実験力学の諸手法と有限要素法*

Various Methods in Experimental Mechanics and Finite Element Method

河 田 幸 三**
KOZO KAWATA

1. ま え が き

TURNER, CLOUGH, MARTIN および TOPP の米航空学会での論文 "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures", J. Aero. Soc., 23 (1956), 805-823. 以来, 有限要素法 (Finite Element Method) の発展は著しい. 構造力学, 連続体力学をはじめ熱および流体力学など応用力学のあらゆる分野に新風を吹きこんだことは明らかである⁵⁾.

一方, 光弾性, 特に応力凍結法による三次元光弾性, 光弾性皮膜法による実物弾塑性解析, 高速光弾性解析; 抵抗線歪み計を主体とする歪み計; モアレ法 X 線法, 銅めっき法, ホログラフィーその他数々の手法よりなる実験力学 (Experimental Mechanics) の諸分野も亦, 応力, 歪み解析はじめ, 力学的挙動の解析に重要な役割を果たしている¹⁾⁻³⁾.

この両者の各々得意とするのはどの点か, どのような仕事の分担が適切であるかは最近の大変興味ある問題といえよう. 本特集号に収載の一連の講義および座談会要旨はこの主題について諸種の角度から検討を加えようというものである.

この方面の議論は従来も若干なされた. 機械工学年鑑 (日本機械学会, 1970), 27 を引用してみよう. 3. 材料力学の中, 3.2.3(a) 実験的応力およびひずみ解析 (河田幸三) の項であるが, "昭和 44 年末現在, 実験力学の横綱は依然電氣的ひずみ計と光弾性で, モアレが大関に上昇, MDI 分野の Stress Wave 法は気鋭の新入幕といえる. 注目を要する点は (1) 有限要素法の進展で, 実験力学の担当分野は変わるかという問題である. 昭和 44 年秋 SESA 会長 C. E. TAYLOR (イリノイ大), A. S. KOBAYASHI (ワシントン大), 両教授, わが国の西田, 大井両教授と討議した際, 計算機容量の限界によるが, 実験力学の先端的な分野はたえず要求され, 保守的な二次元光弾性および回転対称三次元弾性のある部分は同法で置換えられるだろうとの結論に達した" と述べてある.

また ARGYRIS 教授の思切った意見も紹介されている. (宮本博: 材料の構造解析と有限要素法, 日本航空宇宙学会誌, 20-218 (1972/3), 130) すなわち, "もはや光弾性は有限要素法にとって代われ, 不用となった…". さらに, この後に, VEUBEKE, KOITER, 宮本各教授や OLLERTON 博士の "それは行過ぎではないか. 3 次元の応力, 歪み分布を求める手段として, かつては光弾性実験が唯一の手段であったが, 今や我々は光弾性と FEM という二つの手段をもつ. そして FEM のみによっては正解の上, 下界をはさむことができない現在, 我々は一方によって得られた結果を他方で確かめるのがより一層良心的であろう" という意見が紹介されている.

筆者は, 光弾性特に応力凍結法や皮膜法弾塑性解析 (実物), 高速 (または動的) 光弾性解析には familiar であり, また FEM による弾塑性解析も, ここ 2~3 年のことであるが実例について当たってみた. これらの経験をもとにして, 以下若干の意見を申述べたい.

2. 実験力学の諸手法の概観

実験力学の分野は広汎でこの紙面で詳細を尽すことはとてもできないが, 各々の手法の特徴を概観してみる.

