論 文

CONTRIBUTED PAPERS

くさび上の極超音速希薄流の NAVIER-STOKES 式による解析*

The NAVIER-STOKES Analysis of the Hypersonic Merged Layer Flow on Wedges

桜 井 晃**
Akira SAKURAI

Abstract

The hypersonic merged layer flows on thin wedges with half angles of 2 and 5 degrees were analyzed by obtaining the solutions of the NAVIER-STOKES equations with the semi-implicit finite-difference technique. The calculated flow fields with $M_\infty=20$ and $Re_{x,\infty}$ ranging from 5,000 to 20,000 showed that the NAVIER-STOKES equations can describe the merged layer flow qualitatively well, while the merging effect seems to appear nearer the leading edge than in actual flows.

主要記号表

- b : くさび表面を示す添字
- D : ベクトルの発散を表す演算子
- r : 極座標系における無次元半径方向座標
- r_0 : 極座標原点とくさび先端との距離
- $s = \sqrt{r}$: 尺度変換された半径方向座標
- u : 半径方向無次元速度成分
- v : 半径方向に垂直な無次元速度成分
- w : くさび表面に接する気体を示す添字
- α : くさびの半頂角
- h_s, h_φ, h_t : s, φ, t 方向の差分間隔
- Δ : 差分演算子. (5)式参照
- δ, δ' : 差分演算子. (6)~(8)式参照
- φ : 極座標系における偏角

1. 序

極超音速希薄流中に置かれた物体の先端近くでは衝撃波と境界層と同じ程度の厚さとなり、これらが一体化していわゆる merged layer が形成されることが知られている。このように希薄な流れは分子論的にとり扱うのが正当であるが、モンテ・カルロ法に代表さ

れるボルツマン方程式の近似解法は非常に複雑であって、実用的な解析にはまだ応用できないといえる。一方、ナビエ・ストークス方程式（以下 N-S 式と略す）は希薄流においては粗い近似にすぎないが、ボルツマン方程式よりも簡単であり、また原理的にはよりレイノルズ数の高い流れとの統一的とり扱いを可能にするものである。したがって merged layer 流れに代表される希薄流においてその近似の程度を確認しておくことができるならば、このような流れの実用上有用な解析方法となるであろう。

このような観点から著者は先に極超音速希薄流における N-S 式の差分計算を実用的な計算時間の範囲で可能にする半陰的 (semi-implicit) 差分法という計算速度の速い差分解法を提唱し¹⁾、これを用いてマッハ数 23.3 までの流れの中の薄い平板の先端近傍の流れの解析を行なった^{2), 3)}。この結果 N-S 式は定性的には正しい解を与えるが、衝撃波厚さが実際よりも薄く算出されるために merged layer 領域が実際よりも先端近くで現われる傾向を示すということが明らかにされた。

平板よりもいま 1 歩実際の形状に近い物体まわりの流れとして、くさびの先端近傍の merged layer 流れの問題がある。この問題についても豊富な実験^{4), 5)}や分子論による解^{6), 7)}のほかに、N-S 式に基礎をおく近似解法もいくつか報告されているが^{8)~10)}、近似をおかない N-S 式の詳細な解は求められていなかった。著者は半陰的差分法を極座標表示で、くさびの先端に近いほど密な差分格子が得られるような尺度変換を含む場合について拡張することによって、以下に述べるように半頂角 2° および 5° のくさびの上のマッハ数 20 の流れの解を得ることができた。

2. 半陰的差分法による解法

気体は比熱比一定の理想気体であって粘性係数に関

* 昭和 52 年 10 月 19 日、第 9 回流体力学講演会にて講演。

昭和 53 年 1 月 26 日原稿受理

** 九州大学工学部航空工学教室

第1図 計算に用いた座標系

するストークス関係を満足するものと仮定する。第1図に示すような極座標系を使用し、これに対するN-S方程式を考える。ただし半頂角が α であるくさびは、先端が座標原点より r_0 だけ離れて表面が $\phi=\alpha$ の半径に接するように置かれているものとする。これによって座標原点での特異性を計算領域から除外することができる。また流れの変化の激しくくさびの先端近くで高い分解能を実現するために

$$r=s^2 \quad (1)$$

という尺度変換を導入する。 s - ϕ 空間で等間隔差分を行なえば、 r 方向にも ϕ 方向にもくさびの先端ほど密な差分化を行なうことができる。

本計算で使用する半陰の差分法は保存性差分法ではないが、保存形の基礎方程式を用い、できるだけ空間的保存性が保たれるような差分化を行なうことによって、定常解の精度などが向上することが知られている。上記のような座標系でのN-S方程式を導くにあたって、まず差分方程式を導くときの便宜のためにあるベクトル $\vec{W}$ の発散をその成分 W_s, W_ϕ を用いて

$$\begin{aligned} D(W_s, W_\phi) &\equiv \text{Div } \vec{W} \\ &= \frac{1}{s^2} \left[\frac{1}{2s} \frac{\partial}{\partial s} (s^2 W_s) + \frac{\partial}{\partial \phi} W_\phi \right] \end{aligned} \quad (2)$$

