固体推進の急減圧による消火理論*

判 沢 正 久**

1. はじめに

固体ロケット・モータの ON-OFF 制御を含む推力大きさ制御 (TMC) は、燃料および酸化剤の供給量が制御しやすい液体ロケット・モータに比べれば、はるかに難しい。しかし、固体ロケットの使用範囲をさらに拡大するためには、この TMC の技術を確立することが非常に重要である。固体推進の燃焼を中断させる (OFF) 有望な方法はいくつか提案されているが、その一つに、燃焼室圧力を急速に落す方法がある。この急減圧による消火現象は、固体ロケットの開発当初よりしばしば観察されてはきたが、実用的見地から大きな関心を集め出したのは、1960 年代の初めに CIEPLUCH^{1),2)} により組織的研究がなされてからである。一般に、急減圧はモータのノズル面積を急速に拡大することにより得られる。さらに最近では、定常燃焼時に酸化剤として少量の流体を噴射しておいて、この噴射を急速に断つことにより急減圧を得ることも研究されている³⁾。

この急減圧による固体推進の消火に関する実験によれば、推進およびモータが同一の場合、減圧の特性時間がある定まった値以下であれば消火が起こり、この値以上であれば燃焼は中断することなしに持続することが明らかにされている¹⁾。この消火限界を与える特性時間は、推進組成およびモータ寸法によりかなり異なる^{4),5)}。この消火現象は、燃焼圧が非常に低い場合に起こる熱損失によるものや⁶⁾、比較的低い燃焼圧でしばしば起こる線形低周波不安定燃焼⁷⁾とは異なり、非線形過渡現象と考えられ、減圧率が大きな役割りをなうことから、一般に dp/dt -消火と呼ばれている。

この dp/dt -消火現象は、上述の ON-OFF 制御という実際の応用の他に、線形不安定燃焼よりも実験結果がはっきりしているため、固体推進の非定常燃焼モデルの適否を判断する上でも有用と考えられている。

本稿では、この dp/dt -消火に関する理論を筆者の研究を中心にして概説する。

主 な 記 号

- A_b : 推進の燃焼表面積
- A_t : モータのノズル・スロート面積
- a : 定数, (26)式参照
- c_p : 混合ガスの定圧比熱
- c_s : 推進の比熱
- E_f : 気相反応の活性化エネルギー
- E_w : 表面反応の活性化エネルギー
- K_n : A_b/A_t
- k^* : 定数, (28)式参照
- L^* : V/A_t , モータの特性長さ
- l : 定常燃速式(26)の圧力指数
- $\dot{m}$: 質量燃速, $\dot{m} = \rho_s \dot{r}$
- P : 圧力
- Q : 気相反応のエネルギー
- Q_w : 表面反応のエネルギー
- R^0 : 普変ガス定数
- $\dot{r}$: 線燃速
- T : 温度
- $T_{o,f}$: 断熱火炎温度
- T_s : 推進温度
- V : モータの燃焼容積
- W : 燃焼ガスの平均分子量
- $\dot{W}_p$: 反応生成物の生成速度
- x : 座標
- Y_p : 反応生成物の密度比
- α : 熱拡散率
- β : 定数, (6)式参照
- γ : $\beta + \nu + 1$
- κ : 気体の比熱比
- ν : 気相反応の次数, (6)式参照
- ρ : 密度

(*)、(**): (1)式および(15)式で定義される無次元量

($\bar{}$): 定常状態での値

(), ()_s, ()_g: 固相, 燃焼表面および気相での値

()₀: 初期定常状態での値

* 昭和52年5月30日原稿受理 Theory of the Extinction of Solid Propellant by a Rapid Pressure Decrease

** 東海大学工学部航空宇宙学科 Masahisa HANZAWA

- ($\cdot$) $_{\infty}$: 最終定常状態での値
 ($\cdot$) $_c$: 線形安定限界値, (31)式参照
 ($\cdot$) $_{cr}$: dp/dt -消火限界値

2. 燃焼モデル

固体ロケット・モータの線形不安定燃焼や dp/dt -消火等の非定常燃焼現象の解析のために提案された固体推進の非定常燃焼モデルは、火炎構造を全く考慮に入れない極端に単純化されたものから^{8),9)}、反応性ガス力学的に取扱われたものまで^{10),11)}多種多様である。ここでは後者に属する一次元準定常火災モデルについて述べる。

