本研究の遂行に際し御援助賜った東京大学宇宙航空研究所所長 森大吉郎教授, 実験に協力された大学院学生 加藤 明君 (現, 川崎製鉄) および材料を御高配くださった斎藤一雄・下山仁一の両氏 (三菱重工) に厚く御礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) TIMMERHAUS, K.D.: Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 1~15, Plenum Press, New York.
- 2) SCHWARTZBERG, F.R.: Cryogenic Materials Data Handbook, Technical Documentary Report of U.S. Air Force Materials Lab., Ohio (Feb. 1965).
- 3) 栗林一彦, 岸 輝雄: Acoustic Emission の金属学, 金属, 第47巻 (1977), 連載中.
- 4) 名取通弘, 外崎得雄, 市田和夫, 砂川 恵: 東京大学宇宙航空研究所報告, 第11巻 (1976), p. 25.
- 5) NACHTIGALL, A.J.: Strain-cycling Fatigue Behavior of Ten Structural Metals Tested in Liq. He, in Liq. N₂ and Ambient Air, NASA TN D-7532 (1974).
- 6) BLEWITT, T.H., COLTMAN, R.R. and REDMAN, J.K.: J. Appl. Phys., Vol. 28 (1957), p. 651.
- 7) COLLINS, S.C., EZEKIEL, F.D., SEPP, O.W. and RIZIKA, J.W.: Proc. ASTM., Vol. 59 (1956), p. 687.
- 8) BASINSKI, Z.S.: Proc. Roy. Soc. London, A 240 (1957), 229.
- 9) 福島英二, 後藤 昭: 日本金属学会誌, 第39巻 (1975), p. 182.
- 10) 齊藤 敏, 岸 輝雄, 堀内 良, 中之瀬 恩, 垣見恒男: 東京大学宇宙航空研究所報告, 第12巻, (1976), p. 227.
- 11) 齊藤 敏, 三島 豊, 岸 輝雄, 堀内 良: 東京大学宇宙航空研究所報告, 第13巻 (1977), p. 331.
- 12) 小倉信和: 日本機械学会誌, 第75巻 (1972), p. 1091.

最適外乱予知制御と航空機の突風軽減装置への応用*

The Optimal Regulator Utilizing Future Disturbance and Its Application to Aircraft Gust Alleviation System

宮 沢 与 和**・古茂田 真 幸***
Yoshikazu MIYAZAWA, Masaki KOMODA,
鷺 津 久 一 郎****
and Kyūichiro WASHIZU

Abstract

The optimal regulator utilizing the future value of disturbance input is investigated, to begin with. It is assumed that disturbances can be measured directly without measurement noise and that future disturbances can be previewed with finite preview length. The optimal control law consists of feedforward of convolution integral with respect to future disturbances in addition to orthodox full state feedback. Then, the theory is applied to an aircraft gust alleviation system of longitudinal mode, in which preview of future disturbance can be realized by locating wind sensors forward of the center of gravity. The performance improvement obtained by using this optimal preview regulator is calculated. Numerical results show its effectiveness, especially in case a controller has non-minimum phase lag.

1. ま え が き

航空機の突風軽減装置 (gust alleviation system, 以

後略して軽減装置という) の考えはけっして新しいものではない。過去にも航空機の大機化に伴い、構造強度、疲労強度を補強することを目的に、制御系を組み込むことが考えられ、その研究も行なわれた¹⁾。しかし、種々の理由により、この突風荷重に対する軽減装置 (load alleviation system) は実用化されなかった。最近、低翼面荷重の短距離離着陸機 (STOL) の商業運航が行なわれるに伴い、その乗り心地が従来の航空機 (CTOL) にくらべて良くないために、乗り心地を改善するための軽減装置 (ride smoothing system) が注目されてきている²⁾。

そして、今日では、軽減装置により乗り心地を改善するばかりではなく、さまざまな目的に対して設計段階から総合的に制御系を組み込むことにより、性能の向上が期待できることが提案されているが、このいわゆる active control technology といわれるものの中で、乗り心地改善のための軽減装置は、解析が容易、速いアクチュエータを必要としない、安全性には直接は関わらないなどの理由から、効果的な制御系が比較的容易に実用化可能といわれ、一部民間機においても用意されている³⁾。

軽減装置は、突風という外乱の影響をできるだけ小

* 昭和52年11月16日原稿受理

** 東京大学大学院

*** 航空宇宙技術研究所

**** 東京大学工学部航空学科

第1図 最適レギュレータ

第2図 等価なフィードフォワードフィルタ

さくすることを目的に舵面などを操作するものであると考えれば、その解析手段として、現代制御理論におけるレギュレータ問題の結果を応用することができる。すなわち、突風を連続的な確率過程と考え、客室における加速度などのような出力の自乗平均と舵角等の制御量の自乗平均とから成る評価関数を作り、それを最小とする最適制御則を求めるのである。一般に最適レギュレータにおける制御則は、航空機の状態量、たとえば、迎え角、姿勢角の偏差等をフィードバックする構造を持ち、外乱そのものは測定できないものとしている (第1図を参照)。

しかし、フィードバックループを閉じた系は突風外乱に対しレギュレイトすると同時に、パイロットの操舵入力 (u_p) も同様に外乱と見なしレギュレイトするために操舵応答が悪化するおそれがあり、それを改善するためには、パイロット入力に対するなんらかの補償回路が必要である。軽減装置のもう一つの構成は、ベーンセンサ (vane sensor) などにより、迎え角、横じり角などを検出し、その情報から機体の運動による成分を差し引くことにより、突風を直接測定し、適当に設計されたフィルタを通して制御する方法である (第2図を参照)。図中に書き込んだ、ラプラス変換の形で示した伝達関数行列を見てわかるように、第2図における航空機の突風応答は第1図における応答と全く同じである。このフィードフォワード制御は、航空機の動特性が安定であること、系の特性が十分正しく

