任意翼形の風速分布の特性を表わす近似式*
Some Approximations for the Velocity Distribution
around the Arbitrary Airfoil

内 藤 子 生**
Yasuo NAITO

Abstract

By the well-known method of superposition, the velocity distributions of large numbers of airfoils are calculated from those of a limited number of mean lines and thickness forms in engineering accuracy. However, the analytical base of this method is not yet provided, and it is studied here.

It is presented that the method is generally verified by the first approximation of Moriya's theory, which has been accepted as reliable since 1937. However, the correction factor is required for the above method in the leading edge domain, and at there, the velocity due to the mean line is reduced all the more, when the thicker thickness form is formed around it.

ま え が き

翼形の周りに理想流体を考え、その風速分布を求める方法は数多く研究されているが、それらの方法の共通点、相違点が、必ずしも明示されていない。

数多い方法の中で、周知され、実用的に多用されているものは、3方法あるといえよう。第1は等角写像法に属する守屋教授の翼形の理論⁹⁾と、その第1近似解⁷⁾である。第2は特異点法に属する Riegels-Weber の式²⁾⁻⁶⁾である。第3は理論でなく、いわば経験的方法に属するが、実用的に精度がよいと認められている“重ね合わせの方法”¹⁾である。

これらの3方法だけを選び出しても、その相互関係は明示されておらず、3者が独立の個別的知識として知られている感がある。よって本文で、その相互関係を研究し、3者の総括的把握を得ようとする。

風速分布の理論式は一般にやや数学的に求められ、その得られた式の物理的特性は必ずしも十分に究明されていない。それらに対し“重ね合わせの方法”は、その物理的特性が極めて鮮明であり、任意翼形の風速分布は、次の3項目の和で与えられるとしている¹⁾。

(1) 対称翼形が迎角0度のときの風速分布。

(2) 中心線が理想迎角にあるときの風速分布。

(3) 対称翼形の迎角の増分に対する風速分布。

しかし、その解析的根拠は示されていない。

本文は、このように相離れたものを総括的に考えることにより、理論的方法には物理的解釈を与え、経験的方法には解析的根拠を与え、3者の特性を解明して風速分布計算法に関する1つの総括的把握を得ようとするものである。

本文で得られる物理的解釈は、新しい翼形を設計するとき、自由に構想を奔せ得るに役立つであろうし、また電算機による風速分布計算の手順を能率化するにも役立つものと考えている。

記号については末尾の付録を参照のこと。

1. 守屋の第1近似式について

1.1 守屋の第1近似式の別表示 翼形の周りの風速分布は守屋教授の理論⁹⁾により与えられ、特にその第1近似式⁷⁾が良好な近似解を与えるとして1937年以来、広く実用されている。翼形の前縁を $x=0$ に、後縁を $x=1$ においたとき、その第1近似式は、翼形の形状と風速分布とに関し、媒介変数 ϕ を用いて、次のような関係式を与えている。

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \phi, \quad y = \sum_0^{\infty} a_n \cos n\phi + \sum_1^{\infty} b_n \sin n\phi \quad (1)$$

$$1 + \frac{v}{V} = \frac{|A|}{\sqrt{\frac{1}{4} \sin^2 \phi + B^2}} \quad (2)$$

$$A = \cos \alpha \left\{ -\frac{1}{2} \sin \phi - \sum_1^{\infty} (na_n \cos n\phi + nb_n \sin n\phi) + \sum_1^{\infty} na_n \right\} + \sin \alpha \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \phi + B - \sum_1^{\infty} nb_n \right\} \quad (3)$$

$$B + \sum_1^{\infty} (-na_n \sin n\phi + nb_n \cos n\phi) \quad (4)$$

ここに V は一般流の流速を、 $V+v$ は翼形の周りの流速を表わし、 α は翼形の迎角を表わす。式(1)で

*昭和48年9月11日原稿受理

**東海大学工学部航空宇宙学科

判るように a_n は中心線, b_n は肉付線を Fourier 級数で表わすため, 算出を要する係数である。

さて, これらの係数 a_n, b_n と翼形の形状との関係は, やや複雑な解析の手順を経て結ばれ, 直観的とはいえない。そのため物理的意味を把握し難い。

“直観的にわかる値” としては, 次の諸項がある。

$$y, y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (5)$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} \sin^2 \phi + B^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi}\right)^2} = \left|\frac{dx}{d\phi}\right| \sqrt{1 + (y')^2} \quad (7)$$