いま、半無限の推進が一次元、平面的に燃焼するものとし、座標系の原点を燃焼表面にとる。そして、燃焼領域は化学反応のない固相内の予熱域、推進表面での表面反応、および気相での化学反応域から成り立っているとしよう(第1図参照)。一般に広く使用されているコンボジット系推進では、気相での化学反応に先立って、燃料と酸化剤の拡散による混合が必要であるが、現在までのところ、この混合過程を含んだ非定常燃焼理論はあまり進んでおらず、今後の課題である。

数学的取扱いを簡単にするため種々の仮定がなされるのが普通であるが、まずそれらのうち主なものをあげておこう。熱力学的係数および輸送係数は一定とし、さらに混合気体は理想気体であるとする。さらに、推進は化学量論的に混合されているものとする。実際の推進の混合比は、この理想的な比になっていないのが普通であろうが、このような場合には、そのずれの部分を不活性気体として処理すればよい。また混合気体の Lewis 数は1とする。

現在問題になっている不安定燃焼や dp/dt -消火のような非定常燃焼現象の特性時間は、火炎内のいろいろな輸送過程の特性時間 ($\sim 10^{-4}$ sec) と比較すると、通常の条件下ではかなり大きい^{12),13)}。それゆえ、これ

第1図 固体推進の燃焼モデル

らの非定常現象は主として、固相内の非定常熱伝達に由来するものと推測されている。このような場合には、気相の輸送過程を記述する偏微分方程式の時間微分項は他の項に比べると小さいので無視することができる。そして、このときの気相の非定常性は燃焼表面での非定常境界条件を通してのみ表われることになる。この準定常の近似はほとんどすべての理論で用いられている。

以上の仮定に立って、固体推進の非定常燃焼を記述する保存方程式を、初期定常状態で作られる次の無次元量を用いて書けば、およそ以下ようになる。さらに詳しい式については参考文献 10, あるいは 11 を参照されたい。

$$\left. \begin{aligned} T^* &= \frac{T - T_i}{T_{w,0} - T_i}, & T^{**} &= 1 + \frac{c_p}{Q}(T - T_{sf}), \\ x_s^* &= \frac{\dot{m}_0 x}{\rho_s \alpha_s}, & x_g^* &= \frac{\dot{m}_0 x}{\rho_g \alpha_g}, & t^* &= \frac{\dot{m}_0^2 t}{\rho_s^2 \alpha_s}, \\ P^* &= \frac{P}{P_0}, & \dot{m}^* &= \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}, & Q_w^* &= \frac{Q_w}{c_s(T_{w,0} - T_i)}, \\ Q^* &= \frac{Q}{c_s(T_{w,0} - T_i)}, & c^* &= \frac{c_p}{c_s}, \\ E_w^* &= \frac{E_w}{R^0 T_{w,0}}, & \theta_0^* &= \frac{T_i}{T_{w,0} - T_i}, \\ \theta_f^* &= \frac{T_f}{T_{sf}}, & \theta_g^* &= \frac{T_g}{T_{sf}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

固相内のエネルギー保存;

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_s^{*2}} - \dot{m}^* \frac{\partial T^*}{\partial x_s^*} \quad (2)$$

気相内の運動量保存式は、火炎を横切って圧力は一定、すなわち、 $P^* = P^*(t)$ と近似できる。

気相内の反応生成物の保存;

$$\dot{m}^* \frac{\partial Y_p}{\partial x_g^*} - \frac{\partial^2 Y_p}{\partial x_g^{*2}} = \dot{W}_p^* \quad (3)$$

気相内のエネルギー保存;

$$\dot{m}^* \frac{\partial T^{**}}{\partial x_g^*} - \frac{\partial^2 T^{**}}{\partial x_g^{*2}} = \dot{W}_p^* \quad (4)$$

(3), および(4)式の右辺の $\dot{W}_p^*$ は反応生成物の無次元生成速度を表している。この $\dot{W}_p^*$ の表式は火災モデルごとにかなり異なっている。その理由は反応機構が十分明らかでないのに加えて、数学的複雑さをさけるためである。DENISON-BAUM¹⁰⁾ は, ARRHENIUS 形の反応速度式

$$\dot{W}_p^* = K_p^* P^{**} (1 - Y_p)^v \exp(-E_f/R^0 T) \quad (5)$$

を採用した。この式は最も良く用いられている式であるが、固有値 K_p^* を解析的に求めようとすると VON KARMÁN の第零近似¹⁴⁾などの近似法が必要となる。