わかっていること、そして突風が正確に測れることなどの制約があるが、系の操舵応答特性を変えることなく、突風による擾乱だけをレギュレイトするという利点がある。

このフィードフォワードの構成をとった時に、ベーンセンサの取り付け位置により、測定した突風が実際に航空機に作用するまでにある時間のずれを生じる。突風の場合が凍結している (frozen) という仮定¹⁰⁾が妥当であれば、センサを機体の前方に置くことにより、ある予知時間をもって突風を知ることができる。従来のレギュレイト理論を適用するために遅れ回路を挿入して予知時間を打ち消すのでは、もったいない話であり、予知時間を利用することにより、従来のレギュレイトと比較してより効率の良い制御をすることが期待される。この論文では、このように突風が正確に予知できると仮定し、その予知した情報を最適に利用する制御を考え、予知による性能の向上の様子を調べた。航空機の状態量、突風などは、もとより完全に正確には測れぬ量であるが、この論文では、測定誤差なく測れると仮定して解析を行ない、状態推定器 (state estimator) は考慮しなかった。この突風予知を利用した軽減装置に関して、文献 8) では、伝達関数を用いて最適制御系を解析しているが、ここでは、同様の問題に対して、状態変数 (state variables) を用いて解析を行なった。状態変数を用いることにより、外乱予知系の最適制御則、および予知による性能の向上の様子をより明確にすることができた。

この論文で取り扱う外乱予知系に似た問題として、追従すべき目標値の未来値を予知することができる系の追値制御問題があるが、これに対する考察は古くから行なわれている^{4), 5)}。一般に予知制御 (preview control) は無駄時間要素を含む系 (time lag system)⁶⁾ の特殊な場合と考えられるが、その最適制御解は予知系のほうが簡単であり、また外乱予知系の定式化は他に見られないので、初めに最適外乱予知制御に関する一般論を述べ、後にその軽減装置への応用を考えたい。

2. 外乱予知系の最適制御

まず、ここでは未来外乱値を予知することのできる系の最適レギュレイトに関する一般論を述べてみよう。

次のような微分方程式で表わせる線形系を制御対象とする。

$$dx/dt = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (2.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.2)$$

ここで、 x は次元 n の状態変数、 u は次元 m の制御変数、 w は次元 k の外乱、 y は次元 p の注目する出力で

ある。そして、 A, B, C, D はそれぞれ対応する次元を持つ与えられた行列である。外乱 w は一般に測定できない量として取り扱われるが、ここでは次のように考える。すなわち、外乱は確率過程であるが、時刻 t においては時刻 $t+\tau_0$ までの外乱の実現値を予知することができる。つまり、時刻 t において外乱 $w(\sigma) \leq \sigma \leq t+\tau_0$ は観測により得られた確定的な量であり制御に利用することができる。 $t+\tau_0$ 以降の外乱に関しては、何が実現するかわからない確率過程であり、その統計的性質だけが与えられる。ここで、 $\tau_0(\geq 0)$ は予知時間である。そして、外乱の統計的性質は次のように仮定する。

$$\begin{aligned} E[w(t)] &= 0, \\ E[w(t_1)w^T(t_2)] &= W\delta(t_1-t_2) \end{aligned} \quad (2.3)$$

すなわち、平均値零の白色雑音 (white noise) である。ただし、 $E[\]$ は、数学的期待値 (ensemble average) を表す。行列 W は、強さ (intensity) といわれるものである。

上記のような系に対し、制御変数 $u(t)$ を決めるのであるが、ここでは十分長い時間の時間平均に注目して次のような評価関数を定め、それを最小とするように制御則を決定する。

$$\begin{aligned} J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} E \left[\int_0^{t_f} \left\{ \frac{1}{2} y^T(t) Q y(t) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) \right\} dt \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、 Q, R は対応する次元を持ち、 $Q > 0, R > 0$ を満足する重み係数行列である。そして、(2.1), (2.2) で表わされる系が、stabilizable であり、detectable であることを仮定する⁷⁾。系が stabilizable であることは、(2.4)の極限値を定義するために必要な条件であり、detectable であることは、後で述べる x の共分散行列を定義するために必要な条件である。

評価関数を最小にする制御則、およびその時の系の様子は次のようになる。なお、結果を導く経過は付録に掲載した。最適制御則は次式で与えられる。

$$u_{opt}(t) = -R^{-1}B^T \left\{ Kx(t) + \int_t^{t+\tau_0} \phi^T(s-t) K D w(s) ds \right\} \quad (2.5)$$

ただし、 K は RICCATI 型行列微分方程式を逆時間に解いた定常解であり、次を満足する非負行列である。

$$C^T Q C + K A + A^T K - K B R^{-1} B^T K = 0 \quad (2.6)$$

また、 ϕ は閉ループの遷移行列 (transition matrix) で、次式を満足する。

$$d\phi/dt = (A - BR^{-1}B^TK)\phi(t) \quad (2.7)$$

$$\phi(0) = I_n \quad (2.8)$$

ただし、 I_n は $n \times n$ の単位行列である。そして評価

関数の最小値、 J_{min} は次式により与えられる。

$$J_{min} = Tr[(K - KP_1(\tau_0)K)DWD^T]/2 \quad (2.9)$$

ただし、ここで $Tr[\]$ は行列のトレースを表わし、 $P_1(\tau_0)$ は次の微分方程式の解である。

$$\begin{aligned} dP_1/dt &= (A - BR^{-1}B^TK)P_1(t) + P_1(t) \\ &\quad (A - BR^{-1}B^TK)^T + BR^{-1}B^T \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$P_1(0) = 0 \quad (2.11)$$