それで守屋の式(2)の分母には Riegels Factor⁵⁾ が含まれていることがわかる。

つぎに式(3)の最後の項を考える。楕円翼など後縁

$$\sum_1^\infty n b_n = \lim_{\phi \rightarrow 1} \left(\sum_1^\infty n b_n \cos n\phi \right) = \lim_{\phi \rightarrow 1} \left\{ -\frac{1}{2} \sin \phi \sum_1^\infty \frac{n b_n \cos n\phi}{-\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} = \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ -\sqrt{x(1-x)} \frac{dy}{dx} \right\} = 0 \quad (8)$$

以上の式(6), (7), (8)により, 守屋の式(3)は次のように表わせる。

$$A = \cos \alpha \left\{ 1 + \sum_1^\infty n a_n \frac{\cos n\phi - 1}{\frac{1}{2} \sin \phi} + \sum_1^\infty n b_n \frac{\sin n\phi}{\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} \frac{dx}{d\phi} + \sin \alpha \left\{ \sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{dy_c}{dx} + \frac{dy_T}{dx} \right\} \frac{dx}{d\phi} \quad (9)$$

ここに添字の C, T は中心線, 肉付線を意味するものし, 以降では v に対しても用いる。

ついで式(2)に式(7), (9)を代入し, 次式を得る。

$$1 + \frac{v}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y')^2}} \left\{ \sin \alpha \left\{ \sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{dy_c}{dx} + \frac{dy_T}{dx} \right\} + \cos \alpha \left\{ 1 + \sum_1^\infty n b_n \frac{\cos n\phi - 1}{\frac{1}{2} \sin \phi} + \sum_1^\infty n b_n \frac{\sin n\phi}{\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} \right\} \quad (10)$$

かくして守屋の第1近似式の別表示式が得られた。

その分母, および $\sin \alpha$ の項を, 直観的な(5)項の因子で表わし, 物理的にかなり解釈しやすい式に改めることができた。

$\cos \alpha$ に関する項についても同様な研究が望ましいが, 別稿にゆずる。

$$1 + \frac{v_T}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y_T')^2}} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{dy_T}{d\xi} \frac{d\xi}{x - \xi} \right\} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y_T')^2}} \left\{ 1 + \sum_1^\infty n b_n \frac{\sin n\phi}{\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} \quad (11)$$

また中心線 y_c が理想迎角 α_I のときの風速分布を $V + v_c$ で表わし, 薄翼理論による近似値を $V + v_{c0}$ で表わしたとき, 後者に対して次式を用いている*。

$$1 + \frac{v_{c0}}{V} = 1 \pm \sqrt{\frac{1-x}{x}} \left\{ \alpha_I + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{dy_c}{d\xi} \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} \frac{d\xi}{x - \xi} \right\} = 1 \pm \left\{ \alpha_I \tan \frac{\phi}{2} + \sum_1^\infty n a_n \frac{\cos n\phi - 1}{\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} \quad (12)$$

対称翼形 y_T が迎角 α にあるときの風速分布を求めるには, 一般流 V を, x 方向の $V \cos \alpha$ と, y 方向の $V \sin \alpha$ とに分解し, 前者に対し式(11)を適用し, 後者による速度の増し分 Δv_a に対し次式を与えた。

$$\frac{\Delta v_a}{V} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 + (y_T')^2}} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left[\frac{dy_T}{d\xi} - \frac{y_T}{2\xi(1-\xi)} \right] \frac{d\xi}{x - \xi} \right\} \quad (13)$$

以上を集めて次式を導いている²⁾⁻⁶⁾。

$$1 + \frac{v}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y')^2}} \left\{ \sin \alpha \sqrt{\frac{1-x}{x}} \left(1 + \sum_1^\infty \beta_n \cos n\phi \right) + \cos \alpha \left\{ 1 + \sum_1^\infty n a_n \frac{\cos n\phi - 1}{\frac{1}{2} \sin \phi} + \sum_1^\infty n b_n \frac{\sin n\phi}{\frac{1}{2} \sin \phi} \right\} \right\} \quad (14)$$