そして、準定常火災モデルにこの近似法を用いた場

合、燃焼表面の非定常性が見失なわれるという欠点がある¹⁵⁾。この点に関する議論は WILLIAMS¹⁶⁾ によってもなされているが、まだはっきりした結論は出ていないようである。

KRIEL ら¹⁵⁾は、 $\dot{W}_p^* = K_p^* P^{**}$ で表わせる一定反応速度モデルを用いたが、これは数学的取扱いは便利な反面、あまりにも単純化しすぎていると言えよう。

MERKLE ら⁵⁾は、一定反応速度とデルタ関数的反応速度の線形結合で $\dot{W}_p^*$ を表した。これは、燃料と酸化剤の拡散混合を考慮した唯一の準定常火災モデルである。しかし、このモデルは、実験データと合うように巧みに数学的操作がしてあるので、どちらかというとき半経験的モデルと考えられる。

以上述べたように、 $\dot{W}_p^*$ としては種々の形が提案されているが、そのうちで現在最も広く用いられているのは(5)式の ARRHENIUS 形である。しかし、この式を用いた場合固有値を得るにあたっていまだ若干のあいまいさが残っていることは既に述べた。HANZAWA¹⁷⁾は、(5)式中の $\exp(-E_f/R^0 T)$ を $A(T-T_w)^{\beta}$ で置き代えることを提案した。このベキ関数は、 E_f に対し A と β を適当に選べば、 $\exp(-E_f/R^0 T)$ を非常に良く近似でき、しかもこの場合には準定常火災問題が定常火災問題に変換できるため上述のあいまいさは除かれることを示した。それゆえ、以下では

$$\dot{W}_p^* = K_p^* P^{**} (1 - Y_p)^{\nu} (T^{**} - T_w^{**})^{\beta} \quad (6)$$

を用いることにしよう。ここで K_p^* は無次元固有値である。この式を用いて得られる結果は、(5)式を用いて得られる結果と本質的に異なるものではない。

微分方程式(2)、(3)および(4)に対する境界条件は

$$x_i^* = -\infty \text{ で } T^* = 0 \quad (7)$$

$$x_i^* = x_g^* = 0 \text{ で } T^* = T_w^{**}, T^{**} = T_w^{**} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial x_i^*} = Q^* \frac{\partial T^{**}}{\partial x_g^*} + \dot{m}^* Q_w^* \quad (9)$$

$$\dot{m}^* Y_p - \frac{\partial Y_p}{\partial x_g^*} = 0 \quad (10)$$

$$x_g^* = +\infty \text{ で } T^{**} = T_f^{**}, Y_p = 1 \quad (11)$$

与えられる。(9)式は、燃焼表面ではエネルギー保存を表し、(10)式は、そこでの反応生成物の正味の流れがないことを示している。

表面反応速度は、次の ARRHENIUS 形で表わせるとする。

$$\dot{m}^* = \exp \{ -E_w^* (1 - T_w^*) / (T_w^* + \theta_0^*) \} \quad (12)$$

(2)~(12)式が、準定常火災モデルに基づく基礎方程式である。ロケット・モータ内の不安定燃焼を解析するためには、これらの方程式に、モータ内の流れの

場を決定する方程式を加えれば良い。現在大きな関心を引いている軸方向不安定燃焼の解析もこのような取扱いがされている¹⁸⁾。

しかし現在までのところ、 dP/dt -消火現象の解析はモータ内の気体は一樣として扱われているのが普通である^{19), 20)}。これは流れの場の方程式を加えると数学的にかなり複雑になることと、モータが比較的短い場合には結構良い近似になっていることによる。流れの場の方程式および侵食燃焼効果を加味した dP/dt -消火現象の解析は今後の課題であるので、ここではモータ内の気体は一樣と見なすことにする。そして、簡単のために、ノズル面積をステップ関数的に拡大することによって起こる急減圧のみを扱うことにしよう。この場合、次の質量およびエネルギー保存式を用いて、そこでの圧力および温度を決めることができる。

$$\tau_w^* \frac{d}{dt^*} \left(\frac{P^*}{\theta_g^*} \right) = K_n^* \dot{m}^* - \frac{P^*}{V \theta_g^*} \quad (13)$$

$$\tau_w^* \frac{dP^*}{dt^*} = \kappa (K_n^* \dot{m}^* \theta_f^* - V \theta_g^* P^*) \quad (14)$$