2.1 抵抗線ひずみ計

$$\Delta R/R = K \cdot \varepsilon$$

R : 金属線の電気抵抗, K : ひずみ感度, $\varepsilon = \Delta L/L$, L : もとの長さ, の関係にもとづく. 特徴は,

- point by point
- 主として表面
- 歪み ε_0
- ロゼット解析——平面応力の解析に 3 方向の歪みを知る必要がある. ロゼット・ゲージを用いる.
- 動的に強い. 高周波または衝撃歪みに対する応答

第 1 図 衝撃歪みに対する応答⁴⁾

* 昭和 48 年 11 月 15 日原稿受理

** 東京大学宇宙航空研究所

立ち上がり時間 τ_r (ステップ高さの10%から90%に達するに要する時間) $< 0.8 l/c + 0.5 \mu s$

l : ゲージ長, c : 弾性波速度

2.2 光弾性

◦ ポリマーの光弾性効果の利用: Brewster 則

$$\Delta n = ct(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Δn : 主屈折率差, c : 応力感度, t : 光路程,

$\sigma_1 - \sigma_2$: 主応力差

工学的表現では,

$$N = \alpha(\sigma_1 - \sigma_2)t$$

N : 等色線次数, α : 光弾性感度 (mm/kg)

N, α, t から $(\sigma_1 - \sigma_2)$ が求められる.

主応力の分析にはさらに等傾線データ ϕ を要するが, 自由境界では $(\sigma_1 - \sigma_2)$ より直接各個の値が求められる.

◦ 領域ごと, 連続的

◦ 応力, 歪み分布の完全解析ができる.

i) 未知応力分布の解明

ii) 理論解の検定

iii) 設計, 形状の系統的変化 → 応力分布の最適化

◦ 分類 () は独自の特徴を発揮するもの

a) モデル光弾性

N : 主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ } 主応力分析

ϕ : 主応力方向 } (剪断応力差積分法)

◦ 2次元光弾性, 平行光透過法——2次元弾性応力分布.

{ 静的
動的—— 高速光弾性 }

◦ 3次元光弾性 { 応力凍結法——スライス
常温法 { 平行光透過法
収束光法
散乱光法 } }

対称の有無に拘らぬ3次元弾性応力分布

精度: ポアソン比 $\nu = 0.5$ のときの値

分割 無限小まで可能 { 外挿
逐次削りおとし法 }

b) モデル光塑性, モデル光流性

c) 実物 光弾性皮膜法 { 弾性……皮膜感度やや不十分
弾塑性…解析解ほとんどない. 皮膜感度十分. }

皮膜法光弾性法則 (この場合は, strain-optic law)

$$N = \frac{\alpha d E}{1 + \mu} (\epsilon_1' - \epsilon_2') = d \beta' (\epsilon_1' - \epsilon_2')$$

d : 光路程 (垂直入射なら $d = 2t$, t : 皮膜厚さ)

α : 光弾性 (応力) 感度

β' : 主歪差感度 $= \alpha E / (1 + \mu)$

E, μ : 皮膜のヤング係数, ポアソン比.

実物が対象で, 塑性変形の微細な構造を見得る. 表面に限る.

d) 干渉計法

orthodox な光弾性というよりも, 新しい領域にまたがっているというべきであろう. (西田: 光力学の現状と将来性参照)

2.3 モアレ

◦ モアレ縞間隔 → 変位 u, v

◦ 歪み $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ を出すのに, u, v の微分操作が必要

◦ 表面

◦ 連続

◦ モデル, 実物

◦ 目下のところ, 鋼の弾性歪みの解析には不満.

2.4 ひずみ塗料 (ぜい性塗料, 応力塗料)

◦ き裂方向: 引張り主歪みに垂直

◦ き裂密度はある範囲内で歪みにほぼ比例

◦ 主応力方向と概略の応力分布を知り得る

◦ 実物試験可, 現場

◦ 経済的

◦ 表面, 曲面も可

◦ 精度 概略値

2.5 X線応力測定

◦ 標点距離として結晶の格子面間隔 d を利用

◦ d の弾性応力による変化をX線背面反射法により知る.

◦ 精度 $1 \sim 2 \text{ kg/mm}^2$ の誤差範囲内.

◦ 極めて局所的応力測定ができる.

2.6 その他の方法

3. 光力学測定の精度

◦ 2次元光弾性, 無限小の分割に相当.

◦ 3次元光弾性, 全上・応力凍結法では $\nu = 0.5$ のときに該当.

◦ 詳細はさらに, 第2講: 西田; 光力学の現状と将来性をも参照されたい.

