ヘリコプタ・ブレードのための動的制振器の解析*

Analysis of a Dynamic Vibration Absorber for Helicopter Blades

山本雄三**・安東茂典**・石垣裕嗣***
Yuzo YAMAMOTO, Shigenori ANDO and Hiroshi ISHIGAKI

Abstract

An analysis is presented for the Frahm-type blade-vibration-absorber (BVA) when the second flapwise bending natural circular frequency (ω_s) coincides with the three per revolution ($3Q$). The rate of change in ω_s with increasing the mass of BVA is drastic for the smaller mass ratio, but becomes mild for the larger one. For the purpose of comparison, the effect of a simply fixed weight is also investigated. The effect of BVA is much larger than that of the fixed weight for a same mass ratio in the both devices, if the mass ratio is reasonably small and if the station does not coincide with modal shape nodes.

1. 序 論

ヘリコプタ・ロータ・ブレードの回転中の固有円振動数のいくつかは、しばしば常用回転角速度の整数倍と一致する。一方ロータ・ブレードに作用する多くの力のなかには、種々の原因で回転数の整数倍の周期をもつものがある。そのため、減衰(たとえば空気力の)が十分でなければ、許容され得ないほどの振動レベルとなる。このような場合、固有振動数を僅かにずらせることが非常に効果的である。

文献 4) には、フラッピングの固有振動数を変えるための振子型の一装置の写真が掲載されている。また文献 3) には本装置("BVA")の効果が報告されている。筆者の 1 人がこの装置を知ったのはヒューズ・ヘリコプタ OH-6A を見たときである。しかしヒューズ社から本装置設計のための解析資料は入手されなかったので、"FRAHM の動吸振器"²⁾に属するものと推定しその解析方法を考案した。

その後他の 2 人がこれのディジタル・コンピュータによる数値計算法を工夫し、本報告書内に示すような成果を得た。

計算に際しては簡単のために、ロータ・ブレードは回転軸にリジッドに取りつけられた一様断面の片持ばりである、と仮定した。しかしこれらの仮定は本解析法の適用範囲を本質的に制限するものではない。

2 次の固有円振動数と、回転角速度の 3 倍が一致する場合について検討した。また振子の効果が卓越していることを示すために、単純付加質量についても計算した。

解析方法としては、既存の HOLZER-MYKLESTAD-LEONE¹⁾の方法を修正したものを用いた。

本報告で作製し使用した計算プログラムは僅かな修正によって非一様な実際のロータ・ブレードにも使用できる。

2. 主 な 記 号

A : 棒(ブレード)の断面積
 EI : 棒の曲げ剛性
 f_x : 分布荷重の x 方向成分
 f_z : 分布荷重の z 方向成分
 $f_{\text{均等}}$: 式(19)で定義される。
 g : 重力の加速度
 i, j, k : 回転座標軸 x, y, z 方向の単位ベクトル
 l : 棒の全長
 l_j : 棒の要素の長さ
 l_w : 振動数制御用振子の長さ
 m : 棒の全質量
 m_j : 棒の分割点に集中された質量
 m_w : 振子の質量
 M : 曲げモーメント
 n : 棒の分割数
 $p_m = m_w/m$
 $p_l = l_w/l$
 r : 位置ベクトル
 S : 剪断力
 T : 運動エネルギー
 t : 時間
 U : ポテンシャル・エネルギー
 $V_{\alpha S j}, V_{\alpha M j}, V_{z M j}, V_{z S j}, D_{z S j}, D_{z M j}$: 影響係数
 x : 回転軸からの、棒に沿った距離
 x_k, z_k : 振子取り付け位置
 z : ブレードの回転面外への変位
 α : ブレードのフラップ曲げ勾配 rad
 θ : 振子の鉛直面からの傾き rad
 ρ : 棒の質量密度