状態変数、制御変数の共分散行列 X, U をそれぞれ次のように定義すると、

$$X = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} E \left[\int_0^{t_f} x(t)x^T(t)dt \right],$$

$$U = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} E \left[\int_0^{t_f} u(t)u^T(t)dt \right] \quad (2.12)$$

最適予知制御系における共分散行列 X, U は次式を解くことにより得られる。

$$(A - BR^{-1}B^TK)X + X(A - BR^{-1}B^TK)^T + V = 0 \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} V &= DWD^T - P_1(\tau_0)KDWD^T - DWD^TKP_1(\tau_0) \\ &\quad + S(\tau_0)BR^{-1}B^T + BR^{-1}B^TS^T(\tau_0) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} U &= R^{-1}B^T(KXK - KS(\tau_0) - S^T(\tau_0)K \\ &\quad + P_2(\tau_0))BR^{-1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで、 $P_2(\tau_0), S(\tau_0)$ は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} dP_2/dt &= (A - BR^{-1}B^TK)^TP_2(t) + P_2(t)(A \\ &\quad - BR^{-1}B^TK) + KDWD^TK \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$P_2(0) = 0 \quad (2.17)$$

$$S(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} \phi(s)BR^{-1}B^T\phi^T(s)P_2(\tau_0-s)ds \quad (2.18)$$

以上の結果において、予知時間 τ_0 は $\tau_0 \geq 0$ を満足するものであるが、特殊な場合として予知時間がない、すなわち $\tau_0 = 0$ の結果を書き直してみれば、(2.5)式における最適制御則は、第2項が零となり次式になる。

$$u_{opt}(t) = -R^{-1}B^TKx(t) \quad (2.19)$$

また、(2.9)式における最適制御を行なった場合の評価関数の値も同様に(2.11)式を用いて次式となる。

$$J_{min} = Tr[KDWD^T]/2 \quad (2.20)$$

そして、共分散行列 X, U は次式を解くことにより得られる。

$$\begin{aligned} (A - BR^{-1}B^TK)X + X(A - BR^{-1}B^TK)^T \\ + DWD^T = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$U = R^{-1}B^TKXKB^{-1} \quad (2.22)$$

(2.19)~(2.22)式の結果は従来のレギュレタ理論の結果にはならない。(2.5)式と(2.19)式を比較してわかるように、最適予知制御は外乱予知のない場合のフィードバック制御に予知した外乱に関するたみ込み積分の値のフィードフォワード制御を付加するものである。第3図を参照されたい。フィードバック制御のゲインが、予知時間とは関係なく定まることに注意

第3図 外乱予知系の最適レギュレータ

第4図 等価なフィードフォワードフィルタ

したい。(2.9)式と(2.20)式を比較してわかるように、予知時間による評価関数の減少は、(2.9)式の第2項による。そして次のことがいえる。すなわち、 $\tau_1 > \tau_2$ ならば、

$$\begin{aligned} Tr[(K - KP_1(\tau_1)K)DWD^T] \\ \leq Tr[(K - KP_1(\tau_2)K)DWD^T] \end{aligned} \quad (2.23)$$

である。予知時間 τ_0 が大となるにつれて、評価関数の値が減少するのである。実際の減少していく様子は、(2.10)式、(2.11)式における簡単な線形微分方程式を解くことにより得られる。そして、その結果は、予知した外乱の情報がどれだけ制御系の性能の向上につながるかを示すものである。

実際の系の構成に関しては、前節でも述べたように、外乱による擾乱だけをレギュレイトするように、外乱からのフィードフォワードだけで構成することも可能である。第4図を参照されたい。

次に外乱が有色雑音 (coloured noise) である場合を考えてみよう。一般に軽減装置などでは、突風を有色雑音として取り扱うべき場合が多い。外乱がマルコフ過程で、そのパワースペクトルが与えられている場合、有色外乱は白色雑音が入力された成形フィルタの出力と考えることができる。成形フィルタの特性は次のような線形微分方程式で表わす。ここで、 s は shaping filter からとった添字である。

$$dx_s/dt = A_s x_s(t) + D_s w(t) \quad (2.24)$$

$$y_s(t) = C_s x_s(t) \quad (2.25)$$

ここで、 x_s は n_s 次元のフィルタの状態量であり、 w は k 次元のベクトルで、各要素は強さ1の独立な白色雑音である。 A_s, D_s, C_s はフィルタの出力 $y_s(t)$ のスペクトル $\Phi_{y_s}(\omega)$ が与えられたものと一致するように次を満足するものである。

$$\begin{aligned} \Phi_{y_s}(\omega) &= C_s(j\omega I_{n_s} - A_s)^{-1} D_s D_s^T \\ &\quad (-j\omega I_{n_s} - A_s^T)^{-1} C_s^T \end{aligned} \quad (2.26)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ を表わす。(2.1)式と同様に有色外乱 $y_s(t)$ にさらされる系の動特性を次の微分方程式で表わす。ここで、 p は plant からとった添字である。

$$dx_p/dt = A_p x_p(t) + B_p u(t) + D_p y_s(t) \quad (2.27)$$

$$y(t) = C_p x_p(t) \quad (2.28)$$

ここで、 n_p 次元のベクトル x_p は制御対象の状態量である。状態量を新たに、 $x^T = [x_p^T, x_s^T]$ と定めれば、成形フィルタとプラントをまとめて、系の方程式は(2.1)、(2.2)式で表わすことができる。ただし、 A, B, C, D は次式により組み立てられた行列である。

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_p & D_p C_s \\ 0 & A_s \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [C_p, 0], \\ D &= \begin{bmatrix} 0 \\ D_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