と表わす。これを用いて、自由流状態で無次元化したN-S方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + D(\rho u, \rho v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + D(\rho u^2, \rho uv) &= -\frac{\rho v^2}{s^2} + \frac{1}{2s\gamma M_\infty^2} \frac{\partial p}{\partial s} \\ &= \frac{1}{Re_\infty} \left[D \left(\frac{2\mu}{3s} \frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\mu}{s^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) \right. \\ &\quad \left. + D(\tau_{ss}', \tau_{s\phi}') - \frac{\tau_{\phi\phi}}{s^2} \right] \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + D(\rho uv, \rho v^2) &= \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \frac{\rho uv}{s^2} + \frac{1}{s^2 \gamma M_\infty^2} \frac{\partial p}{\partial \phi} \\ &= \frac{1}{Re_\infty} \left[D \left(\frac{\mu}{2s} \frac{\partial v}{\partial s}, \frac{4\mu}{3s^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) \right. \\ &\quad \left. + D(\tau_{s\phi}'', \tau_{\phi\phi}') + \frac{\tau_{s\phi}}{s^2} \right] \\ \frac{\partial E}{\partial t} + D \left[\left(E + \frac{p}{\gamma M_\infty^2} \right) u, \left(E + \frac{p}{\gamma M_\infty^2} \right) v \right] &= \frac{1}{(\gamma-1)Pr M_\infty^2 Re_\infty} D \left(\frac{\mu}{2s} \frac{\partial T}{\partial s}, \frac{\mu}{s^2} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) \\ &+ \frac{1}{Re_\infty} D(u\tau_{ss} + v\tau_{s\phi}, u\tau_{s\phi} + v\tau_{\phi\phi}) \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} p &= \rho T \\ E &= \rho \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2) + \frac{T}{\gamma(\gamma-1)M_\infty^2} \right] \end{aligned} \right\} (4)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ss} &= \mu \left[\frac{1}{s} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{2}{3} D(u, v) \right] \\ \tau_{ss}' &= \tau_{ss} - \frac{2\mu}{3s} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \tau_{\phi\phi} &= \mu \left[\frac{2}{s^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + u \right) - \frac{2}{3} D(u, v) \right] \\ \tau_{\phi\phi}' &= \tau_{\phi\phi} - \frac{4\mu}{3s^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \\ \tau_{s\phi} &= \mu \left[\frac{1}{s^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{s}{2} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v}{s^2} \right) \right] \\ \tau_{s\phi}' &= \tau_{s\phi} - \frac{\mu}{s^2} \frac{\partial u}{\partial \phi}, \quad \tau_{s\phi}'' = \tau_{s\phi} - \frac{\mu}{2s} \frac{\partial v}{\partial s} \end{aligned} \right\} (5)$$

である。

いま s, ϕ, t 方向の差分幅を h_s, h_ϕ, h_t とし、 $s=lh_s, \phi=mh_\phi, t=nht$ なる差分点でのある変数 f の値を $f_{l,m,n}$ と表わすこととする。半陰の差分法では、新しい時間段階での変数値がすでに計算されている隣接格子点ではその値を利用して空間差分が構成される。このため $f_{l,j}$ という略記法によって、このように $n+1$ 段階の変数値が既知の格子点では

$$f_{l,j} \equiv f_{l+i,m+j^{n+1}} \quad (6)$$

を、それ以外の格子点では

$$f_{l,j} \equiv f_{l+i,m+j^n} \quad (7)$$

を表わすこととする。また (l, m) 格子点でこれから求めようとする未知数としての $n+1$ 段階での変数値は

$$f_{0,0} \equiv f_{l,m^{n+1}} \quad (8)$$

と表わす。

このような表記法を用いて、まず $(\partial f / \partial s)$ に対する近似である次の二つの差分演算を定義する。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta_s f)_{0,0} &= \frac{1}{2h_s} (f_{1,0} - f_{-1,0}) \\ (\delta_s f)_{0,0} &= \frac{1}{h_s} (f_{1/2,0} - f_{-1/2,0}) \end{aligned} \right\} (9)$$

