変形物体間の接触の力学に関する IUTAM シンポジウム出席報告*

川 建 和 雄**

国際理論応用力学連合 IUTAM は、国際学術連合会議 ICSU の後援の下に、毎年力学の特定の問題に関する国際シンポジウムの幾つかを、そしてさらに4年に1回国際会議を組織している。1972年8月ソビエト連邦モスクワ市で行われた第13回国際理論応用力学会議総会において、表記シンポジウムの開催が決定され、そのために科学委員会が任命された。同委員会の構成は、N. H. ARUTJUNJAN (ソ連), H. BUFLER (西ドイツ), L. E. GOODMAN (アメリカ), A. Ju. IŠLINSKIJ (ソ連), K. L. JOHNSON (連合王国), W. NOWACKI (ポーランド), A. D. de PATER (委員長, オランダ), D. TABOR (連合王国) の8名である。シンポジウムは1974年8月20日から23日まで4日間、オランダ・エンスヘーデ (Enschede) 市で開かれた。同市は首都アムステルダムから東へ約130 km, 鉄路2時間あるいは空路30分の地点にある。オランダ第3番目の工科大学として、広い敷地の中に、1964年9月開かれたという、新興のトウェンテ (Twente) 工科大学の数学科の1室が、会場にあてられた。前もって配布された資料によれば、参加者数76, 発表論文数27であった。その後2件が取り下げられ、1件が加わったので、結局26件の発表が行われた。国別内訳は、連合王国およびアメリカ各8, オランダおよびソ連各2, デンマーク, フランス, 西ドイツ, カナダ, インドおよび日本各1である。発表には35分が割り当てられ、さらに討論に10分が準備された。議事録は、A. D. de PATER および J. J. KALKER が編者となり、Delft 工科大学出版会より、本年春には刊行される予定である。

初日、Twente 工科大学長 P. J. ZANDBERGEN 教授の歓迎の辞、IUTAM 事務局メンバー W. T. KOITER 教授の挨拶、科学委員会の長 A. D. de PATER 教授によるシンポジウムの紹介、さらに同教授による16ミリ映画 Hunting Morement in Railway Vehicle の映写があり、引き続き論文発表 (座長 L. E. GOODMAN) に入った。J. J. KALKER (Delft Univ. Tech.) は、1959年フランスの SIGNORINI により創始され

た、仮想仕事を負になることを出発点とする、接触問題の変分原理を紹介した後、接触に関する数理解析を詳しく分類、現在までに解かれた問題と、今もって着手されていない問題を、区別して示した。K. L. JOHNSON (Camb. Univ.) は、異質2物体の接触面上の摩擦力、滑面の相互接触に現れる分子間力に基づく凝着、ランダム表面粗度をもつ物体の弾性球との接触等、主として彼の手による理論的・実験的研究を通じて、如何に HERTZ の理論が拡張されてきたかを回顧した。午後 (座長 G. M. L. GLADWELL), J. B. ALBLAS (Eindhoven Univ. Tech.) は、剛円柱をはさむ2枚の弾性板に関する2次元弾性接触問題の解析解を与えた。Th. G. JOHNS (Batelle Columbus Lab.) は、任意形状の多重層等方弾性体の垂直接触に就いて、接触面積・変位・接触応力を求める数値計算法を述べた。L. E. GOODMAN (Univ. Minn.) は、任意厚の弾性層被膜を持つ、元来球状の2箇の剛体が、その中心を結ぶ線上に押し付けられ、かつ接触面上に滑りを生ずるように接線荷重が作用するときの、表層中の応力と変形に就いて、近似解析解を与えた。この夕、town hall において、市長のレセプションが行われた。

第2日午前 (座長 G. HERRMANN, Stanford Univ.), B. L. ABRAMJAN (Acad. Sci. Armenian SSR) が、弾性半空間の表面に沿って薄い剛円柱およびパンチが移動する問題を考察した。Hankel 積分で表した Papkovitch-Neuber 型調和関数によって解き、用いた未知の積分関数は Bessel 函数を含む双積分方程式系の解を求めることから決定する。これに対し、GLADWELL および SPENCE が、既に解かれた問題であると、クレームを付けた。発表者は手法が新しいと突き離れた。英連邦対ソ連邦のこの間の応酬は激烈であった。D. A. SPENCE (Univ. Oxford) は、弾性半空間に2次元あるいは軸対称パンチを押し付ける問題を取り上げた。適当な定数を選ぶと、弾性-弾性接触が形式的に剛-弾性接触問題に変換されること、およびベキ型形状 $z \propto r^n$ の物体による圧入問題では、その接触応力が平頭パンチによる圧入時の接触応力の積分で与えられること、に基づいて相似則を提唱した。J. DUNDURS (Northwestern Univ.) は、変形状態での接触の拡がり C を初期接触 C_0 と比較することによって、物体

*昭和50年1月31日原稿受理 IUTAM Symposium on the Mechanics of the Contact between Deformable Bodies, held at Enschede, 20-23 August. 1974.