それで式(2)~(4)に含まれる諸項を, (5)項その他を用いて表わし, なるべく直観的な式を得ようとする。

まず, 式(1)より次式が得られる。

$$\frac{dx}{d\phi} = -\frac{1}{2} \sin \phi, \quad \frac{dy}{d\phi} = B \quad (6)$$

よって式(2)の分母は次のように表わせる。

傾斜が無限大になるものを除き, 普通の実用的翼形を考えると, 後縁傾斜は有限なので, 次のように計算できその値は実は0であることがわかる。

1. 2 Riegels~Weber の式との比較 彼らの準拠する理論は特異点法と呼ばれ, 等角写像法に基づく守屋の理論とは全く異なる方法であるが, 彼らの式²⁾⁻⁶⁾は下記のように, 守屋の式に酷似している。

対称翼形 y_T が迎角 0 度のときの翼形の風速分布を $V + v_T$ で表わし, 次のような式を導いている。

$$\beta_n = 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ (2\nu+n-1)b_{2\nu+n-1} + 2\nu b_{2\nu+n} \right\}$$

$$\beta_0 = \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu b_{\nu}; \quad (15)$$

この式(15)と、式(10)とを比較すると、 $\cos \alpha$ に関する項は全く一致している。 $\sin \alpha$ に関する項は完全一致していないけれども、ともに平板に関する項 $\sqrt{(1-x)/x}$ を含み、かなり近似していると想像できる。したがって小迎角では、彼らの解と、守屋の第1近似式との相違は僅少であろうと思われる。

2. 迎角の増し分による速度分布

2.1 $\Delta C_L = 1$ の場合の速度の増し分 迎角0度のときの風速分布は、式(10)の $\cos \alpha$ の項によって与えられる。迎角を α に増大したとき、風速分布の主要な増し分 Δv_a は ($\cos \alpha$ の項の影響を無視し) $\sin \alpha$ の項によって与えられ、式(10)により次式を得る。

$$\frac{\Delta v_a}{V} = \frac{1}{\sqrt{1+(y')^2}} \left\{ \sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{dy_c}{dx} + \frac{dy_T}{dx} \right\} \sin \alpha \quad (16)$$

右辺の括弧内の第1項は平板に対しての速度の増し分を表わし、その他の項は翼形の形状曲線の傾斜を表わしており、ここに物理的に鮮明な式が得られた。

なお守屋の第1近似式によると、迎角 α のときの揚力係数 C_L は次式で表わされる^{7),9)}。

$$C_L = 4\pi \left\{ \sin \alpha \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \right) - \cos \alpha \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \right\} \quad (17)$$

以下では対称翼形に限定して考える。

1つの標準を設定するため、 Δv_a による C_L の増加 ΔC_L が1.0に等しくなる迎角 α を考える。この場合、式(8)を参照、式(17)より次式が得られる。

$$1.0 = 2\pi \cdot \sin \alpha \quad (18)$$

上記の場合、式(16)の左辺の値を $\left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_{1.0}$ で表わし、標準に用いる。ここで式(18)を式(16)に代入すると、対称翼形に関して、次式が得られる。

$$\sqrt{1+(y')^2} \left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_{1.0} = \frac{1}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{dy_T}{dx} \right) \quad (19)$$

式(19)により、対称翼形の Δv_a の特性を極めて簡明に表わせた。式(19)は“翼形の形状に直結する式”であるといえよう。

2.2 翼形前縁の速度の増し分 簡明化の式(19)は $\sin \alpha$ の項に関する厳密な表示であるが、原式(2)が近似式であるので、その精度を検討しておこう。

それには翼形による相違が最も著しく表われる前縁部の Δv_a ($C_L = 1$ のときの) を検討しよう。

対称翼形の前縁半径を r_0 で表わすと、

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{y_T^2}{x} &= 2r_0; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{dy_T}{dx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2r_0}}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1-x}{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+(y_T')^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2r_0}}{2\sqrt{x}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