ただし、 0 は対応する次元を持つ零行列を表わす。そして、 $W = I_k$ である。(2.29)式のように、成形フィルタの微分方程式を含めてしまえば、白色雑音を外乱入力とし、それを予知できると考えた結果をすべて使うことができる。ここで、成形フィルタの状態量が不可制御であることを利用して、(2.5)式における最適制御は次のように分解したほうが实际的である。

$$\begin{aligned} u_{opt}(t) &= -R^{-1}B_p^T K_p x_p(t) \\ &\quad - R^{-1}B_p^T \phi_p^T(\tau_0) K_p x_s(t + \tau_0) \\ &\quad - R^{-1}B_p^T \int_t^{t+\tau_0} \phi_p^T(s-t) K_p D_p y_s(s) ds \end{aligned} \quad (2.30)$$

ここで、 K_p は次の RICCATI 型行列方程式の非負な解であり、 K_p もさらに次の式を満足するものである。

$$C_p^T Q C_p + K_p A_p + A_p^T K_p - K_p B_p R^{-1} B_p^T K_p = 0 \quad (2.31)$$

$$K_p A_s + (A_p - B_p R^{-1} B_p^T K_p)^T K_p + K_p D_p C_s = 0 \quad (2.32)$$

ϕ_p は(2.27)式で表わす系の、ループを閉じた場合の遷移行列である。すなわち、次式を満足する。

$$d\phi_p/dt = (A_p - B_p R^{-1} B_p^T K_p) \phi_p(t) \quad (2.33)$$

$$\phi_p(0) = I_{n_p} \quad (2.34)$$

白色雑音の制御則(2.5)式に対し、(2.30)式を比較し

て見てわかるように、外乱が有色になることにより、制御則において(2.30)式の第2項が追加されているが、これは(2.32)式を用いて、次のように書き換えることができる。

$$-R^{-1}B_p^T\phi_p^T(\tau_0)K_p x_s(t+\tau_0) = -R^{-1}B_p^T \int_{t+\tau_0}^{\infty} \phi_p^T(s-t)K_p D_p \cdot C_s \phi_s(s-t-\tau_0)x_s(t+\tau_0)ds \quad (2.35)$$

外乱(y_s)の時刻 $t+\tau_0$ 以降の最適予測 $\hat{y}_s$ が、

$$\hat{y}_s(s) = C_s \phi_s(s-t-\tau_0)x_s(t+\tau_0) \quad (2.36)$$

で与えられることから、(2.30)式の第2項は、最適外乱予知制御に外乱の予測値を用いていることにほかならない。ここで ϕ_s は成形フィルタの遷移行列である。すなわち、

$$d\phi_s(t)/dt = A_s \phi_s(t) \quad (2.37)$$

$$\phi_s(0) = I_{ss} \quad (2.38)$$

このように、(2.30)式の第2項は、時刻 t において $t+\tau_0$ まで観測した外乱から、それよりさらに未来の外乱をパワースペクトルを用いて予測することによるものである。これは、予知のない、すなわち $\tau_0=0$ の場合にも同様に解釈できることである。(2.30)式における $x_s(t+\tau_0)$ は、観測される出力 y_s が正確にわかることから、推定誤差なしに導くことができるが⁷⁾、プラントの閉ループ系が安定であることより、予知時間(τ_0)が増大するにつれて、(2.30)式の第2項の影響が小さくなり、外乱のパワースペクトルに注意を払う必要が少なくなることには注意したい。

3. 突風軽減装置の解析

乗り心地に最も重大な影響を与える上下突風に対する軽減装置を考え、これまでに述べた外乱予知系の最適制御理論を応用してみよう。とくに、ここでは昇降舵(elevator)、フラップという既存の舵を用いて、どこまで乗り心地が改善されるかという点に注目して解析を行なった。

水平直線飛行をしている航空機が遭遇する上下突風(w_p)は航空機から見れば、時々刻々変化する外乱として観測される。航空機の突風応答は機体を剛体であると仮定し、さらに上下突風がスパン方向に一樣であると仮定すれば、次のような微小擾乱を仮定した縦の運動方程式で表わすことができる。まず、状態量 x_s 、操舵角 δ を次のように定義する。ここで、 a はaircraftを表わす添字である。

$$x_s^T = [u, \alpha, \theta, \delta, r], \delta^T = [\delta_s, \delta_f] \quad (3.1)$$

ただし、 $(\cdot)' = d(\cdot)/dt$ を表わす。運動方程式は次のようになる。

$$dx_s/dt = A_s x_s(t) + B_s \delta(t) + D_s w_p(t) \quad (3.2)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g & 0 \\ Z_u & Z_\alpha & 1 & 0 & 0 \\ M_u & M_\alpha + \zeta M_{\dot{\alpha}} & M_q & 0 & \zeta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\zeta M_{\dot{\alpha}} & 0 & 0 & -\zeta \end{bmatrix}$$

$$B_s = \begin{bmatrix} X_{\delta_s} & X_{\delta_f} \\ Z_{\delta_s} & Z_{\delta_f} \\ M_{\delta_s} & M_{\delta_f} + \zeta M_{\dot{\delta}_f} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\zeta M_{\dot{\delta}_f} \end{bmatrix}$$

$$D_s = \begin{bmatrix} X_a/U_0 \\ Z_a/U_0 \\ \{M_a + \zeta(M_{\dot{a}} - M_q)\}/U_0 \\ 0 \\ -\zeta(M_{\dot{a}} - M_q)/U_0 \end{bmatrix}$$

ここで、 $\zeta = 2U_0/l_i$ 。ただし、 $U_0(m/sec)$ は航空機の真対気速度(TAS)であり、 $l_i(m)$ は重心から尾翼の空力中心までの長さである。用いた座標軸は機体に固定された安定軸(stability axis)で、 $u, \alpha, \theta, \delta$ は一般に用いられるとおりである。 r は尾翼に対する主翼の吹き下ろしの時間遅れを模擬するために入れられた状態量である。詳しくは、文献8)の付録を参照されたい。この状態量 r と(3.2)式の第5行目の方程式を付け加えることにより、 dw_p/dt が直接運動方程式に入り込み、高周波成分を強調し過ぎて次に述べる上下加速度の分散が定義できなくなることを防止している。 δ_s, δ_f はそれぞれ昇降舵、フラップの操舵角である。