ただしここでは減圧の全過程で超音速ノズルを仮定した。そして、 K_n^* および τ_w^* はそれぞれ減圧幅および減圧の特性時間を示すパラメータで、 V と A_b が減圧中に変わらないとすると

$$K_n^* = \frac{A_{t,0}}{A_{t,\infty}} = \frac{1}{A_{t,0}^*}, \quad \tau_w^* = \frac{\bar{W} V P_0 \dot{m}_0}{R^0 T_{af} A_b \rho_f^2 \alpha_s A_{t,\infty}} \quad (15)$$

と書ける。

3. 準定常火災速度

3.1 準定常火災速度式 (3)式から(4)式を減ずれば、 $h^* = Y_p - T^{**}$ についての方程式が得られる。

$$\dot{m}^* \frac{\partial h^*}{\partial x_g^*} - \frac{\partial^2 h^*}{\partial x_g^{*2}} = 0 \quad (16)$$

境界条件(11)を満足するこの解は

$$1 - Y_p = T_f^{**} - T^{**} \quad (17)$$

与えられる。これを(6)式に代入し、 Y_p を消去すれば

$$\begin{aligned} \dot{m}^* \frac{\partial T^{**}}{\partial x_g^*} - \frac{\partial^2 T^{**}}{\partial x_g^{*2}} \\ = K_p^* P^{**} (T_f^{**} - T^{**})^{\nu} (T^{**} - T_w^{**})^{\beta} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。境界条件(8)および(11)のもとにこの方程式を解けば、気相内の温度分布が得られ、その結果を用いれば、火災伝播速度 $\dot{m}^*$ の圧力、火災温度および燃焼表面における境界条件への依存性を求めることができる。しかし、上式の厳密な解析解を求めるのは難しく、固有値 K_p^* を求めるのにも近似的取扱いが必要である。(6)式の右辺に ARRHENIUS 形を用いた場合

には VON KÁRMÁN の第零近似がしばしば用いられるし、上式のようにベキ関数が用いられた場合には、spaulding の centroid rule²¹⁾ なども有力であろう。けれども、準定常火災問題では定常火災問題とは異なっており、燃焼表面での境界条件 (9) が非定常であるため、定常火災の解析のためのこれらの近似法は、この非定常性をあいまいにしてしまうことが多い¹⁵⁾。これをさけるため、ここではさらに次の変換を導入しよう。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \dot{m}^* (T^{**} - T_w^{**}) / (\partial T^{**} / \partial x_s^*) + 0 \\ \xi &= \dot{m}^* x_s^* \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

この変換をほとんどすると、(18)式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = A \theta^\beta (\theta_f - \theta)^\gamma \quad (20)$$

ここで、 $A = K_p^* \{(\partial T^{**} / \partial x_s^*) + 0 / \dot{m}^*\}^{\beta+\gamma-1} P^{**} / \dot{m}^{*2}$ である。

境界条件は

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \theta = 0, \quad \partial \theta / \partial \xi = 1 \quad (21)$$

$$\xi = +\infty \quad \text{で} \quad \theta = \theta_f \quad (22)$$

すでに述べたように、準定常火災モデルにおいては、非定常性は燃焼表面での境界条件 (そして、間接的には火災温度) を通して入ってくるが、この変換を行えば、そこでの境界条件は固定される。この結果、準定常状態における式は、定常状態におけるそれと同一形式になることがわかる。固有値 A の θ_f への依存性を得るためには、厳密には数値計算を必要とするが、プロファイル法を用いれば近似的に求めることができる¹¹⁾。その結果は、

$$A = \frac{1}{3P(\beta, \gamma)} \frac{1 + \theta_f}{\theta_f^\gamma} \quad (23)$$

で表わせる。ここで、 $P(\beta, \gamma)$ は β と γ に依存する定数であり、また $\gamma = \beta + \nu + 1$ である。

上式を書き換えれば、準定常火災速度式が得られる。

$$\dot{m}^* = P^{**/2} \left(\frac{T_f^* - T_w^*}{T_{sf}^* - 1} \right)^{1/2} \left\{ \frac{Q^* - (T_{sf}^* - 1)}{(\partial T^* / \partial x_s^*) - 0 / \dot{m}^*} \right\}^{1/2} \quad (24)$$