4. FEM の精度

◦ 使用できる計算機の容量と分割の精度への効果に注意.

◦ 粗い分割では精度が急激に下がるおそれがある.

◦ 詳細は, なかんずく第4講: 吉村: 有限要素法計算上の問題点, 第5講: 山本, 応力集中問題の数値解析を参照されたい.

第2図 試片形状

5. 光弾性皮膜法実物弾塑性解析と FEM 弾塑性解析^{8)~10)}

両側に R ノッチをもつ 2024-T3 Al 合金板材の降伏-破壊過程研究の一環として、塑性域拡大の模様などを、上記両手法により解析した結果の比較を行い、両者の特徴について述べる。

5.1 切欠き板引張り降伏の光弾性皮膜法解析 材料は 2024-T3、試片は全長 450、チャック部幅 80、平部長さ 200、同幅 60；両側切欠きの深さ $b=5$ 、曲率半径 $R=1$ 、幅 2；板厚 $t=1, 10$ (第2図)である。

第1表 2024-T3 Al 板材の材料定数

ヤング係数	E	$7.13_2 \times 10^3$	kg/mm ²
ポアソン比	ν	0.35	
降伏応力	YI	37.0	kg/mm ²
定数	a	81.06	kg/mm ²
"	b	0.5362×10^{-2}	
"	n	0.15	

塑性域での加工硬化曲線の近似：

$$\sigma = a(b + \epsilon_p)^n$$

σ ：応力， ϵ_p ：塑性歪み， a, b, n ：定数。

皮膜材料は epoxy-polysulfide (100, 100, 8) (厚さ 2 mm) で、 $\beta=41/\text{mm}$ 、等色線図の例を第3図に示す。

5.2 切欠き板引張り降伏の FEM 数値解析

計算の概略：

- 1) 降伏条件は Mises の条件、等方性。
- 2) 塑性域での応力増分-歪み増分関係には、Prandtl-Reuss の式を用いる。
- 3) 変位関係は座標の一次関数とする。
- 4) 相当応力が降伏応力の 99.5% 以上に至った要素は塑性域に入ったものとする。

数値解析結果：平面応力および平面歪み条件下での挙動を求めた。過程および結果（境界条件は、対称

分割図 (117 節)
(186 要素)

第4図 分割図

軸 (x, y 軸) 上で変位拘束を与え、上部に一樣変位を与える) を第4~9図に示す。第7図は破面代表例のスケッチで FEM とは直接の関係はない。第8, 9図は皮膜法との比較例である。

5.3 比較 全般的結論を下すのは、もう少し例数を増してからの方がよいと思われるが、本例について気付いた事柄を列挙すれば次のとおりである。

皮膜法：

- (1) 表面の主歪み差分布；自由境界の主歪み，主

(4) $P=19$ ton (5) $P=20$ ton

第3図 2024-T3 切欠き板 (10 mm t) の降伏を示す皮膜法等色線図

第5図 $y=0$ での $\sigma_y, \varepsilon_y, \Delta$ 分布の平面応力, 平面歪み条件による変化

第6図 FEM で求めた $U_0 (y=50 \text{ mm})$ での変位, $\sigma_1, \varepsilon_1, \Delta$ (ノッチ先端での要素のそれぞれ最大主応力, 主歪み, 体積膨脹) $\sim \sigma_n$ (公称引張り応力) 関係.

第7図 破面代表例のスケッチ

応力各個の値は、皮膜法の結果のみから容易に得られる。(KAWATA (1958), Simple method)⁶⁾。

(2) 内部の主歪み, 主応力の分析には, 等傾線のほかに, 伝導紙法などの併用を必要とする (THEOCARIS (1963), 河田ら (1968))。

(3) 複雑な形状の実構要素について, 降伏の発生個所および流れ限度を, 容易かつ迅速に, 捕捉し得る。降伏発生個所が複数で, その逐次発生してくる経過をも全く同様に, 容易に知り得る。(例は6に詳細に示すので参照されたい。)