胴体内のX軸上の一点($-l_c, 0, 0$)における上方向(z 軸の負方向)の加速度 $a_z(G)$ は $\{(\theta - \alpha)U_0/g - l_c \ddot{\theta}/g\}$ で表わせることから、次式のように求められる。

$$a_z = C_a x_s(t) + C_\delta \delta(t) + C_g w_p(t) \quad (3.3)$$

ここに、

$$C_a^T = U_0/g [-Z_u - \eta M_u, -Z_\alpha - \eta(M_\alpha + \zeta M_{\dot{\alpha}}), -\eta M_q, 0, -\eta \zeta]$$

$$C_\delta^T = U_0/g [-Z_{\delta_s} - \eta M_{\delta_s}, -Z_{\delta_f} - \eta(M_{\delta_f} + \zeta M_{\dot{\delta}_f})]$$

$$C_g = [-Z_a - \eta \{M_{\dot{a}} + (M_{\dot{a}} - M_q)\zeta\}]/g$$

上式において、 $\eta = l_c/U_0$ である。また舵面は次のような一次遅れの動特性を持つアクチュエータにより操舵されると仮定する。

$$d\delta/dt = \begin{bmatrix} -\mu_e & 0 \\ 0 & -\mu_f \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} \mu_e & 0 \\ 0 & \mu_f \end{bmatrix} u, u = \begin{bmatrix} u_e \\ u_f \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ここで、 u_e, u_f は制御変数(control variable)であり、 $1/\mu_e, 1/\mu_f(sec)$ はそれぞれのアクチュエータの時間定数である。

重心より $l_i(m)$ だけ前方に取り付けられたペーセンサの迎え角 α_s は、主翼のupwashを無視すれば、

次式で表わすことができる⁹⁾。

$$\alpha_z(t) = \frac{w_0(t+\tau_0)}{U_0} + \frac{1}{U_0} \left\{ \int_{-\infty}^t a_{zc} dt + U_0 \int_{-\infty}^t \delta dt - l_z \dot{\theta}(t) \right\} \quad (3.5)$$

ここで、 $a_{zc}(m/sec^2)$ は重心における z 軸方向の加速度である。ベーンセンサの出力 (α_z) から、機体の運動による第2項以下を差し引くことにより、突風を直接測ることができる。そして時刻 t においては、 τ_0 (sec) だけ未来の突風がセンサに作用し、未来外乱を予知することができる。ただし、予知時間 τ_0 (sec) は $\tau_0 = l_z/U_0$ である。

上下突風のパワースペクトル $\Phi_{w_p}(\omega)$ を簡単に次のように仮定した。

$$\Phi_{w_p}(\omega) = 2\omega_0 \sigma_{w_p}^2 / (\omega^2 + \omega_0^2) \quad (3.6)$$

これは、次の成形フィルタの出力であると考えられる。

$$dx_z/dt = -\omega_0 x_z(t) + w(t) \quad (3.7)$$

$$w_p(t) = \sqrt{2\omega_0 \sigma_{w_p}^2} x_z(t) \quad (3.8)$$

ここで、 x_z , w はスカラーであり、白色雑音 w の強さは1である。 $\sigma_{w_p}^2$ は上下突風 (w_p) の分散値である。 ω_0 は突風場の代表長 L_0 (scale length) および、航空機の数値により決まるが、ここでは不規則突風モデルとして、しばしば用いられる DRYDEN model¹⁰⁾ の近似として、 $\omega_0 = 2U_0/L_0$ を使い、実際の計算においては、 $L_0 = 304.8$ (m) とした。

以上から、上下突風中を飛行する航空機の運動は (3.2, 4, 6, 7) 式より、アクチュエータ、成形フィルタを含めて、次のように記述することができる。

$$dx/dt = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (3.9)$$

$$a_z = Cx(t) \quad (3.10)$$

ここで、状態量 x は、 $x^T = [x_z^T, \delta^T, x_z]$ であり、 A , B , C , D は対応する次元を持つ適当に組み立てられた行列である。簡単のために機体内のある一点の上下加速度 (a_z) にだけ注目して、次のように評価関数を定めた。

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} E \left[\int_0^{t_f} \left\{ \frac{1}{2} a_z^2(t) + \frac{1}{2} \lambda_z u_z^2(t) + \frac{1}{2} \lambda_f u_f^2(t) \right\} dt \right] \quad (3.11)$$

重み係数 λ_z , λ_f を適当に定めた評価関数 (3.11) 式を最小とする最適制御系の上下速度 (a_z) の分散、および制御量 (u_z , u_f) の分散を前節の結果を用いて求めることができる。そのそれぞれの値は、分散の形で制限を加えた制御量を用いて得られる最小の上下加速度の分散であることから、それより突風軽減の様子を知ることができる。

