(4) ジャイロ・モーメントの振動特性に対する影響はジェット・エンジンにおいても無視できない。したがって、多軸エンジンの場合は各軸の回転速度を考慮してジャイロ・モーメントの項を計算し、振動特性を求める必要がある。

この報告を終るにあたり、御指導下さった当所原動機部松本部長、航空機公害研究グループ鳥崎総合研究官に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

1) 松本, 鳥崎: リフト・ジェット・エンジン JR 100 H

の概要, 機械学会誌 70 巻 581 号 (昭和 42 年 6 月), p. 918~921.

- 2) 宮地, 星谷, 祖父江: 単軸ジェット・エンジンのつりあい振動とダンパ軸受によるその防止, 航空宇宙学会誌, 本号 552~562.
- 3) 松本, 鳥崎: ファン・エンジンの動向, 機械学会誌 73 巻 617 号 (昭和 45 年 6 月), p. 812~818.
- 4) 宮地, 小河, 星谷, 祖父江: ジェット・エンジン用薄肉組立ロータの曲げ剛性, 航空宇宙技術研究所報告, TR-329 (1973 年 7 月).
- 5) 宮地, 星谷, 祖父江: 第 15 回航空原動機講演会講演集.
- 6) International Standard Organization: Proposed Draft ISO Recommendation: Balancing Criteria for Flexible Rotors.

ヘリコプター運動解析の仮定の検討*

An Examination of the Assumptions of the Helicopter Motion Analysis

加 藤 寛一郎**・山 根 隆 志***

Kan'ichiro KATO and Takashi YAMANE

Abstract

Two major assumptions adopted in the current helicopter motion analysis are examined. It is shown numerically that to neglect the lateral-longitudinal coupling motion may lead to about 20% error in the control response at lower frequencies, and that the quasi-static rotor assumption (or HOHENEMSER's assumption) can also produce about 20% error in the pitch damping at the frequency region of the short period mode. The coupling effect is remarkable for blades with large Lock number and is sensitive to the inflow distribution, while the effect of rotor dynamics is predominant for rotors with small Lock number or small rotational speed.

1. は し が き

ヘリコプターの運動方程式を微小擾乱理論で記述したとき、その空力微係数は、飛行試験から推定した値と、通常 2 割程度の相違を示す¹⁾。このことは、安定増大装置や自動操縦装置を設計するとき、解析が信用されない理由の一つになっている。相違の原因はいろいろ考えられるが、今日常用されている運動方程式に適用されている、次の二つの仮定を再検討してみる必要があろう。すなわち、胴体の縦運動・横運動は分離して扱えること (非連成仮定)、および、ロータ運動

を準定常とみなし得ること (準定常ロータ、あるいは HOHENEMSER の仮定) である。この運動方程式を初めて定式化したと言われる HOHENEMSER²⁾ 以来、準定常ロータの仮定については、KAUFMAN ら³⁾ が周波数応答を利用して、数値的に検討し、 $\omega/Q \approx 0.1$ が適用限界であることを示した。一方、非連成仮定に関して、MILLER⁴⁾ は特性根を検討しその妥当性を述べようとしたが、ZBROZEK⁵⁾ はさらに検討が必要であると付記しており、実際 SHULTZ¹⁾ の解析を見ると、非連成方程式は、必ずしも飛行試験と良い一致は示していない。然るに現在では、このような事情はともすれば忘れられ、上記二つの仮定を用いた、固定翼機の場合と同形の運動方程式が、その適用限界を越えて用いられることも稀ではない。本稿は、関節型剛体ブレードの機体がホバリング状態にある場合、特に空力微係数に着目して、上記二つの仮定を再検討する。ただし、空気力の非定常性は考慮されていない。

記 号 (第 1 図参照)

- A_{1s}, B_{1s} : シャフトから見たサイクリック・ピッチ角, $\theta_s = \theta_0 - A_{1s} \cos \Psi - B_{1s} \sin \Psi$
 a_1, b_1 : 水平面から見たフラッピング角,
 $\beta = a_0 - a_1 \cos \Psi - b_1 \sin \Psi$
 a_{1s}, b_{1s} : シャフトから見たフラッピング角,
 $\beta_s = a_0 - a_{1s} \cos \Psi - b_{1s} \sin \Psi$
 I_y : 機体のピッチ軸まわり慣性モーメント
 $M\dot{\theta}$: ピッチ・ダンピング, (4), (5) 式参照