* 昭和 47 年 12 月 8 日 原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科

*** 日立造船株式会社

Ω : ロータの回転角速度 rad/sec
 ω : 系の固有円振動数 rad/sec
 ω' : 同上, ただし付加物があるとき rad/sec
 ω_w : 振子の非連成固有円振動数 rad/sec
 Ψ : ブレードの方位角
 δ : ブレード先端における変位
 φ : ブレード先端の傾斜角 rad
 その他
 $\bar{x} = x/l_i$
 $\bar{\Omega} = \Omega/\sqrt{EI/m_i l_i^3}$
 $\bar{\omega} = \omega/\sqrt{EI/m_i l_i^3}$

() : 複素振幅

i : $e^{i\omega t}$ として現われたものは $\sqrt{-1}$, そうでない場合には第 i 番目の分割 station を表わす。

3. HOLZER-MYKLESTAD-LEONE の方法

本報告で用いられる理論は振子をもつ場合 文献 1) のそれを拡張したものである。文献 1) の方法は Holzer-Myklestad 法の系統に属するから Holzer-Myklestad-Leone (HML) 法と以下略称する。しかし文献 1) で用いられた記号は体系的に整理されていず、憶えにくい。それで本論文では、まずこの点を改善するために、全面的に書き直すことにする*。

第1図 棒の分割と座標

第2図 棒の分割と質量の集中

第1図に示すように棒を有限個 (n) に分割する。分割点に番号をつけ、自由端より順次 1, 2, ..., n , $n+1$ とする。点 j と $j+1$ で分けられた部分について、勾配 α と垂直変位 z は次のように表わされる。

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j - S_j V_{\alpha S_j} - \bar{M}_j V_{\alpha M_j} \quad (1)$$

$$z_{j+1} = z_j - l_j \alpha_{j+1} - S_j D_{z S_j} - M_j D_{z M_j} \quad (2)$$

$$\text{ただし } l_j \equiv x_j - x_{j+1} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\alpha S_j} &= l_j^2/2(EI)_j, \quad V_{\alpha M_j} = l_j/(EI)_j \\ D_{z S_j} &= l_j^3/3(EI)_j, \quad D_{z M_j} = l_j^2/2(EI)_j \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$V_{\alpha S_j}$, $V_{\alpha M_j}$, $D_{z S_j}$, $D_{z M_j}$ は影響係数であるが、点 j と $j+1$ の間における曲げ剛性の平均値, $(EI)_j$ を用いて定義される。

式 (1) を (2) へ代入して

$$z_{j+1} = z_j - l_j \alpha_j + S_j V_{z S_j} + M_j V_{z M_j} \quad (5)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} V_{z S_j} &= l_j V_{\alpha S_j} - D_{z S_j} = l_j^3/6(EI)_j \\ V_{z M_j} &= l_j V_{\alpha M_j} - D_{z M_j} = l_j^2/2(EI)_j \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$j, j+1$ 間の質量は 2 分し、点 j と $j+1$ に振り分けるものとする。かくして j 点に質量 m_j があるとすると、

$$(f_z)_j = m_j x_j \Omega^2 \quad (7)$$

$$(f_z)_j = -m_j \ddot{z}_j \quad (8)$$

点 $j+1$ に生ずる剪断 S_{j+1} は

$$\begin{aligned} S_{j+1} &= \sum_{i=1}^j [(f_z)_i \cos \alpha_{j+1} - (f_z)_i \sin \alpha_{j+1}] \\ &\equiv \sum_{i=1}^j [(f_z)_i - (f_z)_i \alpha_{j+1}] \end{aligned} \quad (9)$$

同様に曲げモーメント M_{j+1} は

$$M_{j+1} = \sum_{i=1}^j [(f_z)_i (x_i - x_{j+1}) - (f_z)_i (z_i - z_{j+1})] \quad (10)$$

あるいは、

$$S_{j+1} = \sum_{i=1}^j [-m_i \ddot{z}_i - m_i x_i \alpha_{j+1} \Omega^2] \quad (11)$$

$$M_{j+1} = \sum_{i=1}^j [-m_i \ddot{z}_i (x_i - x_{j+1}) - m_i x_i \Omega^2 (z_i - z_{j+1})] \quad (12)$$