よって $x \rightarrow 0$ のとき、式(19)は次式に帰着する。

$$\left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_{x=0} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{2r_0}} \left(1 + \sqrt{\frac{r_0}{2}} \right) \quad (21)$$

式(21)が前縁部の Δv_a の値を表わす。本式も式(19)と同様に“翼形状に直結する式”といえよう。

上式を導くときの近似は $\cos \alpha \approx 1$ だけなので、守屋の第1近似式で計算しても、それは式(21)と同一値を得るはずである。式(19)、(21)により、守屋の第1近似式で計算している値の意味を、翼形状に直結させ、鮮明に説明できた。以上の結果は翼形を案画するときだけでなく、電算機による計算結果を検討するにも有効に利用できよう。

第1図に式(21)を曲線に画いて示した。また多くのNACAの対称翼形の前縁の Δv_a ($C_L = 1.0$) の値を等角写像法で求めたもの¹⁾ を点記、比較した。

本図を見ると多くの点々が式(21)の曲線の近傍に位置し、やや離れて位置する翼形の点は少数に止まり、上式(21)がおおむね妥当なことが判る。かつ上方に逸脱の翼形NACA 0010-65や、下方逸脱の16015等の前縁形状を吟味してみると、他の翼形に比し、やや特異な形状であることを確認できるので、式(21)は妥当であると判断できる。

なお式(21)と第1図とをあわせ考えると、守屋の第1近似式が、翼形の前縁部において妥当であることを、新しく追加実証できた。

2.3 翼弦全般の Δv_a の分布 第2図A, Bは、 Δv_a の分布を調べたものである。 Δv_a の翼弦に沿う分布を、第2図Aのように画いてみると、翼形による相違が、特に前縁付近で表われ、前縁半径の大なる翼形ほど、前縁の Δv_a の値が小さい。

しかし式(19)の左辺を考えて、 $\Delta v_a \cdot \sqrt{1+(y')^2}$ の値を図示すると、第2図Bのように表われ、すべての翼形の曲線が、ほとんど一致してしまう。

よって式(19)の右辺の dy_T/dx は実際上省略でき、次のような近似式が成立つと考えられる。

$$\left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_{1.0} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1+(y_T')^2}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \quad (22)$$

上式(22)によると、迎角の増し分による速度分布の

*周知の Munk-Glauert の薄翼理論によって得られた積分方程式を Betz が解いて式(12)を得ており、特異点法は中心線に対し先行研究されていた。特異点法による計算手順は数表化され、海外では広く普及している。

主要な増し分 ($C_L=1.0$) は, 平板の場合の値に, 単に Riegels Factor を乗じることにより, 多くの対称翼形の Δv_a を近似し得ることになる。実証的研究により極めて簡明な式を導き得たわけである。

かくて Δv_a の式が2様に得られた。ところで解析式(19)に含まれる dy_r/dx は, 翼弦の前方で正, 後

方で負であるから, $\Delta v_a/V$ の値は, 式(19)による値の方が, 式(22)の値よりも, 前方でやや大, 後方でやや小なる値を与えることになる。

それを翼形 NACA 65015 について調べると, 次表のような結果が得られ, 両式ともに若干の誤差を含んでいることがわかる。

	$x/c=10\%$ で	$x/c=80\%$ で
等角写像法にて ⁽¹⁾	0.482	0.065
式(19)により	0.500	0.053
式(22)により	0.466	0.078

守屋の第1近似式は、式(19)に一致するので、それにも誤差が含まれていることが判る。文献(8)参照。

ただし、この翼形の $x=0$ での Δv_a の値 ($C_L=1.0$) は 1.639 なので、第2図のように翼弦の全般曲線を書く場合には、上表に見られる誤差は、図上では僅かに現れる程度に止まり、それ故に今日でも、守屋の第1近似式が多くの人々に実用されているのである*。