* 昭和 50 年 11 月飛行機シンポジウムで講演, 昭和 51 年 2 月 6 日原稿受理

** 東京大学工学部航空学科

*** 東京大学大学院

(a) 左側面図 (b) 背面図
第1図 ホバリング時の6自由度

- $\ddot{M}\theta$: 等価ピッチ・ダンピング, (7)式参照
 s : ラプラス演算子
 u, v : 機体固定系での機体重心の速度成分
 α_1, α_2 : 機体姿勢角, $\alpha_1 = -\theta$, $\alpha_2 = -\phi$
 γ : ロック数, $\gamma = \rho a c R^4 / I_1$
 θ, ϕ : 機体のピッチ角およびバンク角
 μ_x, μ_y : ロータ・ハブの無次元水平並進速度
 Ω : ロータ回転角速度
 ω : 円振動数

2. 運動方程式

解析の出発点として, 文献 6) 195 頁に示された, ロータ・ダイナミクスも含めた, 6元連立運動方程式を用いる。これは翼素理論から導かれたもので, 次の形をしている。

$$[M_6(s)] \{\mu_x, \mu_y, \alpha_1, \alpha_2, a_1, b_1\}^T = [C_6] \{A_{11}, B_{11}\}^T \quad (1)$$

ここに $[M_6]$, $[C_6]$ はそれぞれ 6×6 , 6×2 の係数行列であり, 方程式は静止系から記述されている。この式に前述の二仮定を適用する。

【I】 準定常ロータの仮定: $\dot{a}_1 + \dot{\alpha}_1$, $\dot{b}_1 + \dot{\alpha}_2$ 無視 (これが HOHENEMSER の仮定と呼ばれる)。同時にロータ角加速度項 $\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2$ 無視。

【II】 非連成仮定: μ_y, α_2 およびその微分項無視。こうして得られる, 2元連立運動方程式が, 今日常用されている式に相当する。次式がそれで, 同文献 6) 201 頁に示されている。

$$[M_2(s)] \{\mu_x, \alpha_1\}^T = [C_2] B_{11} \quad (2)$$

これに対し, 【II】の仮定を適用しない, すなわち縦横の連成を考慮した, 4元連立運動方程式を導出しておいた。

$$[M_4(s)] \{\mu_x, \mu_y, \alpha_1, \alpha_2\}^T = [C_4] \{A_{11}, B_{11}\}^T \quad (3)$$

機体固定系の変数に書き改めると, (2), (3) 式はそれぞれ次のようになり, 下線部が連成項である。

$$\begin{cases} (s - X_u)u - (s^2 X_{\dot{\theta}} + s X_{\theta} - g)\theta = g B_{11} \\ -(s M_{\dot{u}} + M_u)u + (s^2 - s M_{\dot{\theta}})\theta = M_{B1} B_{11} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} (s - X_u)u - (s^2 X_{\dot{\theta}} + s X_{\theta} - g)\theta \\ \quad - (s X_{\dot{\phi}})\phi = g B_{11} \\ -(s Y_{\dot{u}} + Y_u)u + (s - Y_v)v - (s Y_{\dot{\theta}})\theta \\ \quad - (s^2 Y_{\dot{\phi}} + s Y_{\phi} + g)\phi = g A_{11} \\ -(s M_{\dot{u}} + M_u)u - (s M_{\dot{v}} + M_v)v + (s^2 - s M_{\dot{\theta}})\theta \\ \quad - (s M_{\dot{\phi}})\phi = M_{B1} B_{11} \\ -(s L_{\dot{u}} + L_u)u - (s L_{\dot{v}} + L_v)v - (s L_{\dot{\theta}})\theta \\ \quad + (s^2 - s L_{\dot{\phi}})\phi = L_{A1} A_{11} \end{cases} \quad (5)$$

さてここで Sikorsky S-58 の諸元⁷⁾を用いて, (1), (2), (3) 式によるステップ操舵応答を計算比較してみる。結果は第2図(a)~(d)に示されており, 非連