さて、未知の角振動数を ω とすると、

$$\left. \begin{aligned} z_j &= \bar{z}_j e^{i\omega t}, \quad \alpha_j = \bar{\alpha}_j e^{i\omega t} \\ S_j &= \bar{S}_j e^{i\omega t}, \quad \bar{M}_j = \bar{M}_j e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

と書くことができる。ただし () は複素振幅を意味する (共役複素数の意味はない)。式 (13) を式 (1), (5), (11), (12) へ代入すれば、

$$\bar{\alpha}_{j+1} = \bar{\alpha}_j - \bar{S}_j V_{\alpha S_j} - \bar{M}_j V_{\alpha M_j} \quad (14)$$

$$\bar{z}_{j+1} = \bar{z}_j - l_j \bar{\alpha}_{j+1} + \bar{S}_j V_{z S_j} + \bar{M}_j V_{z M_j} \quad (15)$$

$$\bar{S}_{j+1} = + \sum_{i=1}^j m_i \omega^2 \bar{z}_i - \bar{\alpha}_{j+1} \sum_{i=1}^j m_i x_i \Omega^2 \quad (16)$$

$$\bar{M}_{j+1} = \sum_{i=1}^j m_i \omega^2 \bar{z}_i (x_i - x_{j+1})$$

* ただし本報告で不必要な空気力などは省略する。

$$-\sum_{i=1}^j m_i x_i \Omega^2 (\bar{z}_i - \bar{z}_{j+1}) \quad (17)$$

今もし $\bar{\alpha}_j, \bar{z}_j, \bar{S}_j, \bar{M}_j$ が既知であるとすれば, (14), (15) から $\bar{\alpha}_{j+1}, \bar{z}_{j+1}$ が求められ, 次いでこれを(16), (17)に入れると $\bar{S}_{j+1}, \bar{M}_{j+1}$ が求められる. したがって $\bar{\alpha}_1, \bar{z}_1, \bar{S}_1, \bar{M}_1$ が与えられれば, ルートまでの全物理量が求められる. 先端で境界条件が2つあるから, 4つのうちの2つ, たとえば $\bar{\alpha}_1, \bar{z}_1$ が自由に与えられる. そのとき, あらゆる場所における物理量は $\bar{\alpha}_1$ と $\bar{z}_1$ の1次結合で表わされる.

$$\bar{\alpha}_1 \equiv \bar{\varphi}, \quad \bar{z}_1 \equiv \bar{\delta} \quad (18)$$

とおくと,

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_j &= \bar{\varphi} f_{\alpha\varphi j} - \bar{\delta} f_{\alpha\delta j} \\ \bar{z}_j &= -\bar{\varphi} f_{z\varphi j} + \bar{\delta} f_{z\delta j} \\ \bar{S}_j &= -\bar{\varphi} f_{s\varphi j} + \bar{\delta} f_{s\delta j} \\ \bar{M}_j &= -\bar{\varphi} f_{m\varphi j} + \bar{\delta} f_{m\delta j} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで $f_{\square\square}$ は ω^2 に依存する. 式(19)を式(14)~(17)に入れ, 両辺の $\bar{\varphi}$ と $\bar{\delta}$ の係数を等置すると,

$$f_{\alpha\square(j+1)} = f_{\alpha\square j} + V_{\alpha s j} f_{s\square j} + V_{\alpha m j} f_{m\square j} \quad (20)$$

$$f_{z\square(j+1)} = f_{z\square j} + l_j f_{\alpha\square j} + V_{z s j} f_{s\square j} + V_{z m j} f_{m\square j} \quad (21)$$

$$f_{s\square(j+1)} = \sum_{i=1}^{j+1} m_i f_{z\square i} \omega^2 + f_{\alpha\square(j+1)} \sum_{i=1}^{j+1} m_i x_i \Omega^2 \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{m\square(j+1)} &= \sum_{i=1}^{j+1} m_i (x_i - x_{j+1}) f_{z\square i} \omega^2 \\ &\quad - \sum_{i=1}^{j+1} m_i x_i (f_{z\square i} - f_{z\square(j+1)}) \Omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし上式で f の添字口中にはまず最初は全て φ を入れる, 次いですべてに δ を入れる. これらは式(19)中の δ の $f_{\square\square}$ を決定するための漸化式を提供する.