(4) 降伏の微細な構造を捕捉し得る。

FEM:

計算に用いた構成方程式を前提として,

(1) 内部の主歪み, 主応力分析が一連の計算によ

り行なわれ, 特に, dilatation Δ の分析なども楽にできる。(第5, 6図)

(2) 計算機容量の制限により, 分割に制限が生じる。分割が粗くなると, 応力集中位置で急激に精度が低下する惧れがある。

(3) 対象の形状は比較的単独で, 集中的に1か所を詳しく分析するのが有利である。

(4) 塑性域進展の様子は, 2024-T3 Al 合金板材においては, 大勢において, 実測と一致する。

6. 光弾性皮膜法による実物弾塑性解析とその若干例⁶⁾⁷⁾

光弾性皮膜法による実物弾塑性解析については, 上述以外に多くの仕事が行われているので, 紹介する。

第8図 2024-T3 切欠き板の降伏での主歪み差分析例 (平面歪)

第9図 2024-T3 切欠き板の降伏での主歪み差分析例 (平面応力)

この方法が最も得手とする所は、鋼等金属構造要素の拘束された塑性変形の領域、すなわち、応力集中個所での局部的降伏開始より流れ限度に至る過程での自由

第2表 Rノッチによる弾性応力集中係数の参考値

切欠き	R				V
深さ (mm)	2.5	5.0	10.0	20.0	5.0
弾性応力集中係数	4.06	5.05	5.71	4.64	13.56

有限要素法による分割の粗さによる誤差を含む。
基準応力は最小断面の平均応力

第10図 タービン翼根部 SF-50 鋼製試片での逐次降伏の発生進行する状況を示す皮膜法等色線図

境界応力、歪み分布；応力集中係数～平均引張り応力（公称応力）、集中個所の歪み～平均引張り応力の両関係よりの P_{Y0} , P_Y の決定などで、第10図は、後述するタービン翼根部 SF-50 鋼製試片で逐次降伏が進行し、巨視的な滑りが8か所に生じているときの皮膜法等色線図である。

この方法は第11, 12図の軟鋼、Al合金のように塑性を示す材料の表面に構成された光弾性皮膜に生ずる等色線次数 N と下地表面の主歪み差 ($\epsilon_1 - \epsilon_2$) との直線関係(第11図では単軸引張りでの ϵ で示している)を用いるものである(前出の皮膜法光弾性法則参照)。

6.1 基本的形状試片の降伏 光弾性皮膜に得られる等色線の数例を第13図に示す。第14図は負荷の増大に伴い、局部的降伏より塑性域貫通を経て破壊に至る過程の等色線図の例である。第15図は円孔をもつAl合金帯板の引張りでの自由境界での境界に平行方向の弾塑性歪みおよび応力分布を示す。第16図は円孔をもつ帯板の引張りでの弾塑性応力集中係数 σ/σ_0 の

第11図 軟鋼の単軸引張りでの応力 σ -歪 ε 関係および
光弾性皮膜の等色線次数 N -軟鋼歪 ε 関係

(1) Al 円孔の側壁 A, A' よりそれぞれ
ほぼ 45° 上方および下方の B, C; B', C' へ
向け、急激に等色線の発達したのを示す。
これは降伏領域の外側壁への貫通を示す。

公称応力 σ_0 による変化を示す。 σ は孔の側壁での最大応力、 σ_0 は最狭部断面での平均引張り応力である。図中の矢印は局部的降伏開始点である。局部的降伏開始後、降伏の進行につれ σ/σ_0 の低下する挙動は軟鋼と Al 合金とで異なる。これは塑性域での応力-歪み関係の差異にもとづくものであろう。第17図は円孔をもつ軟鋼帯板の引張りでの荷重 P - 円孔側壁の応力集中個所での自由境界平行方向の最大主歪み ε 関係で、その屈曲点から流れ限度 P_{Y0} を求め得る。第18図は上述の二つのタイプのプロットをまとめたもので、それぞれ $\sigma/\sigma_0 \sim \sigma_0$ が弾性限度の、 $\varepsilon \sim \sigma_0$ が流れ限度の決定に適していることが知られる。第3表にそれぞれ中央円孔、両側 90° 切欠き、両側半円切欠きをもつ帯板（最狭部断面面積は一樣幅部の $1/2$ ）の引張りでの P_{Y0} , P_Y 等を求めた結果を示す。表中、弾性設計荷重、塑