この結果は、燃焼表面における非定常境界条件 $(\partial T^* / \partial x_s^*) - 0 / \dot{m}^*$ が直接含まれていることを除けば、DENISON-BAUM¹⁰⁾、WILLIAMS¹⁶⁾ が (18) 式の右辺に ARRHENIUS 形を用いて近似的に得たものと本質的には同じである。

上式中の火災温度は、(10)式より決まる。

$$T_f^* = T_w^* + \frac{1}{C^*} \{ Q^* + Q_w^* - (\partial T^* / \partial x_s^*) - 0 / \dot{m}^* \} \quad (25)$$

3.2 定常燃速の圧力依存性 推葉の定常燃速の圧力依存性は、燃焼表面における定常境界条件 $(\partial T^* / \partial x_s^*) - 0 = \dot{m}^* T_w^*$ を代入すれば得られる。その結果は

次のベキ関数で良く近似されることが示されている¹⁷⁾。

$$\dot{m}^* = P^{*l} \quad \text{あるいは} \quad \bar{r} = a P^l \quad (26)$$

ここで、圧力指数 l は $\nu/2$ より若干小さな値である。

定常燃速の圧力依存性を表わす式としては、コンボジット系推葉に対しても、上式のベキ関数が良く用いられているが、より広い圧力範囲にわたってはこの式よりも、燃料と酸化剤の混合過程を考慮した GDF 理論 (Granular Diffusion Theory)²²⁾ の方が実験データとの一致が良いといわれている。しかし、この GDF 理論は、その導出に際して、実験データと合うように巧みに操作されたものであり、半経験的な式といえる。もし、燃料と酸化剤の混合速度と化学反応速度をそれぞれ (6) 式で表わされるベキ関数形で表示し、それらの特性時間 τ_{diff} , τ_{ch} で重みをつけたものを全体の反応速度とし、今までと同様の扱いをすれば、GDF 理論と似かよった次式が近似的に導かれる。

$$\frac{1}{\dot{m}^{*2}} = \frac{a^*}{P^{*\nu_1}} + \frac{b^*}{P^{*\nu_2}} \quad (27)$$

ここで、 ν_1, ν_2 はそれぞれ拡散混合、化学反応の圧力依存性を示す定数で、 a^*, b^* もまた定数である。

上式で $\nu_1 = 4/3, \nu_2 = 2$ とおけば、PENNER²³⁾ が導いた公式と同一になる。この場合の実験データとの一致に関しては、推葉によっては GDF 理論より悪いと言われているが、それは ν_1, ν_2 を一定にしているためであり、もしこれらの値も推葉ごとに実験データを最良近似するように決めてやれば、もっと良い一致が得られる。それゆえ、上式が必ずしも GDF 理論より劣るとは言えないであろう。

4. 急減圧による消火限界

固相内の非定常熱伝導方程式 (2)、表面反応速度式 (12)、境界条件 (9)、および前章で導かれた準定常火災速度式 (24) を、圧力を決めるための (13)、および (14) 式と連立して数値的に解けば、急減圧による燃焼の過渡的振舞いを求めることができる。急減圧に対する燃焼応答は、多くの研究者により解析されているが^{13), 17), 19)}、ここでは詳細な結果が報告されている HANZAWA の解析¹⁷⁾ を中心にして述べる。

4.1 燃焼の過渡特性 ここでは、モータのノズルスロート面積をステップ関数的に拡大した場合の過渡燃速の振舞いのみを考えることにする。有限の時間で拡大した場合はこれより推測できるし、また次節で述べる消火限界 $(dp/dt)_{\text{cr}}$ に関してはほとんど差異はない²⁴⁾。

第2図は、ノズル面積の拡大比 $A_s^* (= 1/K_s^*)$ をいろいろ変えたときの過渡燃速の相違を示したものである。 A_s^* が比較的小さいときには、燃速は減衰振動的

第2図 モータのノズルスロート面積をステップ関数的に拡大した時の過渡燃速の振舞い

様相を呈しながら新しい定常状態に移っていく。これは、固相内の温度分布の変化が圧力変化に追従できず時間遅れを持っているためである。線形不安定燃焼現象もまた、主としてこの時間遅れに由来するものであることが明らかにされている²⁵⁾。しかし、 A_t^* がある値以上に大きくなると、燃速はアンダーシュートを示すことなしに単調に零に近づくようになる。初期定常燃焼圧 P_0 が低くなるにつれて、上に述べた減衰振動領域と単調減少領域の間に、振動的な不安定領域が現われるようになる¹¹⁾。この振動的な不安定の場合には、燃速の振幅はだんだんと増幅され、ついに燃速は零に近づいていく。しかし、 P_0 が高い場合には、この不安定領域は極端に狭くほとんど現われない。