したがって初期値として $j=1$ における $f_{\square\square 1}$ 値を与える必要がある. 式(16), (17), (18)と(19)より

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= \bar{\varphi} = \bar{\varphi} f_{\alpha\varphi 1} - \bar{\delta} f_{\alpha\delta 1} \rightarrow f_{\alpha\varphi 1} = 1, \quad f_{\alpha\delta 1} = 0 \\ \bar{z}_1 &= \bar{\delta} = -\bar{\varphi} f_{z\varphi 1} + \bar{\delta} f_{z\delta 1} \rightarrow f_{z\varphi 1} = 0, \quad f_{z\delta 1} = 1 \\ \bar{S}_1 &= m_1 \bar{z}_1 \omega^2 - \bar{\alpha}_1 m_1 x_1 \Omega^2 = -\bar{\varphi} m_1 x_1 \Omega^2 + \bar{\delta} m_1 \omega^2 \\ &= -\bar{\varphi} f_{s\varphi 1} + \bar{\delta} f_{s\delta 1} \rightarrow f_{s\varphi 1} = m_1 x_1 \Omega^2 \\ &\quad f_{s\delta 1} = m_1 \omega^2 \end{aligned}$$

$$\bar{M}_1 = 0 = -\bar{\varphi} f_{m\varphi 1} + \bar{\delta} f_{m\delta 1} \rightarrow f_{m\varphi 1} = f_{m\delta 1} = 0$$

結局

$$\left. \begin{aligned} f_{\alpha\varphi 1} &= 1, \quad f_{\alpha\delta 1} = 0 \\ f_{z\varphi 1} &= 0, \quad f_{z\delta 1} = 1 \\ f_{s\varphi 1} &= m_1 x_1 \Omega^2, \quad f_{s\delta 1} = m_1 \omega^2 \\ f_{m\varphi 1} &= 0, \quad f_{m\delta 1} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ω^2 を仮定し式(24)により初期値を求める. 次いで式(20)~(23)により計算を進め, ルートにおける $f_{\square\square(n+1)}$ に達する. これを(19)式に入れると $\bar{\alpha}_{n+1}, \bar{z}_{n+1}, \bar{S}_{n+1}, \bar{M}_{n+1}$ が得られる. ルートでは2つの境界条件がある. たとえばリジッド支持であれば,

第3図 棒につけられた振子とその座標

$$\bar{\alpha}_{n+1} = \bar{z}_{n+1} = 0 \quad (25)$$

これはもしも $\bar{\varphi}, \bar{\delta}$ の両方がゼロでないとき,

$$\text{Det}(\omega^2) = \begin{vmatrix} f_{\alpha\varphi(n+1)}, & -f_{\alpha\delta(n+1)} \\ -f_{z\varphi(n+1)}, & f_{z\delta(n+1)} \end{vmatrix} \quad (26)$$

の成立を要求する. 任意に仮定した ω^2 では一般には式(26)は成立しない. 式(26)を成立させるような ω が求めようとしている固有円振動数である.

4. 振子を加えた HOLZER-MYKLESTAD-LEONE の方法

4.1 振動数制御振子の運動方程式 振動数制御振子は, ブレードとその回転軸を含む垂直面内で揺動できるものとする. 振子の長さを l_w , 質量を m_w とし, これがブレードの静止状態で点 $(x_{k0}, 0)$ に取り付けられているとする.

$0-x_1y_1z_1$: 空間に固定された座標系

$0-xyz$: 回転座標系

とすると,

$$(x_1, y_1, z_1)^t = A(x, y, z)^t \quad (27)$$

ここで

$$\begin{aligned} ()^t &= \text{マトリクス } () \text{ の転換} \\ A &= \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

振子の重心を回転座標で表わすと,

$$\begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} = r_w = \begin{pmatrix} x_{k0} + l_w \sin\theta - \frac{1}{2} \int_0^{x_k} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx \\ 0 \\ z_k - l_w \cos\theta \end{pmatrix} \quad (29)$$