4. 計算例

ある低翼面荷重 STOL (離陸重量が約 6.0 t) を例にとり、軽減効果を調べた。第5図～第9図は軽減の様子を示す計算結果である。重み係数 λ_z , λ_f を適当に逐次変化させていくことにより得られた、制御量とそれによって得られる突風軽減との関係である。計算に用いた空力微係数等は以下のものである。

$$X_{\alpha} = -0.1447, Z_{\alpha} = -0.001164, M_{\alpha} = 0,$$

$$X_{\alpha} = -3.2428, Z_{\alpha} = -1.2897, M_{\alpha} = -3.0525,$$

$$M_{\alpha} = -0.4648, M_{\alpha} = -1.3966,$$

$$X_{\delta} = 0, X_{\delta_f} = -2.7916, Z_{\delta} = -0.08933,$$

$$Z_{\delta_f} = -0.5088, M_{\delta} = -4.3123, M_{\delta_f} = -0.4724,$$

$$M_{\delta_f} = -0.2161, U_0 = 41.15 \text{ (m/sec)}, l_z = 7.81 \text{ (m)},$$

$$l_e = 2.5 \text{ (m)}; \text{後部客席, } -2.5 \text{ (m)}; \text{操縦席}$$

用いた単位は、MKS 単位系であり、角度は radian で示している。制御を施さない航空機のプロイド、短周期モードの固有振動数は、それぞれ 0.084 rad/sec, 2.3 rad/sec であり、突風のパワースペクトルのカットオフ周波数 (ω_0) は 0.27 rad/sec である。

第5図、第6図は昇降舵だけを用いて突風軽減を行った様子である。アクチュエータの時定数は両図とも 0.2 sec である。第5図は操縦席 ($l_e = -2.5$ m) における上下加速度の自乗平均を評価関数としたものであり、第6図は後部客席 ($l_e = 2.5$ m) におけるものを評価関数とした。それぞれのグラフには予知時間 $\tau_0 = 0.1, 0.2$ sec のものが付記されている。この場合、機体の真対気速度が 41.2 m/sec であることから、突風センサを重心の前方にそれぞれ 4.1 m, 8.2 m 離れた位置にとり付けることを意味している。第5図、第6図を比較してわかるように、予知制御をしなくとも、操縦席の加速度は、昇降舵によりある程度良く軽減されるのに反し、後部客席ではほとんど軽減効果がない。これは操縦席のように、尾翼に力が作用した時の

第5図 昇降舵による操縦席の突風軽減

第6図 昇降舵による後部客席の突風軽減

 第7図 フラップによる後部客席の突風軽減
($1/\mu_f = 0.2 \text{ sec}$)

 第8図 フラップによる後部客席の突風軽減
($1/\mu_f = 1.0 \text{ sec}$)

撃心 (center of percussion) より前では、昇降舵角を入力とし上下加速度を出力とする伝達関数の全ての零点が S 平面の左半面にあるのに対して、後部客席のように撃心より後方では、一つの零点が右半面にあり、非最小位相遅れ系 (non-minimum phase lag system)

	λ_e	λ_f		λ_e	λ_f
A	5.4×10^{-6}	1.8×10^{-4}	E	1.3×10^{-4}	1.2×10^{-4}
B	5.4×10^{-7}	1.8×10^{-4}	F	2.4×10^{-5}	9.0×10^{-5}
C	6.0×10^{-8}	7.0×10^{-5}	G	9.0×10^{-6}	1.8×10^{-5}
D	3.6×10^{-7}	7.0×10^{-5}	H	6.7×10^{-5}	2.4×10^{-5}

第9図 昇降舵、フラップによる後部客席の突風軽減

となっていることによる。一般に伝達関数が右半面零を持つ場合には、制御量をどれ程多くしても出力を零にレギュレートできないことがいわれている¹³⁾。ところが、第6図に示されるように、予知制御を行なった場合には効果的な軽減を行なうことができ、この場合にも、予知時間が 0.2 sec のときには、右半面零を持つ後部客席の軽減効果は、右半面零を持たない操縦席における軽減とあまり変わらないぐらいになる。

第7図、第8図はフラップだけを操舵して突風軽減を行なった様子である。両図とも後部客席の上下加速度の自乗平均を評価関数としているが、第7図はアクチュエータの時定数が 0.2 sec と速いのに対し、第8図は 1.0 sec と遅いものである*。これらも前の場合と同様、予知時間 0.2 sec のものを付記してある。昇降舵がおもにピッチングモーメントを制御するのに対し、フラップはおもに上下方向の力を制御するものであるから、一般にフラップの上下突風に対する軽減効果は昇降舵に比し、著しく良い。しかし、フラップ操舵には普通大きなヒンジモーメントを必要とし、アクチュエータは遅いのが普通である。第7図、第8図を比較してわかるように、速いアクチュエータを使用する場合には、予知制御をしてもしなくとも、ほとんど軽減効果に差はないが、遅いアクチュエータを使用する場合には、予知により軽減効果がやや増大する。第9図は第6図、第8図の状態を組み合わせたものである。後部客席の上下加速度の自乗平均を評価関数とし、昇降舵とフラップを同時に操舵して軽減するものである。予知時間が 0.2 sec の結果が付記されている。アクチュエータの時定数が、昇降舵は 0.2 sec、フラップは 1 sec である。2舵を同時に操舵し、予知制

* 第7図と第8図では横軸のスケールが異なる。

御を行なうことにより著しい軽減効果が得られるのがわかる。

5. む す び

航空機の突風軽減装置のように、外乱の未来値が予知できる系の、二次形式評価関数を用いた最適制御問題に対し、制御則および評価関数の最小値を求める方法を示した。評価関数の最小値は、予知時間 τ_0 の増大につれて減少するが、その様子は簡単な微分方程式を解くことにより得られる。外乱が白色雑音であると仮定したときの、予知時間による評価関数の減少の様子は、外乱の未来値に対する閉ループ系の影響度を表わすものであり、外乱が有色である場合には、どの周波数領域に注意を払う必要があるのか、という問題に対しても示唆を与えるものである。また、外乱が有色であっても成形フィルタを考慮することにより、外乱が白色であるとした場合の結果を用いることができる。航空機の突風軽減装置にこの外乱の未来値を最適に利用する制御を応用し、上下突風の軽減の様子を数値例で示したが、遅れの大きいアクチュエータを持つ舵面を操舵する場合や、伝達関数が右半面零を持つような舵面を操舵する場合には、この予知制御がとくに有効であることがわかった。