推薬の消火限界をどのように定義するかは非常に難しいが、燃速が零に近づく（あるいは、推薬の表面温度がある点火温度以下になる）ところで定義されることが多い^{5), 9), 17)}。

急減圧中の過渡燃焼の振舞いを実験的に調べるのはかなり難しいので、現在までのところ十分信頼に足るデータは非常に少ない。それゆえ、上に述べた解析結果を実験的に確認することはできないが、圧力測定²⁶⁾、microwave による燃速の測定²⁷⁾、あるいは火炎の光学的測定²⁸⁾などから、消火限界に近い所では、燃速が振動的であるのはほぼ確かめられている。しかし、より詳しい比較は実験装置の改良を待たねばならない。

4.2 推薬パラメータおよびモータ寸法の消火限界への影響 モータのノズル面積をステップ関数的に拡大したときの圧力変化は、ガスの比熱比 κ を一定とすれば、ノズルの拡大比で決まる $K_n^* (=1/A_t^*)$ と、減圧の特性時間を示す τ_{cr}^* で決定される ((13)および(14)式参照)。よって、同一の推薬パラメータ (ν, E_w, Q_w, Q, c) を用いた場合、ある K_n^* に対して、消火限界を与える τ_{cr}^* が決まる。すなわち、 $\tau_{cr}^* > \tau_{cr}^*$ のときは燃焼は持続し、 $\tau_{cr}^* < \tau_{cr}^*$ のときは消火が起こる。第3図は、 K_n^* に対し τ_{cr}^* を決めるため

第3図 モータのノズルスロート面積をステップ関数的に拡大した場合の固体推薬の消火限界

の数値計算結果を示したものである。この図には、 $\nu=0.8, 1.0, 1.2$ の3ケースに対する結果が示されているが、 K_n^* が1に比べて小さいときには、これらの消火限界は次式で良く近似できる¹¹⁾。

$$\tau_{cr}^* = \frac{k^*}{K_n^{*2/(1-l)}} \quad (28)$$

ここで k^* は推薬パラメータにより決まる定数である。

しかし、 K_n^* が1に近づくと、この τ_{cr}^* は、数値的に得られた消火限界からかなりずれる。このずれ始める時の K_n^* の値は推薬パラメータにより異なる。

k^* の値は、 ν, Q_w, Q, γ の値が大きいくほど、あるいは T_{air} の値が小さいほど大きい¹⁷⁾。よって同一の K_n^* に対して、 τ_{cr}^* の値が大きくなり、より消火し易いことを意味している。実際の推薬のパラメータを正確に知るのは難しいが、これらの結果は定性的には実験データとも一致するようである⁵⁾。

消火に必要な最小の初期減圧率 $(dp/dt)_{cr}$ は(28)式から容易に得られる¹¹⁾。

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)_{cr} = -\frac{\kappa a^2}{k^* \alpha_s} P_n^{21} \cdot P_0 \quad (29)$$

推薬およびモータが同一であれば、消火限界を与える P_n は P_0 にはほとんど依存しないので、この式は多くの実験結果が示すように、 $(dp/dt)_{cr}$ は P_0 に比例することを表わしている。さらに、この式で与えられる $(dp/dt)_{cr}$ の値は、実験的に得られている値とオーダー的にも一致している¹⁷⁾。

モータ寸法の $(dp/dt)_{cr}$ への影響は、(29) 式中の P_n を通して入っているため、 P_n を定常状態の関係式

を用いて消去すれば得られる。その結果は近似的に

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_{cr} \propto \left(\frac{A_b}{V}\right)^{2/(1+\gamma)} P_0 \quad (30)$$

で表わすことができる¹¹⁾。

この式によれば、モータの V/A_b 比が大きいほど、 $(dP/dt)_{cr}$ の値が小さい、すなわち消火し易いことがわかる。 $(dP/dt)_{cr}$ のモータ寸法への依存性に関する今までに報告されている実験データ^{6), 17), 28)}は、上式により定量的にもかなり説明できるが、 V/A_b 比があまり大きくなると、不十分となるようである¹⁷⁾。