よって絶対速度 $\dot{r}_{1w}$ は,

$$\dot{r}_{1w} = \frac{d}{dt}(Ar_w) = \dot{A}r_w + A\dot{r}_w \quad (30)$$

絶対速度の2乗は

$$\begin{aligned} |\dot{r}_{1w}|^2 &= (\dot{A}r_w + A\dot{r}_w)^t \cdot (\dot{A}r_w + A\dot{r}_w) \\ &= \dot{r}_w^t A^t \dot{A} r_w + r_w^t \dot{A}^t \dot{A} r_w + 2r_w^t \dot{A}^t A \dot{r}_w \end{aligned}$$

$$= (\dot{x}_w^2 + \dot{y}_w^2 + \dot{z}_w^2) + \Omega^2(x_w^2 + y_w^2) + 2\Omega(x_w \dot{y}_w - y_w \dot{x}_w)$$

しかし $y_w = \dot{y}_w = 0$ だから振子の運動エネルギーは、

$$T_w = 1/2 m_w |\dot{\mathbf{r}}_w|^2 = 1/2 m_w [(\dot{x}_w^2 + \dot{z}_w^2) + \Omega^2 x_w^2] \quad (32)$$

これから振子に作用する慣性力の x, z 成分として、

$$\left. \begin{aligned} -\left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_w}{\partial \dot{x}_w} \right) - \frac{\partial T_w}{\partial x_w} \right] &= -m_w \ddot{x}_w + m_w \Omega^2 x_w \\ -\left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_w}{\partial \dot{z}_w} \right) - \frac{\partial T_w}{\partial z_w} \right] &= -m_w \ddot{z}_w \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

したがって振子がブレードに及ぼす慣性力を $\Delta f_x, \Delta f_z$ とすると

$$\begin{aligned} \Delta f_x &= -m_w (\ddot{x}_w - \Omega^2 x_w) \\ &= -m_w [l_w \ddot{\theta} \cos \theta - \Omega^2 (x_{k0} + l_w \sin \theta)] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\Delta f_z = -m \ddot{z}_w = -m_w (\ddot{z}_k + l_w \ddot{\theta} \sin \theta) \quad (35)$$

Δf_x 中で $-\frac{1}{2} \int_0^{x_k} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx$ は2次の微小量なので省略できる。

次に振子の θ -自由度運動方程式を導びく。これは重力ポテンシャル $U_w = m_w z_w g$ をも考え LAGRANGE の運動方程式から求める。

$$\begin{aligned} T_w &= \frac{1}{2} m_w \left[(l_w \dot{\theta} \cos \theta - \frac{d}{dt} \int_0^{x_k} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx)^2 \right. \\ &\quad \left. + (\dot{z}_k + l_w \dot{\theta} \sin \theta)^2 + \Omega^2 (x_{k0} + l_w \sin \theta)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \int_0^{x_k} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx \right] \end{aligned}$$

$$U_w = m_w g (z_k - l_w \cos \theta)$$

これから

$$\left[\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial}{\partial \theta} \right] (T_w - U_w) = 0 \quad (36)$$

をつくると

$$m_w l_w [l_w \ddot{\theta} + \ddot{z}_k \sin \theta - \Omega^2 (x_{k0} + l_w \sin \theta) \cos \theta + g \sin \theta] = 0 \quad (37)$$

振子の平衡位置 θ_0 は

$$\tan \theta_0 = \frac{\Omega^2}{g} (x_{k0} + l_w \sin \theta_0) \quad (38)$$

で与えられる。 θ の θ_0 まわりの微小攪乱 $\Delta \theta$ を求め、 $\Delta \theta$ の2次以上を無視すると

$$l_w (\Delta \ddot{\theta}) + \Omega^2 \left\{ \frac{x_k}{\sin \theta_0} + l_w \sin^2 \theta_0 \right\} \Delta \theta + \ddot{z}_k \sin \theta_0 = 0 \quad (39)$$

この式を $\Delta \theta$ に関する強制振動の式と見なす。

$$\Delta \theta = \bar{\Delta \theta} e^{i\omega t}, \quad \ddot{z}_k = \bar{\ddot{z}}_k e^{i\omega t} \quad (40)$$