$f_{1/2,0}$ などは必要ならば $f_{0,0}$ と $f_{1,0}$ との平均値として定義する。($\partial f / \partial \varphi$) に対する 2 種の差分近似 $\Delta_\varphi f$, $\partial_\varphi f$ も同様である。

次に、粘性項と熱伝導項からは $[\partial(g\partial f / \partial s) / \partial s]$ というような形の 2 次微分が現われる。これに対して半陰的差分法では次のように未知数 $f_{0,0}$ を含んだ差分近似を行なう。

$$\begin{aligned} & \{\partial_s [g(\partial_s f)]\}_{0,0} \\ &= \frac{1}{h_s^2} \{g_{1/2,0} [f_{1,0} - \kappa f_{0,0} - (1-\kappa)f_{0,0}] \\ & \quad - g_{-1/2,0} [\kappa f_{0,0} + (1-\kappa)f_{0,0} - f_{-1,0}]\} \quad (10) \end{aligned}$$

ただし計算を l の小から大の順に行なうときには $\kappa = 1$, それ以外のときには $\kappa = 0$ とする。さらに (10) 式から未知数 $f_{0,0}$ を分離して

$$\begin{aligned} & \{\partial_s [g(\partial_s f)]\}_{0,0} = \{\partial_s' [g(\partial_s' f)]\}_{0,0} \\ & \quad - \frac{1}{h_s^2} [(1-\kappa)g_{1/2,0} + \kappa g_{-1/2,0}] f_{0,0} \quad (11) \end{aligned}$$

とする。ただし

$$\begin{aligned} & \{\partial_s' [g(\partial_s' f)]\}_{0,0} = \frac{1}{h_s^2} \{g_{1/2,0} [f_{1,0} - \kappa f_{0,0}] \\ & \quad - g_{-1/2,0} [(1-\kappa)f_{0,0} - f_{-1,0}]\} \quad (12) \end{aligned}$$

である。 φ 方向にも同様な 2 次差分を定義する。ただし計算の進行する方向を λ で表わし、 m の増す方向に計算を行なうときに $\lambda = 1$ とする。

これらの差分近似を用いて (2) 式で示される発散を差分近似する。 W_s, W_φ がそれぞれ s および φ に関する微分を含んでいない場合には

$$D(W_s, W_\varphi) = \frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta W_s) + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi W_\varphi \quad (13)$$

と近似することができる。ただし

$$\alpha \equiv 2s^2, \quad \beta \equiv s^2 \quad (14)$$

である。一方、 W_s にさらに s 微分が含まれている場合には、その微分項をも含めて ∂_s 演算子で近似する。 W_φ についても同様であり、

$$D(W_s, W_\varphi) = \frac{1}{\alpha} \partial_s (\beta W_s) + \frac{1}{\beta} \partial_\varphi W_\varphi \quad (15)$$

のように近似する。この場合たとえば W_s が $n+1$ 段階での未知数を含んでいるならば (10) 式の形の 2 次差分項が現われ、(11) 式の形に未知数を分離することができる。 W_φ についても同様に処理する。

時間微分は

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{h_t} (f_{0,0} - f_{0,0}) \quad (16)$$

と近似する。

このような差分近似を (3) 式に適用することによって次に示す差分方程式が得られる。ただし 4 個の方程式は以下に示す順序に評価するので、たとえば第 2 式を評価する時には $p_{0,0}$ は既知である。