4.3 dP/dt -消火と低周波不安定燃焼との関係 モータの燃焼圧が低くなると、安定な定常燃焼ができなくなり、 L^* -instability と呼ばれている低周波の不安定燃焼が起こる。この L^* -instability に対する安定限界は、(13)および(14)式で $K_n^*=1$ とおいた後、すべての方程式を摂動法を用いて線形化すれば解析的に求めることができる。これは、AKIBA⁷⁾, SHEGEL²⁹⁾により行なわれ、安定燃焼下限圧 P_c は次式で与えられることが示されている。

$$P_c = \left(\frac{T_c^* R^0 T_{af} c_D}{a^2 W} \cdot \frac{1}{L^*} \right)^{1/2} \quad (31)$$

ここで、 τ_c^* は推薬による定数で、この値は第3図で $K_n^*=1$ の時の τ_{cr}^* にあたる。 c_D はノズルの排出係数である。

燃焼圧力がこの値以下であれば、微小な擾乱は振動的に次第に増幅され、ついには消火に到る¹¹⁾。

一方、 dP/dt -消火限界は(29)式より

$$P_{cr} = \left(\frac{k^* R^0 T_{af} c_D}{a^2 W} \cdot \frac{1}{L^*} \right)^{1/2} \quad (32)$$

と書ける。すなわち、任意の燃焼圧(あまり低くない)から、この圧力以下に圧力が急速に落せば消火が起こる。この P_{cr} は、 $k^* > \tau_c^*$ であるから、もちろん P_c より大きい。

(31)および(32)式で与えられる線形安定限界、および dP/dt -消火限界を第4図に示す。なお、この図には定常状態の関係式と、(28)式の有効限界 ($K_n^*=0.7$ とした) が同時に示されている。初期定常状態が破線の上側、たとえば $V/A_b=10$ cm の定常状態線上の A 点にあれば dP/dt -消火限界は D 点になる。しかし、初期定常状態が破線の下側、たとえば C 点にあれば、 dP/dt -消火限界は D 点ではなく、DE 間に位置し、C 点が低くなるにつれ、この位置は E 点に近づく。そして、無限小圧力降下による dP/dt -消火限界は線形安定限界と一致する。

4.1 節および以上の考察より、線形的には安定であっても、急減圧を加えた場合には燃焼が不安定となり、その結果起こる消火が dP/dt -消火と考えられる

第4図 急減圧による消火限界と線形安定燃焼限界の関係

ので、この dP/dt -消火現象は、非線形低周波不安定燃焼現象と解釈できよう。

5. おわりに

固体推薬の急減圧による消火理論を、主に筆者の研究を中心にして概説した。これまでの研究によれば、この消火現象は、現在も問題になっている振動燃焼と同様、推薬内の非定常熱伝達に由来するものであることがほぼ明らかにされている。しかし、急減圧中の過渡燃焼の振舞い等に関する実験データとの比較は現在もまだ不十分であり、これは今後の課題であろう。

本文中の記述は、紙面の都合上十分意を尽せなかった箇所も多いし、実験データもほとんど省かざるを得なかった。これらはまた別の機会にゆずりたい。

最後に筆者がこの研究に携わって以来、絶えず有益な議論をしていただいた東京大学宇宙航空研究所の秋葉鎌二郎教授、および難田元紀助教授に深謝の意を表したい。

参考文献

- 1) CIEPLUCH, C.C.: Effect of Rapid Pressure Decay on Solid Propellant Combustion, ARS Journal, Vol. 31, No. 11, 1961, pp. 1584-1586.
- 2) CIEPLUCH, C.C.: Effect of Composition on Combustion of Solid Propellants during a Rapid Pressure Decrease, NASA TN D-1559, 1962.
- 3) 五代富文: 固体ロケットの推力中断と大きさ制御, 日本航空宇宙学会誌, 第18巻, 第199号, 1970年8月, pp. 297-307.
- 4) JENSEN, G.E.: An Experimental Study of Solid Propellant by Rapid Depressurization, NASA CR-66747, 1969.