とおくと

$$\bar{\Delta \theta} = l_w \frac{\bar{\ddot{z}}_k \sin \theta_0}{\left(\frac{\omega_w^2}{\omega^2} - 1 \right)} \quad (41)$$

$$\omega_w^2 \equiv \Omega^2 \left(\sin^2 \theta_0 + \frac{x_{k0}}{l_w} \frac{1}{\sin \theta_0} \right) \quad (42)$$

4.2 振子を含むよう拡張された HML 法

4.2.1 振動数制御振子を含む基本関係式

この場合、式(7)、(8)で与えられる f_x, f_z には式(34)、

(35)による修正が必要である。すなわち、

$$(f_x)_j = m_j x_j \Omega^2 - \delta(x_j, x_k) m_w [l_w \ddot{\theta} \cos \theta - \Omega^2 (x_{k0} + l_w \sin \theta)] \quad (43)$$

$$(f_z)_j = -m_j \ddot{z}_j - \delta(x_j, x_k) m_w (\ddot{z}_k + l_w \ddot{\theta} \sin \theta) \quad (44)$$

ここで

$$\delta(x_j, x_k) = \begin{cases} 1, & x_j = x_k \text{ のとき} \\ 0, & x_j \neq x_k \text{ のとき} \end{cases}$$

ところが式(9)、(10)を見てわかるように、 f_x には一次微小量が乗せられる。よって式(43)中の $\ddot{\theta}$ は無視してよい。結局

$$(f_x)_j = m_j x_j \Omega^2 \quad (45)$$

$$(f_z)_j = m_j z_j \omega^2 \quad (46)$$

ただし

$$m_{xj} \equiv m_j + \delta(x_j, x_k) m_w \left(1 + \frac{l_w \sin \theta_0}{x_k} \right) \quad (47)$$

$$m_{zj} \equiv m_j + \delta(x_j, x_k) m_w \left[1 + \frac{\sin^2 \theta_0}{\left(\frac{\omega_w}{\omega} \right)^2 - 1} \right] \quad (48)$$

もしも $\omega \equiv \omega_w$ であれば $m_z(x=x_k)$ は非常に大きくなる。したがって固有振動数は著しく変化するのであると期待される。これが振動数制御振子のねらいである。

第3節で述べた本来の HML 法は、 m_j の代わりに、式(47)、(48)で定義された m_{xj}, m_{zj} を用いること以外、全く変わらない。したがって、式(20)、(21)は不変、式(22)、(23)は次のようになる；

$$f_{S \square(j+1)} = \sum_{i=1}^{j+1} m_{zi} f_{z \square i} \omega^2 + f_{a \square(j+1)} \sum_{i=1}^{j+1} m_{xi} x_i \Omega^2 \quad (49)$$

$$\begin{aligned} f_{M \square(j+1)} &= \sum_{i=1}^j m_{xi} (x_i - x_{j+1}) f_{z \square i} \omega^2 \\ &\quad - \sum_{i=1}^{j+1} m_{zi} x_i (f_{z \square i} - f_{z \square(j+1)}) \Omega^2 \end{aligned} \quad (50)$$

また式(24)において $f_{s \square 1}, f_{z \square 1}$ のみは次のように改められる。

$$f_{s \square 1} = m_{x1} x_1 \Omega^2, \quad f_{z \square 1} = m_{z1} \omega^2 \quad (51)$$

4.2.2 数値計算の方法

数値計算の方法は第3節の終わりで述べたものと変わらない。すなわち、ある適当に小さい ω^2 から計算を始めだんだん増してゆく。各 ω^2 について、式(26)で与えられる $\text{Det}(\omega^2)$ が得られる。この $\text{Det}(\omega^2)$ の絶対値が十分小さくなるような ω^2 の値、 $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \dots$ を

$$\omega_1^2 < \omega_2^2 < \omega_3^2 < \dots$$

の順に並べる。 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ はそれぞれ第 1, 2, 3, ... 次の固有振動数である。