なお Riegels-Weber の式(13), (14)を参照。

3. 任意翼形の風速分布の分解式

3.1 守屋の第1近似式の分解式 重ね合わせの式(まえがき)¹⁾ と、Riegels-Weber の式(第1.2節)とは、いずれも風速分布を要素に分解して考えている。それで守屋の第1近似式についても、それらと同様に要素に分解することを考えよう。

$$\left(1 + \frac{v_w}{V}\right) \sqrt{1 + (y_w')^2} = \left(1 + \frac{v_c}{V}\right) \sqrt{1 + (y_c')^2} + \left(1 + \frac{v_T}{V}\right) \sqrt{1 + (y_T')^2} - 1 + \left(\frac{\Delta v_a}{V}\right) \sqrt{1 + (y_T')^2} + (\alpha - \alpha_I) y_c' + \alpha_I y_T' \quad (27)$$

いま式(27)の括弧を解いて並べ変えると、

$$\frac{v_w}{V} \sqrt{1 + (y_w')^2} = \frac{v_c}{V} \sqrt{1 + (y_c')^2} + \frac{v_T}{V} \sqrt{1 + (y_T')^2} + \frac{\Delta v_a}{V} \sqrt{1 + (y_T')^2} + \alpha_I y_T' + (\alpha - \alpha_I) y_c' + \{\sqrt{1 + (y_c')^2} - 1\} + \{\sqrt{1 + (y_T')^2} - \sqrt{1 + (y_w')^2}\} \quad (28)$$

以上は式(26)の以外には、近似計算を一切含まず、式(2)から直接導いたものである。よって守屋の第1近似式は、式(28)のように分解表示できるのである。

3.2 風速分布の分解式 ここで若干の近似を採用し、式(28)を簡潔にし、よって物理的に解釈しやすい式を得ようとする。

最近の翼形の中心線の反り (camber) は一般に小であり、翼弦の大部分で $y_c' \approx 0$ と考え得る。しかし NACA の 230 系の中心線は、前縁近傍の y_c' の値が比較的大きい。また6系統中心線の y_c' は前縁で無限大の値を示す。よって翼弦全域に対しては $y_c' \approx 0$ の近似は無理である。新しい近似式を考えよう。

まず対称翼形の y_T' の前縁の値は式(20)の第2式により $1/\sqrt{x}$ の無限大である。一方、中心線の y_c'

翼形の周りの風速分布を $V+v$ で示すのは同様だが、任意翼形の時、それを明示する意味で、 v を v_w で示す。対称翼形が迎角0度の時 v_T 、中心線が理想迎角の時 v_c 、迎解の増し分による対称翼形の風速分布の主要増し分を Δv_a で示すのは同前である。

そして v_w を $v_T, v_c, \Delta v_a$ に分解して表わすことを、本章で考えるのである。ところで後者の3要素は式(10)により直ちに次のように書ける。

$$1 + \frac{v_T}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y_T')^2}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \right\} \quad (23)$$

$$1 + \frac{v_c}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y_c')^2}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \frac{\cos n\phi - 1}{\sin \phi} + \alpha_I \left(\tan \frac{\phi}{2} + y_c' \right) \right\} \quad (24)$$

$$\left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_T = \frac{1}{\sqrt{1 + (y_T')^2}} \left\{ \tan \frac{\phi}{2} + \frac{dy_T}{dx} \right\} (\alpha - \alpha_I) \quad (25)$$

ただし迎角の増し分は α_I を基準に決める。

ここで次のような近似を許すことにしよう。

$$\cos \alpha \approx 1, \quad \sin \alpha \approx \alpha \quad (26)$$

式(26)の近似により、式(10)は次のように書ける。

の前縁の値は一般に有限であり、6系統中心線の時にも対数関数 $\ln x$ の無限大¹⁾に止る。このように無限大の次数に相違があるので、翼弦全域に対する近似式を得るには、次のような分数式の形にすればよい。

$$\left. \begin{aligned} \{\sqrt{1 + (y_c')^2} - 1\} / \sqrt{1 + (y_w')^2} &\approx 0 \\ y_c' / \sqrt{1 + (y_w')^2} &\approx 0 \\ \{\sqrt{1 + (y_T')^2} - \sqrt{1 + (y_w')^2}\} / \sqrt{1 + (y_w')^2} &\approx 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(28)に式(29)を代入すると、右辺の終わりの方の項はすべて省略でき、次のような簡潔な式になる。

