論 文

CONTRIBUTED PAPERS

フィラメント・ワインディング CFRP 材の熱膨張係数と残留応力*

Thermal Expansion Coefficients and Residual Stresses in

Filament-Wound CFRP Materials

植 村 益 次**・井 山 向 史**
Masuji UEMURA, Hisashi IYAMA
山 口 芳 子**
and Yoshiko YAMAGUCHI

Abstract

The thermal expansion coefficients (α) of uni-directional reinforced plastics are obtained easily and precisely by the use of explicit algebraic formulae which are functions of thermal and elastic properties of the two constituent materials and of their volume fractions. They are derived by considering uniformly spaced circular anisotropic fibers arranged in a hexagonal array in an elastic matrix. Then the analytical formulae for the thermal expansion coefficients and the residual stresses in filament-wound and laminated composites are given under the assumption of elastic behavior and within the framework of the laminated plate theory.

The experiments on carbon fiber/epoxy laminated composite cylinders which are reinforced by helical and circumferential windings show a good agreement with the calculated values. The residual stresses induced during the curing process are found not to be negligible compared with the weak tensile strength normal to fibers. The algebraic formulations for α together with those for elastic moduli and failure criterion proposed by one of the authors seem to be useful for the optimal design of laminated composite structures in a closed form which elucidate the effects of various sorts of constitutive parameters.

1. ま え が き

複合材料では構成材料の熱膨張係数が異なるために、温度変化時やキュア成形時などに熱応力や残留応力が発生する。とくに航空機・ロケット構造材料として注目されるカーボン繊維強化プラスチック (CFRP) 材では、カーボン繊維と樹脂との物性値の相異や異方性がきわめて大きく熱応力も大きくなる。一方 CFRP

は繊維と直角方向の引張や繊維に沿う剪断にはきわめて弱く、キュア成形による残留応力によってもクラックがはいることがあり重大な問題となる。

まず複合材料の熱膨張係数の解析法もいくつか発表されているが^{1)~6)}、簡便な式は CFRP 積層材に適用するのに精度が悪く、厳密な解は複雑な数値計算を必要とする。そこで本文では、構成材料の基本的物性が与えられたときに、基礎となる一方向強化 CFRP 材の α を簡単かつ数値計算値と同程度に精度がよい explicit な代数式で求められ、カーボン繊維の異方性も考慮した式を提示し、次にそれに基づく各種積層材の α と発生残留応力の解析式を提示するとともに⁶⁾、ヘリカル巻き積層材の α の測定実験を行なって、本理論解析値とかなりよく一致することを示す。これによって代数式による弾性係数の算出⁷⁾、破壊強度の予知法⁸⁾と並用して、複合積層構造の材料設計から最終の最適設計までの一貫したプログラム設計方式が容易になる利点があると思われる。

2. 一方向強化材の熱膨張係数と内部応力

一方向強化材では、繊維が断面内でランダムに配列しているが、巨視的に面内等方性となる六角配列 (第 1 図) で分布していると考え、1 ユニットの六角形の面積と同一面積を与える円の半径 r_m の円形に等置し、第 1 図に示すような同心複合円筒材 [繊維容積含有率 $V_f = (r_f/r_m)^2$] を考え、軸対称平面歪問題として一様温度分布のもとで以下熱膨張係数の解析式を求める。構成材の物性は大局的には温度依存性をもつが、各温度での熱膨張係数を求めるときは微小温度変化に対しては一定として扱ってよい。

2.1 基礎方程式と解析 半径・周・軸方向座標をそれぞれ r, θ, z とする。

2.1.1 平衡方程式

$$(d\sigma_{r,i}/dr) + (\sigma_{r,i} - \sigma_{\theta,i})/r = 0 \quad (1)$$

* 1976 年 7 月 16 日、第 18 回構造強度に関する講演会 (第 1 報)、1977 年 7 月 20 日、第 19 回構造強度に関する講演会 (第 2 報) にて講演。昭和 53 年 1 月 7 日原稿受理

** 東京大学宇宙航空研究所

第1図 繊維の六角配列モデル

ただし添字 i は f か m をとり、それぞれ繊維部、樹脂部を意味する。

2.1.2 応力-歪関係式 カーボン繊維が軸対称で直交異方性なので、繊維部については

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rf} - \alpha_{fT} T &= (\sigma_{rf} - \nu_{fT} \sigma_{\theta f}) / E_{fT} - \nu_{fL} \sigma_{zf} / E_{fL} \\ \varepsilon_{\theta f} - \alpha_{fT} T &= (\sigma_{\theta f} - \nu_{fT} \sigma_{rf}) / E_{fT} - \nu_{fL} \sigma_{zf} / E_{fL} \\ \varepsilon_{zf} - \alpha_{fL} T &= \sigma_{zf} / E_{fL} - \nu_{fT} (\sigma_{rf} + \sigma_{\theta f}) / E_{fT} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし添字 L, T は繊維方向、それと直角方向を意味する。母材の樹脂部については(2)式で $\alpha_{fL}, \alpha_{fT} \rightarrow \alpha_m, E_{fL}, E_{fT} \rightarrow E_m, \nu_{fL}, \nu_{fT} \rightarrow \nu_m$, 添字 $f \rightarrow m$ とする。