(a) ピッチ角速度

(b) ロール角速度

(c) 前進速度

(d) 左進速度

第2図 ステップ操舵応答

第1表 運動方程式の特性根の比較

6元方程式(1)	4元方程式(2)	2元方程式(3)	備 考
$0.121 \pm 0.368i$	$0.119 \pm 0.369i$	$0.139 \pm 0.382i$	長周期モードの根
$0.035 \pm 0.566i$	$0.034 \pm 0.562i$	$0.089 \pm 0.528i$	同 上
$-1.00 \pm 0.362i$	$-1.03 \pm 0.237i$	-0.596 および -1.61	ロール・ピッチ減衰の根
$-14.7 \pm 6.99i$	—	—	フラッピングの根
$-15.3 \pm 40.4i$	—	—	同 上

第3図 角速度ダンパーのゲイン設計例

成を仮定した(2)式の振幅および周期に、かなりの差が認められる。運動方程式の特性根にも、第1表に示すとおり同様な差が認められ、特に注意を要するのは、(1)、(3)式での1対の減衰振動根が、非連成を仮定したために2実根(単調減衰根)に分裂している点である。以上だけでも、縦横連成運動の重要性が指摘されよう。

実際、もし6元方程式(1)と2元方程式(2)を用いて、所与条件を満足する角速度ダンパーを設計した場合、ゲイン許容範囲にどれ程差が出るかを第3図に示した。判定基準としては、MIL-F-83300 (V/STOL) Hover & Low Speed, Level 1⁸⁾を用いた。この図を見ると、許容範囲が狭い割には相違が大であると言わねばなるまい。

3. 周波数応答による検討

運動方程式の精度を更に検討するため、以下、周波数領域で考える。第4図(a)は、 α_1/B_{1s} ($= -\theta/B_{1s}$)なる伝達関数、すなわちサイクリック・ピッチに対する機体ピッチ角を、2元方程式と4元方程式とから求めたもので、縦横連成の効果を比較するためのもので

(a) 縦横非連成の仮定の影響

(b) 準定常ロータの仮定の影響

第4図 サイクリック・ピッチ操舵に対する機体ピッチ角の周波数応答

ある。一点鎖線に見られる二つのピークは、実は胴体の縦・横長周期モードに対応する振動数であり、高周波側のピークでは、横運動すなわち連成が激しく、両曲線の差は大である。全般的に、相異は ω/Ω の小さい所で認められ、連成効果は低周波域で現われるといえる。

同図(b)は、同じく α_1/B_{1s} を6元方程式と4元方程式とから求め、準定常ロータの仮定の影響を見たものである。注意すべきは、 -1 dBが振幅比にして -11% を意味することである。実際経験される周波数範囲内でも、 $\omega/\Omega \approx 0.5$ になると振幅誤差は 10% 程度に達している。そもそも、準定常ロータの仮定と

第5図 等価ピッチ・ダンピングの Bode 線図

は,

$$a_1 + \alpha_1 = a_{1s}$$

$$= \frac{16/\gamma\Omega}{1+16s/\gamma\Omega}(s\theta) \approx -\frac{16}{\gamma\Omega}(s\theta) \quad (6)$$

すなわち $1+(16/\gamma\Omega)i\omega \approx 1$ と近似することに相当するので, KAUFMAN³⁾ の言うように, $\omega/\Omega \approx 0.1$ が仮定の有効限界であろう。ただし, 6元方程式自体が, 定常空気力を用い, 胴体に対しては無限枚のブレードを考えているので, $\omega/\Omega \geq 1$ では有効性を失うことも併記しておく。

次に第5図は, 等価ピッチ・ダンピングを計算し比較したものである。まず, 6元方程式(1)より $a_1, b_1, \mu_v, \alpha_2$ を消去すると,

$$\begin{cases} (s - \bar{X}_u(s))u - \bar{X}_\theta(s)\theta = \bar{X}_{B1}(s)B_1, \\ (-\bar{M}_u(s)u + (s^2 - s\bar{M}_\theta(s))\theta = \bar{M}_{B1}(s)B_1. \end{cases} \quad (7)$$