$$\frac{v_w}{V} = \frac{\sqrt{1 + (y_c')^2}}{\sqrt{1 + (y_w')^2}} \frac{v_c}{V} + \frac{\sqrt{1 + (y_T')^2}}{\sqrt{1 + (y_w')^2}} \frac{v_T}{V} + \frac{\sqrt{1 + (y_T')^2}}{\sqrt{1 + (y_w')^2}} \frac{\Delta v_a}{V} + \alpha_I \frac{y_T'}{\sqrt{1 + (y_w')^2}} \quad (30)$$

この式は物理的に解釈しやすい式である。任意翼形の風速分布 $V+v_w$ の v_w に、その翼形の形状曲線の傾斜長を乗じた1種の循環の大きさは、式(23), (24), (25)の $v_c, v_T, \Delta v_a$ に、おのおのの曲線の傾斜長を乗じた1種の循環を加算したものとはほぼ等しく、 $\alpha_I y_T'$

*上表をみると、正しい値は両式の平均値に近い。そして、かなり多数の翼形にも、同様の傾向が認められる。したがって実用式を得る方法として、式(19)の dy_T/dx に修正係数 1/2 を乗じるのも1案である。

を修正的に加えさえすればよいということであり、物理的にも納得できる式だといえよう。

なお $\alpha_1 y_T'$ については式(25)と2.3を参照。

3.3 風速分布の実用分解式 上述の式(30)は、新近似を追加しないでも、さらに簡潔に表わせることを示そう。近似式(29)の第3式は次のようにも書ける。

$$\sqrt{1+(y_T')^2}/\sqrt{1+(y_W')^2} \doteq 1 \quad (31)$$

上式により、式(30)は次の簡潔な式になるのである。

$$\frac{v_W}{V} = \frac{\sqrt{1+(y_C')^2}}{\sqrt{1+(y_T')^2}} \frac{v_C}{V} + \frac{v_T}{V} + \left(\frac{\Delta v_a}{V} \right) + \alpha_1 \frac{y_T'}{\sqrt{1+(y_T')^2}} \quad (32)$$

なお以上で用いた v_C の代わりに、薄翼理論の v_{C0} を用いると、式(27)は次のように書ける。

$$\left(1 + \frac{v_W}{V} \right) \sqrt{1+(y_W')^2} = \frac{v_{C0}}{V} + \left(1 + \frac{v_T}{V} \right) \sqrt{1+(y_T')^2} + \left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_T \sqrt{1+(y_T')^2} + (\alpha - \alpha_1) y_C' + \alpha_1 y_T' \quad (33)$$

この場合、式(32)の代わりに次式が得られる。

$$\frac{v_W}{V} = \frac{1}{\sqrt{1+(y_T')^2}} \frac{v_{C0}}{V} + \frac{v_T}{V} + \left(\frac{\Delta v_a}{V} \right) + \alpha_1 \frac{y_T'}{\sqrt{1+(y_T')^2}} \quad (34)$$

式(32)または式(34)によると、任意翼形の風速分布は、翼形を中心線と肉付線とに分解し、それを個別に計算し、式(32)、(34)で組合わせればよいことになる。ここに風速分布計算を簡明化できた。

両式は新翼形を設計する場合、“透微視”の効く式なので、極めて有用な式といえよう。

ここで式(32)、(34)を得た経過を再考すると、近似計算は、式(26)、(29)を用いただけなので、守屋の第1近似式(2)のままで計算したものは、式(32)、(34)を用いて分解計算した加算値と、實際上、ほとんど差がないといえる。

特に系統的な翼形、例えば NACA 2412, 4412, 6412 を扱う場合、かりに手順が電算機化されていても、式(2)のままで初期段階が面倒である。式(32)、(34)を用いると、その労力を一挙に削減できる。