4.2.3 選ばれた計算例 母体としてのブレードは一樣とした。しかし用いられたコンピュータ・プログラムを実際のヘリコプタ・ブレードのような非一樣な場合へ変更することはきわめて容易である。

またルートは回転中心へ片持ち梁として取り付けられているとした。これをたとえばフラッピング・ヒンジ・オフセットのある場合へ変更することも簡単である。

計算 case は、

① まず振子なし、非回転の場合について、分割数を変じて計算し、誤差が十分小さくなる分割数を探索する。

② 次に、①で選ばれた適当な分割数を用いて回転中の固有振動数を求める。計算は次の各場合について行なう；

母体ブレード

単に1質量を付加されたブレード

振子付きブレード

後の2つの場合、質量または振子の取り付け位置変化の効果、母体ブレードに対する質量比変化の効果調べる。振子の非連成固有振動数 ω_w は、母体ブレードの回転時の2次曲げ固有振動数に等しく選んだ。

5. 計算結果

5.1 本計算に用いられた基本常数

次の値を用いた；

$$g=9.80665 \text{ m/sec}^2$$

$$lt=4 \text{ m}$$

$$g/lt=2.45166/\text{sec}^2$$

$$\rho A l t^4/EI=0.299516 \text{ sec}^2$$

5.2 ブレード分割数と計算精度の関係 ブレード分割数と計算精度の関係を調べるため、回転のない一樣片持ち梁について、分割数を変えて計算を行なった。分割の方法は等分割。厳密解析解との比較より、第4図に示す分割数と誤差の関係を得た。われわれは、以後の計算においては合理的分割数 $n=50$ を用いることにした。

5.3 設計振動数の決定 一樣棒に回転を与えたときの固有振動数を計算し、第5図の結果を得た。これを見ると、2次の固有円振動数と $3\bar{\Omega}$ が次の値において一致している。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Omega} &= 13.812 \\ \bar{\omega}_2 &= 3\bar{\Omega} = 41.44 \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

この回転角速度における振動のモード形状の計算結果を第6図に示す。

5.4 単純付加質量の効果 次に振子の効果と比較するため、単純付加質量を1個つけた場合を計算し

第4図 一樣片持ち (非回転) の固有振動数の計算誤差と分割数の関係

第5図 付加物なし、一樣ブレードの $\bar{\omega}$ vs $\bar{\Omega}$

第6図 付加物なし、一様ブレードのモード形状

第7図 付加質量の取り付け位置による、振動数の変化
 ω, ω' はそれぞれ付加質量の取り付け前後の振動数

た。第7図には $\bar{Q}=13.812$ で5%質量比の付加質量の取り付け位置を変化した場合の計算結果を示す。これによって、振動の節に付加質量があるときは、遠心力硬化作用*のため、振動数が高くなるが、腹に取り付けたときは、硬化作用にまさる慣性効果のため、振動数が低下する現象が見いだされた。

5.5 振子の効果

(1) “基準条件 (設計点)” での効果

本報告では、次の値を、便宜上基準条件とする**。

$$\left. \begin{aligned} x_k &= 0.22 lt, \quad p_m = 0.05 \\ \bar{\omega}_w &= 41.44 = 3\bar{Q} \\ \bar{Q} &= 13.812 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

この場合に、固有振動数の変化率、 p_I, θ_0 に関して次の値を得た。

この場合の Det (式(26)参照) vs. $\bar{\omega}$ を第8図に示す。比較のためにまた付加物なし一様ブレードのそれも含

* 一般に棒の軸方向に加えられた張力 (圧縮力) は曲げの固有振動数を上 (下) げる。したがって遠心力そのものは固有振動数を増大させる。

** 常用回転数 $\bar{Q}=13.812$ で、 ω_s と $3\bar{Q}$ が一致した場合を想定している。

	固有円振動数 ($\bar{\omega}'$)	変化率 ($\frac{\omega' - \omega}{\omega}$)
1 次	14.967	-0.0002635
2 次 (-)	38.006	-0.08281
2 次 (+)	44.450	0.07270
3 次	85.716	0.01232

