界面の変化は, プラズマ境界面に入射して
くるイオン密度の増減と考えることができ, 第10図
の場合は, イオン化室での電離効率をあげるか, ある
いは, エンジンへの燃料供給量を増加することにより
補償が可能である. この際の変化は, イオン生成コス
ト D の変化として扱われる. 電力量の変化は

$$\Delta W_{dis} = k \frac{D_1 V_0^{3/2}}{x_0^2} t_0 - k \frac{D_0 V_0^{3/2}}{x_0^2} t_0 \quad (15)$$

整理して

第10図 イオン化室のプラズマ密度を変化させる
ことによる補償

第11図 噴射時間の変化による補償

第12図 制御法比較

$$\Delta W_{dis} = \frac{T(D_1 - D_0)}{\sqrt{2m/e} \sqrt{V_0}} \quad (16)$$

3) 噴射時間の制御 推力レベルが落ちた場合、それをそのままにして、噴射時間を延長する補償法である。この際の電力量変化は

$$\Delta W_t = E(t_1 - t_0) \quad (17)$$

第11図は、 $W-J_B$ 面での変化の様態を示す。

第12図は、 $W-J_B$ 面における電力量の比較であるが、この図にみる順序がいつも成立するのではなく種々の状況下で変化する。今2)の制御法において、イオン生成コストの変化は、電離効率と密接な関係を持ち、正確に定量化することがむずかしい。そこで、1), 3)の電力量変化 ΔW_v , ΔW_t がともに、 ΔW_{dis} に等しいと置いたときのイオン生成コストの変化 $\Delta D = D_1 - D_2$ を求め、それを指標にして、三種の制御法を比較することにする。

$$\Delta D_1 = \frac{\Delta W_v \sqrt{2m/e} \sqrt{V}}{T} \quad (18)$$

第13図 ΔW_v , ΔW_{dis} の比較 第14図 ΔW_t , ΔW_{dis} の比較

$$\Delta D_2 = \frac{\Delta W_t \sqrt{2m/e} \sqrt{V}}{T} \quad (19)$$

第13図は、縦軸 ΔD_1 、横軸 V として、 D を変化したときの曲線群で、この曲線より上の領域に、2)の制御でのイオン生成コスト D の変化量 ΔD があると、 $\Delta W_{dis} > \Delta W_v$ で、1)の加速電圧の変化による制御が、2)のイオン化室のプラズマ密度を変化させる制御より有利となる。曲線の下では、この関係が逆転する。また、第14図は、 $\Delta D_2 - V$ の関係を示したもので、 x を変化したときの曲線群である。この図にも、第13図と同様なことがいえ、 ΔW_t と ΔW_{dis} の比較をすることができる。第15図は、この2枚のグラフから合成したもので、領域は六通りに分けられる。各領域において一番電力量変化が小さいものが最

第15図 制御地図

第16図 加速電圧変化によるプラズマ境界位置の変化を考慮した場合

適な制御法といえる。この図にみる如く、制御法の優劣は固定したものではなく、状態に適応した制御をする必要がある。

以上の解析においては、推力レベルの変動を補償するための加速電圧の変化にともなうプラズマ境界面の挙動や、イオン生成コストの変化により、もはや、エンジンが最適運転位置において運転していないこと等を無視してきた。これからは、これらを考慮に入れたより詳細な解析を試みる。

第16図は、制御のために加速電圧を上昇したことにより、プラズマ境界面が、さらに、 $\Delta x'$ 変化し、実効的なグリッド間距離は、 $x_0 + \Delta x + \Delta x'$ となり、プラズマ境界面が後退したことを意味する。この変化のために、また推力レベルが維持されず、この変化分を補償するために、加速電圧を変化させる必要がでてくる。この繰り返しの続けて、境界面の変動をある許容レベル内に入るまで制御するものとする、 n 回後の x の微小変化分は、

$$\begin{aligned} \Delta x_n &= S(V_n - V_{n-1}) \\ &= \left(S \frac{V_0}{x_0}\right)^n (x_1 - x_0) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。ここで、 S は比例定数

今、 $(SV_0/x_0) < 1$ であれば(20)式の右辺は収束するが、たとえば、 $V_0 = 2,000 \text{ V}$ 、 $x_0 = 2 \text{ mm}$ であるとき、 $S > 10^{-6} \text{ mm/V}$ の場合は、発散して制御不能となる。

さきの2)の制御法において、イオン生成コスト D の変化は、第7図にみるように、最適運転位置が変わり、この状況下では、より消費電力量が小さい運転位置が存在し、第17図は、この変化の過程を J_B - V 面で示したものである。特に第18図は、 W - V 面での表示で、より W が小さい点への変化がはっきりとわかる。この最適運転位置への移行は、電圧の変化に