2.1.3 歪-変位関係式 半径方向、軸方向変位をそれぞれ u, w とすると、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ri} &= du_i / dr, \quad \varepsilon_{\theta i} = u_i / r \\ \varepsilon_{zi} &= dw_i / dz \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2.1.4 境界条件式

$$\left. \begin{aligned} \text{平面歪状態として } \varepsilon_{zf} &= \varepsilon_{zm} = \varepsilon_0 = \text{const} \\ \text{繊維と樹脂境界面 } (r=r_f) \text{ にて} \\ u_f &= u_m, \sigma_{rf} = \sigma_{rm} \\ \text{樹脂外面 } (r=r_m) \text{ にて } \sigma_{rm} &= 0 \\ \text{軸方向合力} &= \sigma_{zf} V_f + \sigma_{zm} (1 - V_f) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

さてまず(2)式から σ_{zf} (あるいは σ_{zm}) を消去して、 $\sigma_{rf}, \sigma_{\theta f}$ (あるいは $\sigma_{rm}, \sigma_{\theta m}$) を求め、(1)式に代入して(3)式の関係式を用いると、 $u_i (i=f, m)$ について次の基礎微分方程式を得る。

$$r^2 (d^2 u_i / dr^2) + r (du_i / dr) - u_i = 0 \quad (5)$$

これを解き、 u_f, u_m の一般解を得る。

$$\left. \begin{aligned} u_f &= C_{1f} r + C_{2f} / r \\ u_m &= C_{1m} r + C_{2m} / r \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

繊維部では $r=0$ で $u_f=0$ なので

$$C_{2f} = 0 \quad (7)$$

となる。結局 $\varepsilon_0, C_{1f}, C_{1m}, C_{2m}$ の4個の未定常数は(4)式の境界条件を用いて決定され、一方向強化材の繊維方向とそれに直角方向の熱膨張係数 α_L, α_T は次式のように定義され、構成材料物性の関数として簡単な代数式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_L / \alpha_m &= \varepsilon_0 / \alpha_m T = x_1 \\ \alpha_T / \alpha_m &= (u_m / r_m) / \alpha_m T = (C_{1m} + C_{2m} / r_m^2) / \alpha_m T \\ &= (1 + \nu_m) - \nu_m x_1 + 2(1 - \nu_m) x_4 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで

$$\begin{aligned} x_1 &= (ce - fb) / (ae - db) \\ x_4 &= (af - cd) / (ae - db) \\ a &= (\nu_m - \nu_{fL}) \delta V_f \\ b &= (1 - 2\nu_m) \{V_f(1 - \delta) - 1\} - \delta \\ c &= \delta(1 + \nu_m) V_f - \delta V_f (\alpha_{fT} + \nu_{fL} \alpha_{fL}) / \alpha_m \\ d &= \{(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m) + \gamma(1 - \nu_{fT} - 2\nu_{fT} \nu_m)\} V_f \\ e &= 2 \{ (1 - 2\nu_m)(\nu_m + \nu_{fT} \gamma) V_f + \nu_{fT} \gamma \} \\ f &= (1 + \nu_m) V_f \{1 - 2(\nu_m + \nu_{fT} \gamma)\} \\ &\quad + 2\gamma \nu_{fT} V_f (\alpha_{fT} / \alpha_m) + \gamma(1 - \nu_{fT}) V_f (\alpha_{fL} / \alpha_m) \\ \delta &= \frac{E_{fT} (1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)}{E_m (1 - \nu_{fT} - 2\nu_{fL} \nu_{fT})} \\ \gamma &= \frac{V_f E_{fL} \delta}{1 - V_f E_{fT}} \end{aligned} \quad (9)$$

次に一方向強化材において、均一温度変化によって発生する内部熱応力は、繊維部内では $\sigma_{rf} = \sigma_{\theta f}$ であり、また境界では $\sigma_{rf} = \sigma_{rm}$ である。最も問題となる繊維と樹脂との境界面 ($r=r_f$) での発生応力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rf} = \sigma_{\theta f} = \sigma_{rm} &= (\alpha_m T E_m) (V_f - 1) x_4 / V_f (1 + \nu_m) \\ \sigma_{\theta m} &= (\alpha_m T E_m) (V_f + 1) x_4 / V_f (1 + \nu_m) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2.2 熱膨張係数と熱応力の数値計算例と考察 他の研究者による結果と比較するために、第2図にガラス繊維強化 GFRP の $\alpha_L, \alpha_T - V_f$ の関係を、同一の

第2図 一方向強化 GFRP 材の $\alpha - V_f$ の解析解の比較

 第3図 $\alpha_L/\alpha_m, \alpha_T/\alpha_m$ の $V_f, E_f/E_m, \alpha_{fL}/\alpha_m, \alpha_{fT}/\alpha_m$ による変化

物性値に基づいて比較する。AIRY の応力関数を用いた解析解を多数の選点法で数値計算して求めた石川ら⁵⁾の結果とほとんど完全に一致し、本文の簡単な解析で得た explicit な計算式の有用性がわかる。 V_f の小さい領域では $\alpha_T > \alpha_m$ となるのは興味がある。