3.4 重ね合わせの方法の検討 多数の翼形の風速分布を、少数の翼形資料から算出するとき、まがきの“重ね合わせの方法”が用いられている¹⁾。

それらの実際の適用例を調べてみると、中心線の風速分布の値として、Riegels Factor を含む式(24)の v_C でなく、それを含まない薄翼理論の式(12)の v_{C0} が用いられており、實際上、次式を意味している。

$$\frac{v_W}{V} = \frac{v_{C0}}{V} + \frac{v_T}{V} + \left(\frac{\Delta v_a}{V} \right)_T \quad (35)$$

ところで上式は、いわば経験式であり、解析的根拠

が明示されていない。式(34)と比較し検討しよう。

さて式(34)と式(35)とは酷似している。特に翼形の前縁部を除外して考えると y_T' の値は小であるから、両式はほぼ一致する。よって“重ね合せの式”には、解析的根拠として式(34)があるといえる。同式が単なる経験式でないことを立証できた。

しかし反面、式(35)の前縁の値を考えると、 v_{C0} の値が上面で正に、下面で負になるので、上下面の値が不連続であり、その式自体に無理があることが判る。ついで式(34)と比較して考えると、前縁部では y_T' が大になるので、両式の右辺は第1項を同等と認め難く、重ね合せの式(35)の第1項には、修正因子を乗ずる必要がある。

したがって翼形設計で前縁形状を論ずるような場合には、重ね合わせの方法は適用し難く、式(32)または式(34)に準拠する必要がある、注意を要する。

3.5 前縁形状の設計上の注意 重ね合わせの式(35)は、守屋の第1近似式から得た式(34)と比較し、前縁部で誤差を生じやすいことが判ったので、実例翼形を選んで、 $\alpha = 0.5\%$ で具体的に検討しよう。

翼形 NACA 65415 ($\alpha = 1.0$) を考えると、この中心線の α_1 は0であるから、式(34)の末項は消える。両式の相違は第1項によって生じ、式(34)による値の方が小 ($-0.0293 V$) になる。

翼形 NACA 65415 ($\alpha = 0.5$) を考えると、中心線の α_1 の値により、末項の影響 ($+0.0140 V$) が加算されるが、第1項の影響 ($-0.0389 V$) が強くなり、式(34)の方が、やはり小 ($-0.0249 V$) になる。

これらの値は小迎角の場合には無視し難く、守屋の第1近似式に基づく式(34)に比し、重ね合わせの式(35)は、前縁部の風速を過大に評価する傾向がある。

つまり、いわゆる均等風速の中心線は翼比0のときたしかに翼弦前半で均等風速を示すけれども、ある厚比の肉付線と組合わせると、式(34)で明らかのように、 $1/\sqrt{1+(y_T')^2}$ による干渉効果をうけ、前縁部の風速が特に緩和されるのである。ところが重ね合わせの式(35)は、それを無視している点で不十分なのである。

この特性は式(32)を考えても同様に説明できる。

以上により、翼形の前縁近傍の形状を案画するとき NACA 6 系統の中心線に特有の急傾斜曲線をそのまま用いず、それより穏和な傾斜の曲線を用い得るのである。そして厚比のより大なる肉付線と組合わせる場合、より大きく緩和し得るのである。

かくて本文は、研究成果の1つとして、翼形設計上の新しい重要因子をここに追加できた。

結 論

翼形の風速分布を求める守屋の第1近似式を含み、代表的3方法を検討し、下記6項目の成果を得た。

(1) Riegels-Weber の式と守屋の第1近似式とはほぼ一致し、 $\sin \alpha$ に関する項に若干の不一致が見られるだけである。式(10), (14)参照。

(2) 対称翼形の Δv を翼形状に直結する因子で表わし得た。式(16), (19)参照。 Δv の前縁値を前縁半径を用い簡潔に表わし得た。式(21)と第1図参照。

(3) Δv の翼弦方向分布は守屋の第1近似式(19), 実証的に導いた近似式(22), いずれにも誤差があるが、誤差は僅少である。2.3 の表を参照。

(4) 任意翼形の風速分布を与える v_w を、 v_r, v_e と Δv 等に分解して表わす近似式(30)を求め、守屋の第1近似式の物理的意味を鮮明にした。さらに式(32), (34)を求め、その計算法を簡明化した。