第12図 アルミ合金の引張応力-歪関係（曲げの実測値
から Herbert の公式により導いたもの）

(2) 軟鋼 半円切欠の底 A, A' より水平
に内部に向け降伏領域は既に貫通している。
この荷重で B, B' 附近に引張り荷重に 45°
方向の滑りが無数に現われた。

性設計荷重とあるのは、それぞれ弾性限度（局部的降伏開始荷重: P_{Y0} ）、流れ限度（塑性領域貫通時荷重: P_Y ）である。 P_Y/P_{Y0} が 1.7~2.5 程度のかかなり大きい値をとり、しかも材料の軟鋼と Al 合金により異なることは注意すべきである。

6.2 複雑な形状で多重降伏のおこる場合の弾塑性解析⁷⁾ 次に複雑な形状の SF-50 鋼製タービン翼根部試片（第19~21図）弾塑性解析について述べる。

(3) 軟鋼 90° 切欠の底 A, A' より B, B' に向け等色線が既に貫通したあとを示す。

(4) 軟鋼 CC' 付近に引張荷重にほぼ 45° 方向の滑りが無数に現われた。

第13図 二三の等色線図の詳細

(1) $P=646 \text{ kg}$

(2) $P=715 \text{ kg}$

(3) $P=766 \text{ kg}$

(4) $P=790 \text{ kg}$

(5) $P=860 \text{ kg}$

(6) $P=950 \text{ kg}$

(7) $P=1014 \text{ kg}$

(8) 破断後

第14図 90° 切欠を持つ軟鋼帯板の引張りでの光弾性皮膜の等色線図

円孔を持つアルミ合金帯板の引張りでの自由境界歪み分布

第 15 図 上の歪み分布に対応する自由境界応力分布

第 16 図 円孔を持つ帯板の引張りでの弾塑性応力集中係数

第17図 円孔を持つ軟鋼帯板の引張りでの荷重-主歪み線図

この種の鋼製継手では、肩の部分で第22図のような降伏の様式が共通して見られるので、模式化して示した。このような複雑な形状の物体の降伏では、最初起こる第一降伏域、続いて起こる別の個所での第二降伏域、以下同様、…という逐次降伏の発生が見られる。代表例を第23図に示す。第24図は試験片内の主要点の番号で、多くの領域で逐次降伏の発生する場合の表示の便宜のためである（たとえば、第26図の σ の添字および第27図の曲線の添字として利用）。第25図はD型試片での塑性域進展図である。第26図は同試片での各点の弾塑性応力集中係数の変化、第27図は同試片での各点での荷重-主歪み線図を示す。第4表は試片Dの数個の個所での逐次降伏の状況の記録で、 P_{Y0} , P_Y が求められている。第5表は上述の手法で求めたB, C, D各型試片での P_{Y0} , P_Y を示す。この場合、 P_Y/P_{Y0} が3.4~4.6の範囲で極めて高く、 P_{Y0} と

第18図 応力集中係数 σ/σ_0 および最大応力集中箇所の主歪 ϵ の基準応力 σ_0 または荷重 P による変状状況の概括。

P_Y の間の荷重を有効に生かして使うことの必要さを示唆している。

7. 高速光弾性解析

弾性波伝播による動的応力の高速光弾性解析も重要な分野である。ここでは切欠き試片の引張りでの動的

第3表 基本的形状の切欠を持つ帯板の引張り（平面応力）での、構造要素としての弾性および塑性設計荷重

切欠	軟鋼 ($\sigma_Y = 27.1 \text{ kg/mm}^2$)				アルミ合金 ($\sigma_Y \approx 30 \text{ kg/mm}^2$)†			
	$P_{Y0} \text{ (kg)}$	$P_Y \text{ (kg)}$	P_Y/P_{Y0}	拘束係数	$P_{Y0} \text{ (kg)}$	$P_Y \text{ (kg)}$	P_Y/P_{Y0}	拘束係数
円孔	373	770	2.06	0.95	413	985~1040	2.39~2.52	1.10~1.16
90°切欠	361	620	1.72	0.76*	400	—	—	—
半円切欠	611	1055	1.73	1.30†	677	1200	1.77	1.33