等方性繊維の場合、単純な複合則によれば、 α_L, α_T は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_L &= [\alpha_f V_f E_f + \alpha_m (1 - V_f) E_m] / [V_f E_f + (1 - V_f) E_m] \\ \alpha_T &= V_f \alpha_f + (1 - V_f) \alpha_m \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で与えられる。本解析結果を含め α_L については第2図に示すようにほとんど同一の値を与えるが、 α_T についてはかなり異なるようである。

異方性繊維強化 CFRP の場合の $\alpha_L/\alpha_m, \alpha_T/\alpha_m$ は $E_{fL}/E_m (E_{fT}/E_{fL} = 0.07$ とする)、 $\alpha_{fL}/\alpha_m, \alpha_{fT}/\alpha_m$, V_f によって主として変化するので、これらをパラメータに $\alpha_L/\alpha_m, \alpha_T/\alpha_m$ の変化を第3図に示す。これから $E_{fL}/E_m, \alpha_{fL}/\alpha_m$ による変化は定量的に少なく、 V_f の増大、 α_{fT}/α_m の減少とともに α_L, α_T は減少することがわかる。

以下の数値計算に用いた CFRP の物性値は、カーボン繊維としてトレカ T 300 A、母材としてエポキシ樹脂を考え、力学的物性値は弾性係数の解析式⁷⁾に適用して実験と合致した値である。すなわち

$$E_{fL} = 23,000 \text{ kg/mm}^2, E_{fT} = 1,610 \text{ kg/mm}^2$$

第4図 繊維と樹脂との境界面での熱残留応力

$$\nu_{fL} = 0.30$$

$$E_m = 350 \text{ kg/mm}^2, \nu_m = 0.36$$

カーボン繊維の熱膨張係数 α_{fL}, α_{fT} のうち、 α_{fT} の測定はむずかしく、パイログラファイト (黒鉛単結晶) の α 軸、 c 軸の実験値を用いようとしたが、繊維状での値とは異なるようで、後述の熱膨張係数の測定値と合致する次の値を用いた。これらの値は石川ら⁵⁾の得た値ともきわめて近い値である。

$$\alpha_{fL} = -0.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}, \alpha_{fT} = 8.0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}, \alpha_m = 62 \sim 70 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$$

均一温度変化による発生熱応力のうち、繊維と樹脂との境界での値を V_f に対して第4図に示す。 $E_m \alpha_m \approx 2.2 \times 10^{-2} \text{ kg/mm}^2/^\circ\text{C}$ なので、キュア後の 100°C の温度低下によって、 $1.5 \sim 2.5 \text{ kg/mm}^2$ の引張応力が界面に発生し、 V_f の増加とともに大きくなるので注意する必要がある。

3. ヘリカル巻き材の熱膨張係数と残留応力

第5図に示すように x 軸方向と $\pm\theta$ の巻き角度のヘリカル巻き材を考える。前章で求めた一方強化材の α_L, α_T が既知として、ヘリカル巻き材の主軸方向の α_x, α_y および FW 材では繊維方向を基準とする熱残留応力が破損基準となるので、これらの熱応力成分を求める。

3.1 各層 ($i=1, 2$) の応力、歪成分と両者の関係

(1) 各層 ($i=1, 2$) の応力成分: $\{\sigma_{hi}\}$

$$\begin{aligned} \{\sigma_{hi}\} &= \begin{Bmatrix} \sigma_{hx_i} \\ \sigma_{hy_i} \\ \tau_{hxy_i} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & \mp 2lm \\ m^2 & l^2 & \pm 2lm \\ \pm lm & \mp lm & (l^2 - m^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

ただし $l = \cos \theta, m = \sin \theta$, $\pm$ の上下符号は “1”, “2”

第5図 ヘリカル巻き材 (アングルブライ材)

層に対応する。[A]: 応力座標変換マトリックス

(2) 各層 ($i=1, 2$) の主軸方向応力成分と歪成分の関係

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \epsilon_{hLi} \\ \epsilon_{hTi} \\ \gamma_{hLTi} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_L \\ \alpha_T \\ 0 \end{Bmatrix} T \quad (13)$$

$$\text{ただし } [C] = \begin{bmatrix} E_L' & \nu_T E_L' & 0 \\ \nu_L E_T' & E_T' & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} : \text{剛性マトリックス}$$

クス

$$E_L' = E_L / (1 - \nu_L \nu_T), E_T' = E_T / (1 - \nu_L \nu_T)$$

(3) 各層 ($i=1, 2$) の歪成分: $\{\epsilon_{hi}\}$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{hLi} \\ \epsilon_{hTi} \\ \gamma_{hLTi} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \epsilon_{hxi} \\ \epsilon_{hyi} \\ \gamma_{hxyi} \end{Bmatrix} = [B] \{\epsilon_{hi}\} \quad (14)$$

$$\text{ただし } [B] = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & \pm lm \\ m^2 & l^2 & \mp lm \\ \mp 2lm & \pm 2lm & (l^2 - m^2) \end{bmatrix} : \text{歪座標変換マトリックス}$$