(5) 式(34)により、重ね合わせの式(35)は、翼弦の大部分で解析的根拠を有することを明示した。

(6) その反面、翼形の前縁部では誤差が含まれる式であり、修正因子を必要とすることを明らかにし、翼形設計上の新しい重要因子を導入した。

本文は文献(10)の1部に加筆したものである。

参 考 文 献

- 1) ABBOTT I. H. and A. E. V. DOENHOFF: Theory of wing sections including a summary of airfoil data, 1960, Dover.
- 2) RIEGELS, F. W.: Aerofoil Sections, 1961, Butterworth.
- 3) RIEGELS, F.: Das Umströmungsproblem bei inkompressiblen Potentialströmungen. Ing-Arch. Bd 16 (1948), S 373-376; Bd. 17 (1949), S. 94-106; Bd. 18 (1950) S. 329.
- 4) WEBER, J.: The calculation of the pressure distribution over the surface of two-dimensional and swept wings with symmetrical airfoil sections. R & M 2918, July 1953.

- 5) Schlichting und Truckenbrodt: Aerodynamik des Flugzeuges, Bd. 1, 2, 1960, Springer Berlin.
- 6) Thwaites, B.: Incompressible Aerodynamics, 1960 Oxford.
- 7) 守屋富次郎: 任意翼形の特性を求める一つの方法, 日本航空学会誌, 昭13年1月, 第5巻33号, p. 7.
- 8) 森口繁一: 二次元ポテンシャル論に関すること, 日本航空学会誌, 昭13年3月, 第5巻35号, p. 223~230.
- 9) 守屋富次郎: 任意翼形の一理論, 日本航空学会誌, 昭16年10月, 第8巻78号, p. 1054.
- 10) 内藤子生: 任意翼形の風速分布の直結式, 日本航空宇宙学会講演前刷, 1969-11-5; 1970-4-7; 参考 1970-11-5.

付録: 記号および参照式

- a_n 中心線を表わす Fourier 級数の係数。式(1)
- b_n 肉付線を表わす Fourier 級数の係数。 (1)
- c 中心線を意味する添字。 (9)
- r_0 対称翼形の前縁半径 (弦長を1とす) (20)
- T 肉付線を意味する添字。 (9)
- V 一般流の速度。 (2)
- v 翼形の周りの風速を $V+v$ で表わす。 (2)
- Δv $\Delta \alpha$ による風速の増し分の主要部分。 (16)
- v_e 理想迎角のときの中心線の v 。 (24)
- v_{e0} 薄翼理論で与えられる v_e の値。 (12)
- v_r 迎角0度のときの対称翼形の v 。 (11)
- v_w 任意迎角 α のときの任意翼形の v 。 (26)
- $(\Delta v_e/V)_{1.0}$ $\Delta C_L=1.0$ のときの $(\Delta v_e/V)$ (19)
- W 任意翼形を意味する添字。 (26)
- x 前縁を $x=0$, 後縁を $x=1$ とする。 (1)
- y 翼形の形状を表わす縦座標。 (1)
- y', y'' y の x による第1, 2次微分値。 (5)
- α 翼弦線の一般流に対しての迎角。 (3)
- α_l 中心線の理想迎角 (前縁風速が有限) (12)
- ξ 翼形において x に対応する変数。 (7)
- ϕ 翼形を表わす Fourier 級数の変数。 (1)

(p. 397 からつづく)

模型寸度, 試験条件等を以下に示す。

なお, 本風試は航空宇宙技術研究所, 大型低速風洞計測研究室の方々のご協力により実施したものである。

模型寸度

○翼弦長 (スラット, フラップ, シュラウド, インテイク・ドア収納状態) 200 mm

○翼 巾 100 mm

試験条件

○試験風速 $V=10$ m/s

○迎 角 $\alpha=6^\circ$

○フラップ角 $\Sigma_f=40^\circ$

○スラット角 $\Sigma_s=60^\circ$

○インテイク・ドア角 $\Sigma_l=0^\circ$

○吹出しジェット運動量 $C_J=1.5$

○揚力係数 $C_l=6.4$

使用風洞

○航空宇宙技術研究所 煙風洞

(三菱重工 谷岡忠幸, 森田義郎)