$$p_I = 0.0275, \quad \theta_0 = 89.11 \text{ (degree)}$$

第8図 振子付きの Det vs. $\bar{\omega}$ の一例

第9図 振子付きブレードのモード、形状

まれている。振子の固有振動数を、付加物なしの2次の固有振動数に合わせることによって、2次の固有振動数は2個に分解する。モード形状を第9図に示す。

(2) 種々のパラメータの効果

▶ 振子の取り付け位置 x_k のみを変化させ、第10図に示す結果をえた。これより振動の腹につけた場合が効果的で、節につけた場合は、効果がほとんどなくなることがわかる。また、2次の振動数について、単純付加質量との比較を、第11図に示す。これより、振子の方が単純付加質量より効果的であることがわかる。

▶ 振子の質量比のみを変化させる計算を行ない、第12図に示す結果を得た。振子の質量が小さい場合、質量の僅かの増大も非常に効果的であるが、反面むやみに質量を増大しても、意味がないことがわかる。

▶ ω_w のみを変化させる計算を行ない、第13図に示す結果を得た。2次(+), 2次(-)双方ともが付加物な

しの2次の振動数から、離れるべきであるという見解から、同図(b)のように書きあらためた。本図より付加物なしの2次の固有振動数に非常に近い ω_w において、振子の効果がピークをなすことがわかる。

▶ 最後に“基準条件”のうち

$$x_k = 0.22 lt$$

$$p_1 = 0.0275, p_m = 0.05$$

は保持し、 Ω のみを変化した計算を行ない第14図に示す結果を得た。2次(+)と 3Ω の交点は、現われず、2次(-)と 3Ω の交点は大幅に回転角速度の減少したところに移動している。これは振子が、常用回転数での、固有円振動数と、回転角速度の整数倍の一致を防ぐのに、有効な手段であることを示している。

第13図(b) ω_w による2次振動数の変化の絶対値 第14図 振子つきの場合の $\tilde{\omega}$ vs. $\tilde{\Omega}$

5.6 計算時間 最後に、本計算のため、名古屋大学 FACOM 230-60 を使用した。計算時間は、1次、2次(-)、2次(+)、3次の固有振動数をうるのに約10秒を要する程度である。

6. 結 論

ヘリコプタ・ロータのブレードの理想化されたものとして、回転軸に垂直にリジッドに取りつけられた一様棒を考えた。これのフラッピングの固有振動数をずらせる手段として FRAHM の動吸振器 (振子) が効果的であることを示すために、いくつかの計算を行なった。その結果、

(1) 振子の効果を最大にするためには、その固有振動数を、振子付加前のブレードの固有振動数の近くにおく必要がある。

(2) 1つの振子は1つの振動数の変更に対してのみ有効で、その振動数を2つに分解する。

(3) 振子取り付け位置に関しては振動形の節より遠いところが効果的である。節につけると単純付加質量と同じとなり、かつ遠心力硬化作用のみを呈する。

(4) 振子とブレードの質量化に関しては、さほど大きい値を必要としない。一方単純付加質量の効果はほぼ質量比に比例するので、小さい質量比では前者は後者の数倍の効果を示す。

謝辞: 本研究の発表に対し、種々のご好意ある配慮ならびに有益なご教示を賜った川崎重工航空機事業部の高島勢記部長に厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) LEONE, P. F.; "Theory of Rotor Blade Uncoupled Flap Bending Aero-Elastic Vibrations", Presented at The 10th. Annual National Forum of The American Helicopter Society, 1954.
- 2) DEN HARTOG, J. P.; "Mechanical Vibrations", Mc Graw-Hill, New York, 1956, p. 87~91.
- 3) 永津貞介: "リジッド・ロータ・ヘリコプタの国産開発について", "日本航空宇宙学会誌", 第19巻, 第207号, 1971.
- 4) 航空情報, 1968年9月, p. 16~17

太陽帆を用いた宇宙船の軌道特性と最適操舵*

Orbital Characteristics of Solar Sailers

松 尾 弘 毅**
Hiroki MATSUO

Abstract

Trajectories of the solar sailers which fall inward to the sun, starting from the earth orbit,

* 昭和47年11月14日 原稿受理

** 東京大学宇宙航空研究所