換マトリックス

3.2 ヘリカル巻き材の熱膨張係数 積層理論により, “1”, “2” 層間には相互の干渉はなく, 各層の諸歪成分は同じであり, 温度変化のみをうけるとすると,

$$\{\epsilon_{h1}\} = \{\epsilon_{h2}\} = \{\epsilon_h\} = \begin{Bmatrix} \alpha_{hx} \\ \alpha_{hy} \\ 0 \end{Bmatrix} T \quad (15)$$

であり, 外力が作用しないので次式が成立する。

$$\{\sigma_{h1}\} + \{\sigma_{h2}\} = 0 =$$

$$\sum_{i=1,2} [A][C][B] \begin{Bmatrix} \alpha_{hx} \\ \alpha_{hy} \\ 0 \end{Bmatrix} T - \sum_{i=1,2} [A][C] \begin{Bmatrix} \alpha_L \\ \alpha_T \\ 0 \end{Bmatrix} T \quad (16)$$

これを解いてヘリカル巻き材の熱膨張係数は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{hx} \\ \alpha_{hy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_L \\ \alpha_T \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここで

$$d_{11} = [l^2(l^2 - m^2)(1 - \nu_L \nu_T) E_L' E_T' + 4l^2 m^2 G_{LT}(E_L' + \nu_L E_T')] / \Delta$$

$$d_{12} = [-m^2(l^2 - m^2)(1 - \nu_L \nu_T) E_L' E_T' + 4l^2 m^2 G_{LT}(E_T' + \nu_T E_L')] / \Delta$$

$$d_{21} = [-m^2(l^2 - m^2)(1 - \nu_L \nu_T) E_L' E_T' + 4l^2 m^2 G_{LT}(E_L' + \nu_L E_T')] / \Delta$$

$$d_{22} = [l^2(l^2 - m^2)(1 - \nu_L \nu_T) E_L' E_T' + 4l^2 m^2 G_{LT}(E_T' + \nu_T E_L')] / \Delta$$

$$\Delta = (l^2 - m^2)^2 (1 - \nu_L \nu_T) E_L' E_T' + 4l^2 m^2 G_{LT}(E_L' + E_T' + 2\nu_T E_L')$$

3.3 ヘリカル巻き材での残留応力

3.3.1 各層内の繊維方向熱残留応力 (13), (14), (15), (17)の諸式より一方向強化材の破損に対応する諸応力成分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{hLi} &= -4l^2 m^2 (1 - \nu_L \nu_T) G_{LT} E_L' E_T' \\ &\quad \times (\alpha_L - \alpha_T) T / \Delta \\ \sigma_{hTi} &= 4l^2 m^2 (1 - \nu_L \nu_T) G_{LT} E_L' E_T' (\alpha_L - \alpha_T) T / \Delta \\ \tau_{hLTi} &= \mp 2lm(l^2 - m^2)(1 - \nu_L \nu_T) G_{LT} E_L' E_T' \\ &\quad \times (\alpha_L - \alpha_T) T / \Delta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

3.3.2 各層内の主軸 x, y 方向熱残留応力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{hxi} &= 0 = \sigma_{hyi} \\ \tau_{hxyi} &= \mp 2lm(1 - \nu_L \nu_T) G_{LT} E_L' E_T' \\ &\quad \times (\alpha_L - \alpha_T) T / \Delta \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

3.4 数値計算例と考察

(1) α_{hx} (α_{hy})

2.2 節で求めた一方向強化材の α_L, α_T に基づき, ヘリカル巻き材の主軸方向の $\alpha_{hx}(\alpha_{hy}=90^\circ-\theta^\circ$ での α_{hx}) のヘリカル巻き角 θ に対する変化を第6図に示す。東レ, 住友電工社での実験結果も合わせ示すが, 各 V_f に応じて理論値と実験値の一致は良好である。

$\theta=20^\circ \sim 30^\circ$ では, 内部応力の発生によって α_{hx} が減って減少するのに注意する必要がある。 V_f の減少とともに, 樹脂の α_m が大きいので α_{hx} は増加する。

(2) $\sigma_{hLi} (= -\sigma_{hTi}), \tau_{hLTi}$

破壊強度に対応する繊維方向を基準とする応力 $\sigma_{hLi}/T (= -\sigma_{hTi}/T)$ および τ_{hLTi}/T ($i=1$ の場合) をそれぞれ第7図に示す。繊維方向応力 σ_{hLi} と繊維

第6図 ヘリカル巻き材の主軸方向の熱膨張係数

第7図 ヘリカル巻き材の繊維方向基準の熱残留応力成分

第8図 ヘリカル巻き+周巻き積層材

と直角方向応力 σ_{hTi} とは大きさ等しく符号が反対である。すなわち σ_{hLi} は温度上昇によって引張応力となるが、 σ_{hTi} は温度低下によって引張応力となる。したがってキュア完了後の残留応力としては、繊維と直角方向に引張応力が発生し、同方向の破壊強さ F_T が最も小さいことに関連してクラックがはいりやすいことは重大問題となる。事実キュア時に硬化開始時から約 100°C の温度低下に対し、 $\theta=45^\circ$ の場合は 3 kg/mm^2 に近い残留応力が発生し、切実な問題となる。