ただし、 σ_Y : 材料の引張り降伏応力、 P_{Y0} : 弾性設計荷重、 P_Y : 塑性設計荷重

$$P_{Y0} = \sigma_Y S_0 / f$$

ただし、 f : 最大応力集中箇所の弾性応力集中係数（基準応力は最狭断面での平均応力 σ_0 ）§、

S_0 : 最狭断面の断面積、

* 参考のため、平面歪みの弾塑性問題としての数値計算結果 (Southwell & Allen) を定性的であるにすぎないが一応挙げると、1.28.

† 同上、1.22.

‡ σ_Y の値として、特に応力-歪み線図が直線から外れる際の応力をとった。慣例のように0.2%永久歪みをとれば35 kg/mm²程度となる。

§ 二次元光弾性解析で求めた値は、円孔: 2.18, 90°切欠: 2.25, 半円切欠: 1.33, 90°切欠の値が一見やや低く感じられるが、切欠底には実際上小さい曲率半径がつくのでこの程度となる。

第19図 鋼製試験片 B

第20図 鋼製試験片 C

第21図 鋼製試験片 D

(1) 1, 2 での局部的降伏

(2) 1, 2 より、荷重にほぼ 45° の方向に巨視的な滑り帯が生じ貫通する

第22図 試験片Cの肩の部分の降伏の様式

第4表 試験片 D 特定点の降伏状況

試験片厚さ {ローター: 14.8 mm $S_0 = 60 \times 14.9 = 894 \text{ mm}^2$
 ブレード: 14.9 mm $\sigma_Y = 32.8 \text{ kg/mm}^2$

等色線写真番号	荷重 P (ton)	基準応力 σ_0 (kg/mm ²)	各部降伏状況
	3.86	4.32	点6 局部的降伏, $P_{Y0} = 3.86 \text{ ton}$
1	10.75	12.0	
2	13.44	15.0	点6, 1 より巨視的滑り帯貫通, $\sim P_Y$
3	14.92	16.7	点5 "
4	16.05	18.0	ブレード側切込部右先端よりブレード附根へ巨視的滑り帯貫通
5	17.05	19.1	同上
6	17.73	19.8	点2 より巨視的滑り帯貫通
7	18.62	20.8	
8	19.90	22.2	点11 巨視的滑り
9	23.98	26.8	
10	28.6	32.0

第23図 等色線図についての巨視的滑り帯の説明

第24図 試験片の主要点の番号

第5表 タービン翼根部の弾性および塑性設計荷重

種 類	SF-50 ($\sigma_Y = 32.8 \text{ kg/mm}^2$)		
	P_{Y0} (ton)	P_Y (ton)	P_Y/P_{Y0}
B 型	4.14	15.2	3.67
C 型	2.74	12.8	4.67
D 型	3.86	13.4	3.47

第25図 試験片Dの塑性領域進展図

第26図 試験片Dの引張りでの弾塑性応力集中係数

第27図 試験片Dの引張りでの荷重-主歪み線図

応力集中係数が静的応力集中係数とどのように異なるかについて、一次元弾性波伝播理論で求めた結果を、高速光弾性で検証した仕事一例のみについて述べる¹¹⁾。第28図の問題を第29図の近似の下に、第30図の段付棒の結合として扱い、一次元弾性波伝播理論で求めた結果が第31図である。この検証は第32図の高速光弾性装置と第33図の試片を用いて行われた。第34図は弾性波頭の切欠き部通過および以後の挙動を示す等