**九州大学応用力学研究所 Kazuo KAWATATE

間の接触を、後退型 $C \subset C_0$ および前進型 $C \supset C_0$ に分類し、線型弾性体の後退型接触では、応力は荷重に比例し、接触の拡がりは荷重に独立であることを指摘した。J. CHRISTOFFERSEN (Tech. Univ. Denmark) は、弾塑性基礎上で定速で動く剛ローラによって生ずる塑性変形問題を取り扱った。表面のゆがみ、剛ローラの駆動力、およびそのなす仕事と塑性仕事の平衡等を論じた。M. BOUCHER (Univ. Paris) は、粘弾性体における SIGNORINI の問題を取り上げ、函数空間論に基づき、一意性・存在定理を証明した。午後 (座長 L. SOLOMON, Univ. Poitiers), F. F. LING (Rensselaer Polytechnic Inst.) は、半空間の熱弾性応答に関する基本解を求め、これを用いて転がり接触中の熱の影響を解析した。J. R. BARBER (Univ. Newcastle-upon-Tyne) は、調和ポテンシャル函数 2 箇により表わされる熱弾性平衡方程式の解を、剛・摩擦無し・熱パンチによる半空間の圧入問題に適用、特に、非軸対称熱境界条件下の楕円パンチおよび円柱パンチに就いて考察した。R. A. BURTON (Northwestern Univ.) は、最初に、摩擦熱に伴う変形の結果、一様に接触した平面が、たがいに分離した領域によって囲まれる、接触斑点 (patch) に移行する様子を、16 ミリ・フィルムの映写をして示した。次に、熱伝導率の差が物体の熱弾性的相互作用に大きく影響することに着目しつつ、熱良導体上を熱絶縁体が滑る場合に就いて解析し、軸対称接触斑点を論じた。この結果は、乾燥接触あるいは境界潤滑の存在する、シールあるいはブレーキに適用されるという。H. KRAUSE (Aachen Univ. Tech.) は、2 箇のたがいに別別に駆動される円柱状鋼製ディスクを用いて転がり摩擦実験を行い、表面層・表面粗度・硬度分布・結晶寸法・格子歪・結晶配向等の摩擦係数に及ぼす影響を報告した。

第 3 日午前 (座長, D. TABOR, Cambr. Univ.), J. F.

ARCHARD (Univ. Leicester) は、ランダムな構造を有する表面の計算機シミュレーションに就いて述べ、2 箇の接触表面の触針計記録から得られる比較的小規模の標本を用いる解析法を示した。F. T. BARWELL (Univ. Coll. Swansea) は、固体表面の微視組織を記述するに当たり、TSUKIZOE および HISAKADO により提案された模型を用い、触針測定による記録を解析・整理した。光学的な測定により求めた接触点寸法の確率分布曲線を、この触針法による予測と比較、接触寸法 $11\mu\text{m}$ 以上の範囲での、一致は良好なることを報告した。また、摩耗および潤滑における表面組織の果たす役割に就いて、調査しかつ考察を加えた。J. HALLING (Univ. Salford) は、粗面を球状凹凸の array であると仮定して解析を行い、簡単な実験によって得られる加工硬化定数を計算に導入、粗面接触に及ぼす加工硬化の影響を例示した。A. SCHALLAMACH (Natural Rubber Producer's Res. Assoc., UK) は、摩擦力の荷重・温度・速度および接触面の目視観測から、滑軌上のゴム摩擦は分子凝着に基づくものであり、かつ比較的柔らかいゴムでは、滑り方向と直角な狭い帯域内で軌道と接触を失うような waves of detachment を伴う滑りが生ずること、さらに、粗軌上ではその凹凸がゴムを変形させ機械的エネルギー損失の起こること等を示した。午後は excursion, 国立公園 De Hoge Veluwe にある、ゴッホの作品を数多く蔵めている、Kroller-Müller 美術館を訪れた。

最終日午前 (座長 A. Ju. IŠLINSKIĬ), G. M. L. GLADWELL (Univ. Waterloo, Canada) は、軸対称分布荷重を及ぼす半径有限の板と弾性半空間の接触を考察した。問題は、固有値型の Fredholm 積分方程式を解くことに帰せられた。P. R. NAYAK (Tata Engng. & Locomotive CO., India) は、弾性固体がたがいに転がりあるいは滑る時に生ずる接触振動を論じた。こ