- 5) MERKLE, C. L., TURK, S. L. and SUMMERFIELD, M. : Extinguishment of Solid Propellant by Rapid Depressurization; Effect of Propellant Parameters, AIAA Paper No. 69-176, 1969.
- 6) CULICK, F. E. C. : An Elementary Calculation of the Combustion of Solid Propellants, *Astronautica Acta*, Vol. 14, No. 2, 1969, pp. 171-181.
- 7) AKIBA, R. and TANNO, M. : Low Frequency Instability in Solid Rocket Motors, Proceedings of the First International Symposium on Rocket and Astronautics, Tokyo, 1959.
- 8) VON ELBE, G. : Solid Propellant Ignition and Response of Combustion to Pressure Transients, AIAA Preprint 66-668, 1966.
- 9) HORTON, M. D., BRUNO, P. S. and GRASSEL, E. C. : Depressurization Induced Extinction of Solid Propellant, AIAA J., Vol. 6, No. 2, 1968, pp. 292-297.
- 10) DENISON, M. P. and BAUM, E. : A Simplified Model of Unstable Burning in Solid Propellants, *ARS Journal*, Vol. 31, No. 8, 1961, pp. 1112-1122.
- 11) HANZAWA, M. : A Theoretical Study on Depressurization Induced Extinction of Solid Propellant, AIAA Paper No. 76-635.
- 12) HART, R. W. and MACLURE, F. T. : Combustion Instability; Acoustic Interaction with a Burning Propellant Surface, *Journal of Chemical Physics*, Vol. 30, 1959, pp. 1501-1514.
- 13) SUMMERFIELD, M. et al. : Theory of Dynamic Extinguishment of Solid Propellants with Special Reference to Nonsteady Heat Feedback Law, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 8, No. 3, pp. 251-259.
- 14) WILLIAMS, F. A. : *Combustion Theory*, Addison-Wisely, London, 1965, pp. 222-223.
- 15) KRIEL, H. et al. : Nonsteady Burning Phenomena of Solid Propellant; Theory and Experiments, AIAA J., Vol. 6, No. 2, pp. 278-285.
- 16) WILLIAMS, F. A. : Quasi-Steady Gas Phase Flame Theory in Unsteady Burning of a Homogeneous Solid Propellant, AIAA J., Vol. 11, No. 9, 1973, pp. 1328-1330.
- 17) HANZAWA, M. : A Theoretical Study on the Extinction of Solid Propellants by a Rapid Pressure Decay, Doctoral Dissertation, University of Tokyo, 1976.
- 18) CULICK, F. E. C. and LEVINE, J. N. : Comparison of Approximate and Numerical Analyses of Non-Linear Combustion Instability, AIAA Paper No. 74-201.
- 19) HIROKI, T. and FLETCHER, E. A. : Theoretical Study of Propellant Behavior during Thrust Chamber Depressurization, AIAA J., Vol. 7, No. 10, pp. 1884-1890.
- 20) WOOLDRIGE, C. E., MARKMAN, G. A. and KRIER, R. J. : A Theoretical and Experimental Study of Propellant Combustion Phenomena during Rapid Depressurization, NASA CR-66733, 1969.
- 21) SPAULDING, D. B. : Theory of Burning of Solid and Liquid Propellants, *Combustion and Flame*, Vol. 4, No. 3, 1960, pp. 59-76.
- 22) SUMMERFIELD, M., et al. : *Burning Mechanism of Ammonium Perchlorate Propellants*, AIAA Progress in Astronautics and Rocketry; Solid Propellant Rocket Research, Vol. 1, Academic Press, New York, 1960, pp. 141-183.
- 23) PENNER, S. S. : *Chemical Rocket Propulsion and Combustion Research*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1962, pp. 132-137.
- 24) COATES, R. L. and HORTON, M. P. : Predicted Effects of Motor Parameters on Solid Propellant Extinguishment, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 7, No. 12, 1970, pp. 1468-1470.
- 25) CULICK, F. E. C. : A Review of Calculation for Unsteady Burning of a Solid Propellant, AIAA J., Vol. 6, No. 12, 1968, pp. 2241-2255.
- 26) STEINZ, J. A. and SELZER, H. : Depressurization Extinguishment for Various Starting Pressures and Solid Propellant Types, AIAA Paper No. 71-631, 1971.
- 27) STRAND, L. D. : Microwave Doppler Shift Technique for Determining Solid Propellant Transient Regression Rates, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 11, No. 2, 1974, pp. 75-83.
- 28) TOBIOKA, K. : The Experimental Study on the Spontaneous Reignition Phenomena of Solid Propellant Rocket Motor, Proceedings of the Tenth International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1973, pp. 73-82.
- 29) SHEGAL, R. and STRAND, L. : A Theory of Low Frequency Combustion Instability in Solid Rocket Motors, AIAA J., Vol. 2, No. 4, 1964, pp. 696-702.