繊維に沿うせん断応力 τ_{hLi} は $\theta=45^\circ$ に対して逆対称的であるが、 $\theta \approx 25^\circ(65^\circ)$ で最大となる。これも繊維方向の破壊強さ F_{LT} が小さいので注目に値する。

4. 主軸が合致している積層材の熱膨張係数と熱残留応力

一般に FW 法による積層材では、各種方向の積層によって最適化がはかれる。ここではヘリカル巻き円筒に周巻きを積層する場合のように、両層の主軸が合致している場合を考える (第8図参照)。

4.1 積層材の熱膨張係数 n 種の層から成る積層材を考えるが、第8図のヘリカル巻き層と周巻き層か

ら成る場合は、 $n=2$ で、添字 $j=1, 2$ はそれぞれ h, c に相当する。両層の主軸は合致しているの、各層の主軸方向のせん断応力 τ_{jxy} とせん断歪 γ_{jxy} は発生しない。したがって

$$\{\epsilon_j\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{jx} \\ \epsilon_{jy} \end{Bmatrix}, \quad \{\sigma_j\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{jx} \\ \sigma_{jy} \end{Bmatrix}, \quad \{\alpha_j\} = \begin{Bmatrix} \alpha_{jx} \\ \alpha_{jy} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

であり、各層では

$$\{\epsilon_j\} = [E_j]^{-1} \{\sigma_j\} + \{\alpha_j\} T \quad (21)$$

の関係が成り立ち、次式を得る。

$$\{\sigma_j\} = [E_j] (\{\epsilon_j\} - \{\alpha_j\} T) \quad (22)$$

ただし

$$[E_j] = \begin{bmatrix} K_{jx} & \nu_{jy} K_{jx} \\ \nu_{jx} K_{jy} & K_{jy} \end{bmatrix}$$

$$K_{jx} = E_{jx} / (1 - \nu_{jx} \nu_{jy}), \quad K_{jy} = E_{jy} / (1 - \nu_{jx} \nu_{jy})$$

積層材が温度変化のみを受ける場合には、

$$\textcircled{1} \quad \{\sigma\} = \sum_{j=1}^n \{\sigma_j\} t_j = 0 \quad (23)$$

ただし $t_j = j$ 番目の層の全板厚に対する板厚比、 $\sum_{j=1}^n t_j = 1$

$$\textcircled{2} \quad \{\epsilon\} = \{\epsilon_j\} = \{\alpha\} T \quad (24)$$

したがって (22)、(24) 式を (23) 式に代入し

$$\{\sigma\} = \sum_{j=1}^n [E_j] \{\epsilon_j\} t_j - \sum_{j=1}^n [E_j] \{\alpha_j\} T t_j = 0$$

より

$$\sum_{j=1}^n [E_j] \{\alpha\} T t_j = \sum_{j=1}^n [E_j] \{\alpha_j\} T t_j \quad (25)$$

を解いて、積層材の熱膨張係数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x &= \left[\sum_{j=1}^n (K_{jx} t_j \alpha_{jx} + \nu_{jy} K_{jx} t_j \alpha_{jy}) - \sum_{j=1}^n (\nu_{jx} K_{jy} t_j \alpha_{jx} + K_{jy} t_j \alpha_{jy}) \right. \\ &\quad \times \left. \sum_{j=1}^n \nu_{jy} K_{jx} t_j \right] / D \\ \alpha_y &= \left[\sum_{j=1}^n (\nu_{jx} K_{jy} t_j \alpha_{jx} + K_{jy} t_j \alpha_{jy}) - \sum_{j=1}^n (K_{jx} t_j \alpha_{jx} + \nu_{jy} K_{jx} t_j \alpha_{jy}) \right. \\ &\quad \times \left. \sum_{j=1}^n \nu_{jx} K_{jy} t_j \right] / D \\ D &= \sum_{j=1}^n K_{jx} t_j \sum_{j=1}^n K_{jy} t_j \\ &\quad - \sum_{j=1}^n \nu_{jx} K_{jy} t_j \sum_{j=1}^n \nu_{jy} K_{jx} t_j \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

4.2 積層材各層の熱応力 (22) 式より

$$\{\sigma_j\} = [E_j] (\{\alpha\} - \{\alpha_j\}) T \quad (27)$$

なので、 $j=1(h)$ のヘリカル巻き層と $j=2(c)$ の周巻き層での熱残留応力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{jz} &= K_{jz}(\alpha_x - \alpha_{jz})T + \nu_{jy}K_{jz}(\alpha_y - \alpha_{jy})T \\ \sigma_{jy} &= \nu_{jz}K_{jy}(\alpha_x - \alpha_{jz})T + K_{jy}(\alpha_y - \alpha_{jy})T \end{aligned} \right\} (28)$$

ここで α_{hx}, α_{hy} は(17)式で与えられ, $\alpha_{cz} = \alpha_T, \alpha_{cy} = \alpha_L$ である。