の形になり, 等価ピッチ・ダンピング $\tilde{M}_\theta = \tilde{M}_\theta^{(6)}(s)$ が得られる。次に, 4元方程式(5)より v, ϕ を消去すると, 同形の表示式を得るが, このときの等価ダンピングを $\tilde{M}_\theta = \tilde{M}_\theta^{(4)}(s)$ とする。さらに, 2元方程式(4)のピッチ・ダンピングを $M_\theta = M_\theta^{(2)}$ とかくと, この $M_\theta^{(2)}$ は定数となり, 非連成・準定常ロータを仮定した, 通常のピッチ・ダンピングである。これに, いわゆるロータ・ダイナミクス補正⁹⁾ を施したものを,

$$M_\theta^{(2-RDC)}(s) = M_\theta^{(2)} / (1 + 16s/\gamma\Omega) \quad (8)$$

で示すことにする。

第5図は, これら $\tilde{M}_\theta^{(6)}, \tilde{M}_\theta^{(4)}, M_\theta^{(2-RDC)}$ を比較したものである。高周波域 ($\omega/\Omega \geq 1$) での実線と一点鎖線との顕著な差が, 準定常ロータの仮定の影響であり, $\omega/\Omega \approx 0.2$ で振幅誤差は 2 dB, 約 20% に達している。一方, 低周波域 ($\omega/\Omega \leq 0.1$) における実線・点

線の振幅比の差が, 連成効果であり, これはピッチ運動より生じた胴体の横運動 v および ϕ の影響が, フィードバックされる効果である。したがって, 縦横の連成効果を考える場合には, 空力微係数を, ロータ単独の運動から,

$$M_\theta = \frac{1}{I_y} \left[\frac{\partial M}{\partial \theta} + \frac{\partial M}{\partial a_1} \frac{\partial a_1}{\partial \theta} + \frac{\partial M}{\partial b_1} \frac{\partial b_1}{\partial \theta} \right]_{s=0} \quad (9)$$

と推定するのでは不充分で, さらに機体の横運動 v, ϕ を考慮して, 横の運動方程式から, $\partial v / \partial \theta, \partial \phi / \partial \theta$ を求め, (7)式に対し,

$$\tilde{M}_\theta(s) = M_\theta + \frac{1}{I_y} \left(\frac{\partial M}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial M}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad (10)$$

の値を用いることが肝要である。(10)式を用いない場合は, 4元方程式(5)または6元方程式(1)を用いて, 解析を行なうことが必要である。なお, $s=0$ の場合, (10)式は

$$\begin{aligned} \tilde{M}_\theta &= M_\theta - M_v \frac{L_\theta}{L_v} - M_\phi \frac{Y_\theta}{Y_\phi + g/s} \Big|_{s=0} \\ &= M_\theta (1 - M_v L_\theta / M_\theta L_v) \end{aligned} \quad (11)$$

と書かれる。

このようにして得られた, (5)式の M_θ, M_ϕ および (11)式の $\tilde{M}_\theta$ の数値を第2表④に示す。表中の $\tilde{M}_\theta / M_\theta$ は, 連成運動をしている状態での測定値と, 非連成を仮定した理論値との比と見ることもできる。なお, APPENDIX の概算によれば,

$$\tilde{M}_\theta / M_\theta \approx 1 + (\gamma/16)^2 \quad (12)$$

となり, 縦横連成にはロック数が効いていることがわかる。このことは, 第2表からも確かめられる。

4. 他の吹下ろしモデル・他の機種での検討

以上の計算は, すべて Sikorsky S-58 の諸元を用い, 吹下ろしは一様としていた。ここで, 念のため文

	機 体 名	$M\theta$	$M\phi$	$\tilde{M}\theta$	$\tilde{M}\theta/M\phi$	ロ ッ ク 数	吹下ろしモデル
Ⓐ	Sikorsky S-58	-0.302 sec^{-1}	0.327 sec^{-1}	-0.434 sec^{-1}	1.44	10.60	一 様
Ⓑ	同 上	-0.454	0.275	-0.517	1.14	同 上	非 一 様 ¹⁹⁾
Ⓒ	Hughes 500	-1.412	0.625	-1.541	1.09	5.62	一 様

(575)