第17図 最適運転位置への遷移を含む制御 J_B - V 面 第18図 W - V 面

第19図 第17図においてプラズマ境界位置の変化を考慮した場合

より可能でこの電圧変化でプラズマ境界面が変化することも考慮した場合の制御過程は、第19図に示される。このような最適運転位置への制御は、電圧電流の変化のみならず、噴射時間も変化する。

第20図 噴射時間の変化を含む加速電圧変化による補償

第1表 各制御法の比較

	ΔW_V	ΔW_{dis}	ΔW_t
		放電電圧変化	燃料供給変化
燃料増減	無	無	有
燃料利用率変化	不変	不変	有
アクセル・グリッドの損傷	不変	不変	変化有
噴射時間変化	不変	不変	有
最適運転位置への遷移	可能	可能	
備考	プラズマ境界の変化を考慮した場合不安定となる可能性あり		簡便

第20図は、1)における制御が、加速電圧のみの制御で噴射時間は変えなかったのに対し、制御に噴射時間の変化をも許す場合のものである。すなわち、 $x_0 + \Delta x$ において、イオン生成コスト D_0 に対する最適点を第8図から求め、その点へ加速電圧を変化するものである。

第1表は、上述の考慮を含めた制御法の比較である。

5. 結 論

ここでは、電子衝撃型イオン・エンジンを、与えられたミッションに対し、最小の電力量で最適運転位置を明らかにし、制御法については、従来の流量制御のみがいつも最適な制御法ではなく、種々の状況下で、最適な方法が存在することを示した。ここでは、電力量を中心に解析したが、プロペラントについて

も、消費量を少なくすることはもちろん、これが、エンジンの寿命に密接な関係を持つことから、以後の解析には重要と思われる。

参考文献

- BOUCHER, R. A.: Electrical propulsion for control of stationary satellites, J. Spacecraft and Rockets, vol. 1, (1964) pp 164-175.
- MOLITOR, T. H.: Application of ion thrust motors in attitude and position control of satellites, Physics and Technology of Ion Motors, Gordon and Breach Publ. (1966).
- ANDERSON, J. R. and CYBULSKI, R. J.: Status and application of low thrust electric propulsion systems, AIAA paper 66-578.
- BARRET, C. C.: On the application of electric propulsion to satellite orbit adjustment and station keeping, AIAA paper 67-719.
- DUCK, K. I., BARTLETT, R. O. and SULLIBAN, R. J.: Evaluation of an ion propulsion systems for a synchronous spacecraft mission, AIAA paper 67-720.
- SHATTUCK, R. and SOHL, G.: Electric propulsion for satellite position and attitude control, AIAA paper 67-722.
- DAVISON, G. J.: Orbit expansion by microthrust part 1 description of results, RAE Tech. Rep. No. 67249 (1967).
- OPENSHAW, P. R.: Electric propulsion systems for European use, AIAA paper 69-274.
- GUNTHER, F. A.: Electrostatic propulsion and mission analysis in the Federal Republic of Germany, AIAA paper 69-288.
- CHILDS, G. W. and STOTT, D.: The orbital transfer of TV satellites by ion propulsion, Aero. J. Royal Aero. Soc., Vol. 74, (1970) pp 925-934.
- FREE, B. A.: Economic tradeoff studies for electric propulsion missions on communication satellites, AIAA paper 71-683.
- 上杉邦憲, 長友信人: 太陽熱ロケットにおける低推力飛しょう経路の最適化, 太陽電池のふく射による劣化を考慮して, 東大宇宙研報告, Vol 4, (1968) pp. 307-324.
- 山中龍夫, 吉村庄一: 電気推進による静止衛星への遷移に必要な姿勢制御, 昭和46年度宇宙航行の力学シンポジウム (1971) pp. 105-112.
- 中村嘉宏, 長友信人, 中村邦男, 工藤勲: 電子衝撃型イオン推進機と弾道飛行試験について, 経団連経済資料 No. 274 (1972) pp. 101-113.
- 工藤勲, 村上寛, 後関瑛一, 中山勝矢: 電子衝撃型イオン・エンジンに関する研究(1) 試作一号機に関する実験, 日本航宇誌, Vol. 19 (1971) pp. 43-52.
- KING, H. J.: private communication.
- KUDO, I., MURAKAMI, H. and NAKAYAMA, K.: Control of electron bombardment ion engine for stationary satellite, Proceedings of 9th International Symposium on Space Technology and Science (1971) pp. 99-106.