4.3 積層材内のヘリカル巻き層内の各層 ($i=1, 2$) の熱残留応力 上述のように積層によってヘリカル巻き層全体に応力が発生するので, ヘリカル巻き層内の $i=1, 2$ の層には, 2.3節で求めたヘリカル巻き層のみの発生応力と上述の(28)式による応力を重畳しなければならない。後者の応力成分を求める。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_{hx} \\ \sigma_{hy} \\ \tau_{hxy} \end{Bmatrix} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \begin{Bmatrix} \sigma_{hxi} \\ \sigma_{hyi} \\ \tau_{hxyi} \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 [A][C][B] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{hx} \\ \varepsilon_{hy} \\ \varepsilon_{hxy} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

の関係を用い, (12)~(14)式を用いて解くと, 結局筆者の一人らが, 以前の論文で与えた次式⁸⁾が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{hxi} \\ \sigma_{hyi} \\ \tau_{hxyi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \pm M \\ 0 & 1 & \pm N \\ \pm \chi_0 G_{xy0} & \pm \phi_0 G_{xy0} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{hx} \\ \sigma_{hy} \\ \tau_{hxy} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

ここで

$$M = (\chi_0 + \phi_0 \nu_{y0}) E_{x0} / (1 - \nu_{x0} \nu_{y0})$$

$$N = (\phi_0 + \chi_0 \nu_{x0}) E_{y0} / (1 - \nu_{x0} \nu_{y0})$$

$$\frac{1}{E_{x0}} = \frac{l^4}{E_L} + \frac{m^4}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) l^2 m^2$$

$$\frac{1}{E_{y0}} = \frac{m^4}{E_L} + \frac{l^4}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) l^2 m^2$$

$$\frac{1}{G_{xy0}} = 4 \left(\frac{1 + \nu_L}{E_L} + \frac{1 + \nu_T}{E_T} \right) l^2 m^2 + \frac{1}{G_{LT}} (l^2 - m^2)^2$$

$$\frac{\nu_{x0}}{E_{x0}} = \frac{\nu_{y0}}{E_{y0}} = \frac{\nu_L}{E_L} (l^4 + m^4) + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) l^2 m^2$$

$$\chi_0 = \left[\frac{m^2}{E_T} - \frac{l^2}{E_L} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) (l^2 - m^2) \right] \times 2lm$$

$$\phi_0 = \left[\frac{l^2}{E_T} - \frac{m^2}{E_L} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) (l^2 - m^2) \right] \times 2lm$$

次にヘリカル巻き層内の各層での繊維方向熱応力は, 次式で与えられる。(12)式から

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} &= [A]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_{hxi} \\ \sigma_{hyi} \\ \tau_{hxyi} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & \pm 2lm \\ m^2 & l^2 & \mp 2lm \\ \mp lm & \pm lm & (l^2 - m^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{hxi} \\ \sigma_{hyi} \\ \tau_{hxyi} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

4.4 数値計算例と考察

4.4.1 主軸方向熱膨張係数 α_x, α_y ヘリカル巻きと周巻きの CFRP 積層材の α_x, α_y を第9図に示

第9図 ヘリカル巻きと周巻きの積層 CFRP 材の α_x, α_y ($V_f=65\%$)

(a) α_{fL}, α_{fT} による変化

(b) α_m, α_{fT} による変化

第10図 ヘリカル巻きと周巻きの積層材の熱膨張係数

し, ヘリカル巻き層の厚さ比 t_h の影響を示す。また $t_h = t_c = 1/2$ の場合について $\theta = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の場合の α_x すなわち $\alpha_{x,0}, \alpha_{x,60}, \alpha_{x,90} = \alpha_T$ と α_L をカーボン繊維の α_{fL}, α_{fT} をパラメータにして第10図(a)に示し, α_m をパラメータにして第10図(b)に示す。 α_{fL} の相異は定量的にはあまり影響しない。巻き角 θ が大

(a) ヘリカル巻き層内の応力

(b) 周巻き層内の応力

 第11図 ヘリカル巻きと周巻き積層材に発生する繊維方向基準の熱残留応力 ($\alpha_m = 62 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)

きくなると、 α_x は α_{fT} とともに増加する。 α_m の増加はもちろん α を増加させる。

4.4.2 ヘリカル巻き層と周巻き層両層の繊維方向を基準とする熱残留応力 両層に発生する熱残留応力として、繊維方向基準の応力値を t_h を3種に変えて第11図に示す。周巻き層とヘリカル巻き層での値をそれぞれ(a), (b)に示す。ヘリカル巻き層の厚さ比 t_h が小さいほど、ヘリカル巻き層の応力値は増加し、周巻き層の応力値は減少する。

 第12図 ヘリカル巻き+周巻き積層材における繊維方向基準の合成熱残留応力 ($t_h = 1/3$, $V_f = 65\%$)

繊維と直角方向の強度 F_T が最も小さいことに関連して最も重要なのは、 σ_{LT} と $\sigma_{cz} = \sigma_{cx}$ であり、ともにキュア時の温度低下約 100°C 当り約 3 kg/mm^2 の残留引張応力が発生するのは注目値する。