第 1 図 美術館へ向けて勢揃い。Twente 工科大学。1974 年 8 月 22 日

の振動の重要な動的要素は非線型バネである。計算が煩雑なので、一般的に線型近似をし、これを例えばボール・ベアリングに適用、さらに計算精度の評価を行った。Y. M. TSAI (Iowa State Univ.) は、軸対称投射体と有厚弾性板の動的接触応力を、積分変換法を用いて運動方程式を解くことにより求め、応力が静的な場合の解と波動の影響を表す積分の和で与えられることを示した。P. A. ENGEL (IBM, New York) は、繰り返し衝突を受ける面上の接触応力を、準静的な計算を用いて求めた。さらに、表面破損の判定式および接触面形状の変化に就いて述べた。KAWATATE は、平頭剛体と半無限粘弾性体の衝突による、接触力の時間的変動を中心に、応力・変位の計算法およびその検証に就いて発表した。運動方程式から重波動方程式を導き数値逆 Laplace 変換を用いる方法と、ウレタン・ゴム板を供試片とするモアレ縞法の実験である。午後 (座長 A. D. de PATER, Delft Univ. Tech.), L. A. MITCHELL (Central Electricity Generating Board, UK) は、核反応炉の多くの部品の性能が凝着・摩擦および摩耗によって決定される現状を述べ、完全ではないけれども、接触理論がこれまでに果たしてきた役割を評価するとともに、今後の発展の方向に就いて若干の示唆をした。特に、実用上重要な摩耗 (wear) の問題は、現接触理論の最弱点であると強調した。B. PAUL (Univ. Pa.) は、多重連結領域における接触応力の数値計算法を提示した。これを中央部に腐食 pit のある2球の接触に適用、pit 直径の応力集中に及ぼ

す影響を例示した。A. Ju. IŠLINSKIJ (USSR Acad. Sci.) は、弾性接触論と crack 理論との対比を行った。一般討論では、H. PARLAND (Finland) が, sleeve joint の滑り等に就いての研究の有無を問い、KALKER と MITCHELL が若干の文献を挙げた。分類に関連して、HERRMAN は、弾性安定問題での接触の分野を指適した。加うるに、BARBER, T. H. C. CHILDS (UK), M. FRÉMOND (France), I. PÁCZELT (Hungary), J. R. WILLIS (UK) が、各々、短かい論文を読んだ。この夕、キャンパスで、final banquet が盛大に催された。

このように、固体接触に関する基礎から応用に到る広範多岐にわたる分野の論文が発表された。熱弾性、表面粗度、動的問題、あるいは摩耗の分野には、未だ数多くの問題が残されているようである。今後の発展に期待しなければならない。

参加者の大部分は、静かなキャンパス内の一隅にある学生寮を利用した。滞在期間中快晴に恵まれ、美しい風景を満喫することができた。費用は、登録 50・晩餐会 25・宿泊朝食 (5) 75・昼食および夕食 (各 4) 75・小旅行参加 25、締めて 250 オランダ・ギルダ、邦貨に換算して約2万7千円であった。

なお、シンポジウム出席に当たり、文部省昭和49年度国際研究集会派遣旅費が支給された。また、多くの方々、会長および西部支部長を初めとする航空宇宙学会関係各位、並びに、所長を初めとする応用力学研究所関係各位から、懇篤なる配慮・激励・忠告を戴いた。ここに記して、深く感謝の意を表す。

第1表 発表論文一覧

- 1) J. J. KALKER: Aspects of contact mechanics.
- 2) K. L. JOHNSON: Non-Hertzian contact of elastic spheres.
- 3) J. B. ALBLAS: On the two-dimensional contact problem of a rigid cylinder, pressed between two elastic layers.
- 4) Th. G. JOHNS and A. W. LEISSA: The normal contact of arbitrarily shaped multilayered elastic bodies.
- 5) L. E. GOODMAN and L. M. KEEN: Influence of an elastic layer on the tangential compliance of bodies in contact.
- 6) B. L. ABRAMJAN: Some asymmetrical contact problems for semispace.
- 7) D. A. SPENCE: Similarity considerations for contact between dissimilar elastic bodies.
- 8) J. DUNDURS: Properties of elastic bodies in contact.
- 9) J. CHRISTOFFERSEN: Small scale plastic flow associated with rolling.
- 10) M. BOUCHER: Signorini's problem in viscoelasticity.
- 11) F. F. LING: Heat effects in rolling contact.
- 12) J. R. BARBER: Thermoelastic contact problems.
- 13) R. A. BURTON: An axisymmetric contact patch configuration for two semi-infinite bodies in frictionally heated contact.
- 14) H. KRAUSE and A. Halim DEMIRCI: Factors influencing the real trend of the coefficient of friction of two elastic bodies rolling over each other in the presence of dry friction.
- 15) J. F. ARCHARD, R. T. HUNT and R. A. ONION: Stylus profilometry and the analysis of the contact of rough surfaces.
- 16) F. T. BARWELL, M. H. JONES and S. D. PROBERT: The interaction and lubrication of rough surfaces.
- 17) J. HALLING and K. A. NURI: Contact of rough surfaces of work hardening materials.
- 18) A. SCHALLAMACH: The frictional contact of rubber.
- 19) G. M. L. GRADWELL: The unbonded contact of a plate and an elastic half-space.
- 20) P. R. NAYAK: Linearized contact vibration analysis.
- 21) Y. M. TSAI: Dynamic contact stresses produced by impact in elastic plates of finite thickness.
- 22) P. A. ENGEL: Impact on a worn surface.
- 23) K. KAWATATE: Transition of collision contact force between a viscoelastic space and a flat-headed rigid body.
- 24) L. A. MITCHELL: Applications for contact theories in nuclear reactor technology.
- 25) K. P. SINGH, B. PAUL and W. S. WOODWARD: Contact stresses for multiply connected regions-the case of pitted spheres.
- 26) A. Ju. IŠLINSKIJ: Consideration of the theory of cracks from the point of view of contact problems of the theory of elasticity.