参 考 文 献

- 1) PHILLIPS, W.H.: Gust Alleviation, NASA SP-258 (1971), pp. 505-553.
- 2) THOMPSON, G.O. *et al.*: STOL Ride Control Feasibility Study, AIAA Paper No. 73-885 (1973).
- 3) COHEN, G.C. *et al.*: Use of Active Control Technology to Improve Ride Quality of Large Transport Aircraft, AGARD-CP-157, Paris (1974).
- 4) 早勢 実, 市川邦彦: 目標値の未来値を最適に利用する制御, 計測自動制御学会論文集, 第5巻, 第10号 (1969).
- 5) TOMIZUKA, M.: Optimal Continuous Finite Preview Problem, IEEE AC-20 (1975), pp. 362-365.
- 6) ROSS, D.W.: Controller Design for Time Lag Systems Via a Quadratic Criterion, IEEE AC-16, No. 6 (1971), pp. 664-672.
- 7) KWAKERNAK, H. and SIVAN, R.: Linear Optimal Control Systems, Wiley (1972).
- 8) KOMODA, M.: Optimality Study of a Gust Alleviation System for Light Wing Loading STOL Aircraft, NASA TN-D-8180 (1976).
- 9) PHILLIPS, W.H. and KRAFT, C.C.: Theoretical Study of Some Methods for Increasing the Smoothness of Flight through Rough Air, NASA TN-2416 (1951).
- 10) ETKIN, B.: Dynamics of Flight, Wiley (1959).
- 11) KWAKERNAK, H. and SIVAN, R.: The Maximally Achievable Accuracy for Linear Optimal Regulators and Linear Optimal Filters, IEEE AC-17, No.1 (1972), pp. 79-86.
- 12) 宮沢与和, 古茂田真幸, 鷲津久一郎: 航空機の横一方向の突風軽減装置, 昭和50年度飛行機シンポジウム

講演集 (1975), pp. 163-166.

(付録) 最適解の導出

まずはじめに、評価関数における終端時刻が有限確定値である場合の最適制御問題を動的計画法 (dynamic programming) の手法を用いて解き⁹⁾, その極限値として (2.5) 式から (2.11) 式までの結果を導く。一般に終端時刻が有限である場合には、系が時不変系 (time invariant) である必要はないが、ここでは簡単に時不変系と考え、本文の結果を導くだけにとどめる。

制御対象、外乱の性質等は本文で述べたとおりであるが、ここでは評価関数を次のように考える。

$$J = E \left[\int_0^{t_f} \left\{ \frac{1}{2} y^T(t) Q y(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) \right\} dt \right] \quad (\text{A.1})$$

ここで、時刻 $t (0 \leq t \leq t_f)$ における残りの時間部分の評価関数の最小値を、 $I(x(t), w(\sigma), t)$ とする。ただし、ここで σ は $t \leq \sigma \leq \min(t + \tau_0, t_f)$ である。時刻 t が、 $t \geq t_f - \tau_0$ を満足する部分では、外乱が確定的に与えられた問題になり、最適性の原理 (principle of optimality) より次式が導かれる。

$$\min_{u(t)} \left\{ \frac{1}{2} y^T(t) Q y(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) + \frac{dI}{dt} \right\} = 0 \quad (\text{A.2})$$

ここで、 I を次のように仮定する。

$$\begin{aligned} I(x, w, t) = & \frac{1}{2} x^T(t) K(t) x(t) \\ & + x^T(t) \int_t^{t_f} F_1(t, s) w(s) ds \\ & + \frac{1}{2} \int_t^{t_f} \int_t^{t_f} w^T(s_1) F_2(t, s_1, s_2) w(s_2) ds_1 ds_2 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

これを、(A.2) へ代入すると、次の最適制御則を得る。

$$u_{\text{opt}}(t) = -R^{-1} B^T \left\{ K(t) x(t) + \int_t^{t_f} F_1(t, s) w(s) ds \right\} \quad (\text{A.4})$$

これも (A.2) へ代入すると、最適性の原理は次式となる。

$$\begin{aligned} & x^T(t) \{ dK/dt + C^T Q C + K(t) A + A^T K(t) \\ & - K(t) B R^{-1} B^T K(t) \} x(t) / 2 \\ & + x^T(t) \int_t^{t_f} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} F_1(t, s) + (A - B R^{-1} B^T K(t))^T \right. \\ & \left. F_1(t, s) \right\} w(s) ds + x^T(t) \{ K(t) D - F_1(t, t) \} w(t) \\ & + w^T(t) \int_t^{t_f} \left\{ D^T F_1(t, s) - F_2(t, t, s) \right\} w(s) ds \\ & + \frac{1}{2} \int_t^{t_f} \int_t^{t_f} w^T(s_1) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} F_2(t, s_1, s_2) - F_1^T(t, s_1) B R^{-1} \right. \\ & \left. \times B^T F_1(t, s_2) \right\} w(s_2) ds_1 ds_2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

任意の $x(t)$, $w(\sigma)$ に対し, 上式が成り立つための必要十分条件は以下になる.

$$\begin{aligned} -dK/dt &= C^T Q C + K(t)A + A^T K(t) \\ &\quad - K(t)BR^{-1}B^T K(t) \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