4.4.3 積層によるヘリカル巻き層内の合成応力

周巻き層を積層したときのヘリカル巻き層内の各層 ($i=1, 2$) 内の応力は、(i)ヘリカル巻きということて発生する応力(18)式と(ii)周巻き層の積層による応力(31)式を合成したものである。第12図に繊維方向を基準とする σ_{LT} の合成値を示す。 100°C の温度低下によって約 3 kg/mm^2 の σ_{LT} が発生するのが問題となる。なお、ヘリカル巻き層内各層の合成応力は積層材全体の歪から(13), (14)式を用い、直接

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} &= [C] \left(\begin{Bmatrix} \epsilon_{hLi} \\ \epsilon_{hTi} \\ \gamma_{hLTi} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_L \\ \alpha_T \\ 0 \end{Bmatrix} T \right) \\
 &= [C] \left([B] \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_L \\ \alpha_T \\ 0 \end{Bmatrix} \right) T \quad (32)
 \end{aligned}$$

から求められ、とうぜん上述の合成応力と一致する。

5. CFRP 積層円筒の熱膨張係数の測定実験

5.1 試験片 エポキシ樹脂平板 ($20 \text{ mm} \times 230 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$) については、次の3種の硬化条件で製作した。

第1表 CFRP 円筒試験片の種類と測定結果

試験片(積層)の種類	硬化条件	比重 $\rho(\text{g/cm}^3)$	繊維含有率 $V_f(\%)$	軸方向熱膨張係数			
				20°~75°C		75°~110°C	
				実験値	理論値	実験値	理論値
周巻き	A, B, C	1.60	70.6	29	28.8	31	31.8
周巻き+60°巻き	"	1.59	67.5	20	19.2	21	21.1
周巻き+軸巻き	"	1.58	65.1	2	2.2	3	2.5
エポキシ樹脂	"		0	63	—	70	—

第13図 加熱時と冷却時の温度-熱膨張量の関係

第14図 ヘリカル巻きと周巻き積層 CFRP 材の α_x と温度 T の関係A: $100^\circ\text{C} \times 4 \text{ hrs} + 135^\circ\text{C} \times 5 \text{ hrs}$ B: $100^\circ\text{C} \times 4 \text{ hrs} + 170^\circ\text{C} \times 5 \text{ hrs}$ C: $150^\circ\text{C} \times 4 \text{ hrs}$

CFRP 積層円筒 (内径 71 mm ϕ , 軸長 200 mm, 肉厚 1.5~1.8 mm) は第1表に示すように, 上記と同じ硬化条件で3種の巻き積層構成を製作し, 常温~150 $^\circ\text{C}$ 域での軸方向熱膨張変形を測定し, その曲線の切線から熱膨張係数を算出した。内・外層は周巻きで中央面に対して対称にした。

5.2 加熱・測定要領 軸方向標点距離 75 mm に白黒のターゲットを設け, 非接触形の光学式変位計 (Zimmer Model 200 $\times$) を加熱炉ガラス窓外に設置し, 熱膨張量を電圧変化で取り出す。一方温度センサーとして NiCr-Ni 箔ゲージ PR 6462 B (Philips 社製) を, ターゲットと 90 $^\circ$ 回転した上下標点位置 2カ所に貼付し, 温度-熱膨張量を X-Y レコーダに記録

させる。試験片を熱風循環式加熱炉内にセットし, 試験片温度が均一になるように加熱・冷却速度をできるだけ遅くし, それぞれ約 4 $^\circ\text{C}/\text{分}$, 2 $^\circ\text{C}/\text{分}$ とした。

5.3 実験結果と考察

(1) 上下2点の温度はほとんど等しく, その平均温度 (T)-標点間熱膨張 (Δl) は第13図のようになり, 冷却時の Δl は加熱時より大きい, これは温度追従の遅れのほかエポキシ樹脂の湿気放出⁹⁾ が一因と思われる。

(2) 熱膨張係数に及ぼす硬化条件の影響はこの樹脂系の場合には認められず, A, B, C 3種類の平均をとり, 加熱時・冷却時の α - T 曲線を第14図に示すが, 両者の平均についても示した。温度 T の増加とともに α が増加するのは樹脂の α_m の増加によるもので, 第10図(b)に示されたとおりである。

(3) 周巻きとヘリカル巻き ($\theta=0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) の板厚が半々 ($t_h=t_c=1/2$) の場合の理論値を第10図(a)に示す。実験値も二重丸でプロットして示すが, 第1表に各 V_f に対応する理論値と対比して示す。第10図(a)からわかるように $\alpha_{fT} \approx 8 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ とすると, 第1表に示すように両者はよく一致し, 石川ら⁵⁾ の結果ともよく一致する。パイログラファイトでの $\alpha_{fT} = 25 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ という値¹⁰⁾ と大きく相異なるのは注目に値する。

6. む す び

(1) 一方向強化材の熱膨張係数 α_L, α_T は, 簡単かつ精度よく, 強化繊維の異方性を考慮した explicit な代数式で与えられる。また各種積層材の熱膨張係数および熱残留応力の算出式が示され, 構成材の力学的・熱的物性値や繊維含有率 V_f の影響が明らかにされた。