切欠きをもつ長い棒の動的引張りにより高さ $\rho c v$ のステップ状弾性波が通過する時の動的応力集中

第28図

棒の切欠きの近似 ($M-M'$ 断面は細い部分 "2" の中央断面)

第29図

第30図 段付き弾性棒中の弾性波

第31図 σ_2 および σ_{1-0} の時間変化

例: $\frac{A_1}{A_2} = 3$

第33図 ポリウレタン試験片寸度

S: 光源 (500W, 水銀灯)
 F_1 : 断熱フィルタ,
 CL: コンデンサ・レンズ
 F_2 : 単色フィルタ ($\lambda = 5461\text{\AA}$)
 P_1, P_2 : 偏光板
 Q_1, Q_2 : 1/4 波長板
 FL_1, FL_2 : フィールド・レンズ

T: 試験片
 H.C.: 高速カメラ
 M: 電磁石
 W: 重錘
 M.S.: 磁気スイッチ
 P.G.: タイミング・マーク用パルス・ジェネレータ
 CL: コントロール・ユニット

第32図 実験装置配置図

第 34 図 試片 A の動的引張りの等色線写真の例 (駒撮り速度=8900 pps, $v=1.6$ m/s)

試片 A の K_d の変化

試片 B, D の K_d の変化

第 35 図 K_d の実測値 (K_s^* は試片の変形を考慮した修正値)

試片 C の K_d の変化

色線図で、第 35 図は動的応力集中係数 K_d が静的応力集中係数 K_s に時間経過とともに漸近する様子を示す。近年、この分野の研究はますます拡充され、衝撃工学分野で有力な武器となっている。

8. ま と め

以上を要するに、実験力学および有限要素法の諸手法は多彩を極め、その各分野は今後ともますます開発

されるであろう。両者の注意点、特徴を概説してみれば、

FEM:

- (1) 仮定された構成方程式、負荷条件の範囲内で応力、歪みを与える。基準の確定していない問題、たとえば、破壊などは扱い難い。
- (2) FEM のみでは正解の上、下界をはさむことができない。
- (3) 電子計算機の容量、費用の点より、おのずから分割の限界があり、精度を限定する。

実験力学:

- (1) 現物の構成方程式、負荷条件についての応力、歪みを与える。
 - (2) 個々の方法には、得手、不得手がある。
 - (3) 精度は各々の方法により固有のものがある。
- ゆえに、結論として、問題の種類に応じ両者を適当に使い分け、または併用する必要がある。特に光弾性に限って言えば、3次元光弾性（特に非対称問題）、

高速光弾性、皮膜法実物弾塑性（弾塑性—破壊の解析）などが特に必要とされると思われる。

文 献

- 1) 辻 二郎, 西田正孝, 河田幸三: 光弾性実験法 (日刊工業, 1965).
- 2) 応力測定研究会: 応力測定法 (朝倉, 1955).
- 3) 川田雄一他: 材料強度工学ハンドブック (朝倉, 1966).
- 4) 大井光四郎: 同上, 372.
- 5) O. C. ZIENKIEWICZ, Y. K. CHEUNG: The Finite Element Method in Structural & Continuum Mechanics, McGraw-Hill (1967), など.
- 6) 河田幸三: 機械学会誌, 61 (1958), 1055. K. KAWATA: J. Sci. Res. Inst., 52 (1958), 17.
- 7) 河田幸三: 東大航研集報, 1-5 (1959), 320.
- 8) K. KAWATA, Y. NAKAMURA: Proc. 9th Int. Symposium on Space Tech. & Sci. (Tokyo, 1971), 225.
- 9) 河田幸三, 黒河邦彦: 第2回宇宙航空材料シンポジウム (1972), 1.
- 10) 河田幸三, 黒河邦彦, 橋本彰三: 第1回光弾性シンポジウム論文集 (1972), 191.
- 11) 河田幸三, 橋本彰三: 東大宇研報告, 8-2 (B) (1972), 377.