ただし, $t_f - \tau_0 \leq t \leq t_f$

$$\begin{cases} \partial F_1(t, s)/\partial t = -(A - BR^{-1}B^T K(t))^T F_1(t, s) \\ F_1(\tau, \tau) = K(\tau)D \end{cases} \quad (\text{A. 7})$$

$$F_1(\tau, \tau) = K(\tau)D \quad (\text{A. 8})$$

ただし, $t_f - \tau_0 \leq \tau \leq t_f$, $t_f - \tau_0 \leq t \leq \tau$

$$\begin{cases} \partial F_2(t, s_1, s_2)/\partial t = F_1^T(t, s_1)BR^{-1}B^T F_1(t, s_2) \\ F_2(s_1, s_1, s_2) = D^T F_1(s_1, s_2) \end{cases} \quad (\text{A. 9})$$

$$F_2(s_1, s_1, s_2) = D^T F_1(s_1, s_2) \quad (\text{A. 10})$$

ただし, $t_f - \tau_0 \leq s_1, s_2 \leq t_f$

$$t_f - \tau_0 \leq t \leq \min(s_1, s_2)$$

また, 終端時刻における評価関数の値より次の境界条件が得られる.

$$K(t_f) = 0 \quad (\text{A. 11})$$

(A. 6), (A. 11) より K , (A. 7), (A. 8) より F_1 , (A. 9), (A. 10) より F_2 が, それぞれ求まる.

次に時刻 t が, $0 \leq t < t_f - \tau_0$ を満足する領域を考えてみよう. 本文でも述べたように, 外乱 $w(\sigma)$, $t \leq \sigma \leq t + \tau_0$ は確定的であるのに反し, 外乱 $w(s)$, $t + \tau_0 < s \leq t_f$ は確率的である. このことを考慮すると最適性の原理は次のようになる.

$$\begin{aligned} \min_{u(t)} \left\{ \frac{1}{2} y^T(t) Q y(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) \right. \\ \left. + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} E \left[\frac{\Delta I}{\Delta t} \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

ただし, ここで ΔI は次により定義される.

$$\begin{aligned} \Delta I &= I(x(t + \Delta t), w(\sigma + \Delta t), t + \Delta t) \\ &\quad - I(x(t), w(\sigma), t) \end{aligned} \quad (\text{A. 13})$$

σ は $t \leq \sigma \leq t + \tau_0$ を満足し, (A. 12)における数学的平均は外乱 $w(s)$, $t + \tau_0 < s \leq t_f$ に対しとられるものである. 前出の $t \geq t_f - \tau_0$ における解と, 外乱が白色雑音であることを考慮して, I を次のように仮定する.

$$\begin{aligned} I(x, w, t) &= \frac{1}{2} x^T(t) K(t) x(t) + x^T(t) \\ &\quad \int_t^{t+\tau_0} F_1(t, s) w(s) ds + \frac{1}{2} \iint_t^{t+\tau_0} w^T(s_1) F_2(t, s_1, s_2) \\ &\quad w(s_2) ds_1 ds_2 + \frac{1}{2} \varphi(t) \end{aligned} \quad (\text{A. 14})$$

これを (A. 12) へ代入すると, 次の最適制御則を得る.

$$u_{\text{opt}}(t) = -R^{-1}B^T$$

$$\left\{ K(t)x(t) + \int_t^{t+\tau_0} F_1(t, s)w(s)ds \right\} \quad (\text{A. 15})$$

これも (A. 12) へ代入し, 任意の $x(t)$, $w(\sigma)$ に対し, 最適性の原理を満足することから, 同様に (A. 6) ~ (A. 10) が得られる. ただし, それぞれの定義域は異なり, 次のようになる.

$$(A. 6) \text{ は, } 0 \leq t < t_f - \tau_0$$

$$(A. 7), (A. 8) \text{ は, } 0 \leq s < t_f$$

$$\max(0, s - \tau_0) \leq t \leq \min(t_f - \tau_0, s),$$

ただし, $t = t_f - \tau_0$ は除く.

$$(A. 9), (A. 10) \text{ は } 0 \leq s_1, s_2 \leq t_f$$

$$\max(0, s_1 - \tau_0, s_2 - \tau_0) \leq t \leq \min(s_1, s_2, t_f - \tau_0)$$

ただし, $t = t_f - \tau_0$ は除く.

そして, さらに次式を得る.

$$\begin{aligned} d\varphi/dt &= -T_r[F_2(t, t + \tau_0, t + \tau_0) \cdot W(t + \tau_0)] \\ &\quad (\text{A. 16}) \end{aligned}$$

(A. 5), (A. 14) を比較し, $t = t_f - \tau_0$ における接続を考えれば, $K(t)$, $F_1(t, s)$, $F_2(t, s_1, s_2)$ は $t = t_f - \tau_0$ において連続であり, 次式も成り立つ.

$$\varphi(t_f - \tau_0) = 0 \quad (\text{A. 17})$$

以上で, 終端時刻が有限な評価関数における, 最適制御則, および最小化された評価関数の値が得られた. この結果から終端時刻 (t_f) を無限大とする (2.4) 式の評価関数における定常解を導こう.

系が stabilizable であることより, (A. 6), (A. 11) の RICCATI 型行列微分方程式は非負定常解に収束し, (2.6) 式となる. K が定常解に収束することから, (A. 7), (A. 8) より F_1 も定常解に収束し, 次のようになる.

$$F_1(t, s) = \phi^T(s - t)KD \quad (\text{A. 18})$$

ただし, ϕ は (2.7), (2.8) 式で定義されたものである. (A. 15), (A. 18) より (2.5) 式が得られる. さらに, (A. 9), (A. 10) より F_2 も定常解に収束し, 次のようになる.

$$\begin{aligned} F_2(t, s_1, s_2) &= - \int_0^{s_1 - t} D^T K \phi(\sigma) BR^{-1} B^T \phi^T(\sigma) \phi^T \\ &\quad (s_2 - s_1) KD d\sigma + D^T \phi^T(s_2 - s_1) KD \end{aligned} \quad (\text{A. 19})$$

評価関数の定義が (2.4) 式であることから, (A. 14) において有限値である φ 以外の項は, t_f で割ることにより零に収束し, (A. 16), (A. 19) より (2.9), (2.10), (2.11) 式が得られる.