(2) CFRP 材について数値計算例を示し, 積層円筒による実験を行なって対比し, カーボン繊維として $\alpha_{fL} \approx -0.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $\alpha_{fT} \approx 8.0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ の値を用いると両者はよく合致し, パイログラファイトの値とは異なる。

(3) キュア時の熱残留応力は, 繊維と直角方向の引張強さがとくに弱いことに関連して重要なことがわかった。

(4) 以前に提示した弾性係数についての explicit な代数式や破壊予知法と併用し, 関係パラメータによる積層構造の closed form の最適設計を容易にすると思われる。

(5) 本文では構造材の諸物性値を一定としたが, 各温度での物性値を用いれば, 熱膨張係数の温度依存性も説明できる。

最後に実験に協力された遠藤真宏君に厚く感謝します。

参 考 文 献

- 1) GRESZCZUK, L.B.: Thermoelastic Properties of Filamentary Composites, Proc. AIAA 6th Structures & Materials Conference, Palm Springs, Calif. (1965. 4. 5~7), pp. 285-290.
- 2) SCHAFERY, R.A.: Thermal Expansion Coefficients of Composite Materials Based on Energy Principles, J. Comp. Mat., Vol. 2, No. 3 (1968/7), pp. 380-404.
- 3) WAKASHIMA, K., OTSUKA, M. and UMEKAWA, S.: Thermal Expansions of Heterogeneous Solids Containing Aligned Ellipsoidal Inclusions, J. Comp. Mat., Vol. 8 (1974/10), pp. 391-404.
- 4) 高柳素夫, 梶山千里: 複合材料における素材の熱膨張と熱応力の評価, 第1回複合材料シンポジウム (日本複合材料学会) 講演要旨集 (1975/11), pp. 28-31.
- 5) 石川隆司, 小林繁夫: 一方強化複合材料の熱膨張係数 (第1, 2報), 日本航空宇宙学会誌, Vol. 25, No. 283 (1977/8), pp. 394-400; No. 284 (1977/9) pp.

- 423-429.
- 6) 植村益次, 山口芳子: フィラメント・ワインディング CFRP 材の熱膨張係数と残留応力, 第5回 FRP シンポジウム (日本材料学会) 前刷 (1976/3), pp. 38-41.
- 7) 植村益次, 山田直樹: 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料, Vol. 24, No. 257 (1975/2), pp. 156-163.
- 8) 山脇弘一, 植村益次: ヘリカル巻き FW 円筒の破壊強度, 材料, Vol. 19, No. 206 (1970/11), pp. 974-980; Vol. 21, No. 223 (1972/4), pp. 330-336, 337~342; 植村益次, 井山向史, 野口義男: ヘリカル巻き FW 円筒の圧縮破壊強度, 日本航空宇宙学会誌, Vol. 24, No. 273 (1976/10), pp. 496-502; 植村益次, 野口義男: FW 円筒の高速回転特性の研究 (第1報, CFRP 回転筒の破壊強さ), 日本機械学会論文集 42巻 364号 (1976/12), pp. 3710-3717.
- 9) FREEMAN, W.T. and CAMPBELL, M.D.: Thermal Expansion Characteristics of Graphite Reinforced Composite Materials, Composite Materials, ASTM STP 497 (1972), pp. 121-142.
- 10) 樹山年夫: 第1回複合材料セミナー (日科技連) (1970/6).

走行時 ACV のクッション圧力特性* Effects of Forward Speed on Cushion Pressure Characteristics of ACV's

安 富 善 三 郎**・宮 井 善 弘**
Zensaburo YASUTOMI, Yoshihiro MIYAI
村 尾 麟 一***
and Rinichi MURAO

Abstract

The purpose of this paper is to present a detailed study of the forward speed effect to the cushion pressure characteristics of ACV's, from the both theoretical and experimental points of view.

The experiments are performed for a two-dimensional rectangular-shaped model in a wind tunnel with a moving ground, and theoretical calculations are carried out by using the momentum theory in the case of the subcritical and supercritical forward speed. The main conclusion are summarized as follows:

- 1) Experimental results were predicted by the present momentum theory.
- 2) The cushion pressure in the diffusion region is much less than that in channel flow region.
- 3) However, even in the channel flow region, the pressure slightly rise up with the down-

stream. This is caused by the friction-pump effect of the moving ground.

4) The rear ambient pressure affects into the cushion pressure remarkably, that is, as this pressure increase negatively, the cushion pressure is reduced, with the negative increase of the rear ambient pressure.

1. ま え が き

著者らは, ACV の走行時のクッション圧力特性を解明するために一連の研究を行ってきた。まず, 流れの可視化実験を行なって, 従来詳しく知られていなかった前進速度と周辺ジェットおよびクッション内外の全般的な流れ模様の関係を明らかにするとともに, クッションを形成する流れのモデル化を試みた¹⁾。引き続き, 可視化実験で明らかとなった走行時のジェット・カーテンの各状態に対する差圧と流量の特性を実験および理論により求めた²⁾。さらに, ACV の周

* 昭和52年11月2日原稿受理

** 大阪府立大学工学部

*** 船舶技術研究所, 現勤務先: 青山学院大学理工学部