$$\begin{aligned} & \bar{p}_{0,0} = p_{0,0} - h_t \left[\frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta \rho u) + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi (\rho v) \right] \\ & \bar{u}_{0,0} = \left\{ \rho_{0,0} u_{0,0} - h_t \left[\frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta \rho u^2) \right. \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi (\rho uv) - \frac{\rho_{0,0} v_{0,0}^2}{s^2} \\ & \quad + \frac{1}{2s\gamma M_\infty^2} \Delta_s (\rho T) \left. \right] \\ & \quad + \frac{h_t}{Re_\infty} \left[\frac{1}{\alpha} \partial_s' \left(\beta \frac{2\mu}{3s} \partial_s' u \right) \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \partial_\varphi' \left(\frac{\mu}{s^2} \partial_\varphi' u \right) + \frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta \tau_{ss}') \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi \tau_{s\varphi}' - \frac{\tau_{s\varphi}}{s^2} \left. \right] \\ & \quad \left/ \left(\bar{p}_{0,0} + \frac{h_t}{Re_\infty \alpha h_s^2} [(1-\kappa) \left(\beta \frac{2\mu}{3s} \right)_{1/2,0} \right. \right. \right. \\ & \quad + \kappa \left(\beta \frac{2\mu}{3s} \right)_{-1/2,0} \left. \right] \\ & \quad + \frac{1}{\beta h_\varphi^2} [(1-\lambda) \left(\frac{\mu}{s^2} \right)_{0,1/2} \\ & \quad + \lambda \left(\frac{\mu}{s^2} \right)_{0,-1/2} \left. \right] \left. \right\} \\ & \bar{v}_{0,0} = \left\{ \rho_{0,0} v_{0,0} - h_t \left[\frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta \rho uv) \right. \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi (\rho v^2) + \frac{\rho_{0,0} u_{0,0} v_{0,0}}{s^2} \\ & \quad + \frac{1}{s^2 \gamma M_\infty^2} \Delta_\varphi (\rho T) \left. \right] \\ & \quad + \frac{h_t}{Re_\infty} \left[\frac{1}{\alpha} \partial_s' \left(\beta \frac{\mu}{2s} \partial_s' v \right) \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \partial_\varphi' \left(\frac{4\mu}{3s^2} \partial_\varphi' v \right) + \frac{1}{\alpha} \Delta_s (\beta \tau_{s\varphi}'') \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi \tau_{\varphi\varphi}' - \frac{\tau_{\varphi\varphi}}{s^2} \left. \right] \\ & \quad \left/ \left(\bar{p}_{0,0} + \frac{h_t}{Re_\infty \alpha h_s^2} [(1-\kappa) \left(\beta \frac{\mu}{2s} \right)_{1/2,0} \right. \right. \right. \\ & \quad + \kappa \left(\beta \frac{\mu}{2s} \right)_{-1/2,0} \left. \right] \\ & \quad + \frac{1}{\beta h_\varphi^2} [(1-\lambda) \left(\frac{4\mu}{3s^2} \right)_{0,1/2} \\ & \quad + \lambda \left(\frac{4\mu}{3s^2} \right)_{0,-1/2} \left. \right] \left. \right\} \quad (17) \\ & \bar{T}_{0,0} = \left(E_{0,0} - h_t \left\{ \frac{1}{\alpha} \Delta_s \left[\beta \left(E + \frac{\rho T}{\gamma M_\infty^2} \right) u \right] \right. \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \Delta_\varphi \left[\left(E + \frac{\rho T}{\gamma M_\infty^2} \right) v \right] \\ & \quad + \frac{h_t}{(\gamma-1) Pr M_\infty^2 Re_\infty} \\ & \quad \times \left\{ \frac{1}{\alpha} \partial_s' \left[\beta \frac{\mu}{2s} \partial_s' T \right] \right. \\ & \quad + \frac{1}{\beta} \partial_\varphi' \left[\frac{\mu}{s^2} \partial_\varphi' T \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{h_i}{Re_m} D \{ u \tau_{s,s} + v \tau_{s,\phi}, u \tau_{s,\phi} + v \tau_{\phi,\phi} \} \\
& - \frac{1}{2} \bar{\rho}_{0,0} \{ \bar{u}_{0,0}^2 + \bar{v}_{0,0}^2 \} \\
& \left/ \left(\frac{\bar{\rho}_{0,0}}{\gamma(\gamma-1)M_\infty^2} + \frac{h_i}{(\gamma-1)Pr M_\infty^2 Re_m} \right) \right. \\
& \times \left\{ \frac{1}{\alpha h_{i,2}} \left[(1-\kappa) \left(\beta \frac{\mu}{2s} \right)_{1/2,0} \right. \right. \\
& \left. \left. + \kappa \left(\beta \frac{\mu}{2s} \right)_{-1/2,0} \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{\beta h_{i,2}^2} \left[(1-\lambda) \left(\frac{\mu}{s^2} \right)_{0,1/2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \lambda \left(\frac{\mu}{s^2} \right)_{0,-1/2} \right] \right\}
\end{aligned}$$

このような差分法は $n+1$ 段階の変数値が1格子点ずつ順に計算できるという意味で陽的であるが、空間差分に $n+1$ 段階の変数が含まれているので安定性の面では陰的な性質を示す。半陰的差分法を直角座標系において応用した場合には安定範囲は粘性部分には影響されず CFL 条件の2倍となることが証明できる¹⁾。CFL 条件は物理空間と差分空間での信号伝ば速度に関する条件であって座標系によらず成立すると考えることができるので極座標系における安定範囲は

$$\begin{aligned}
h_i \leq 1/\text{Max}_{i,m} \left\{ \frac{1}{4s^2 h_i h_\phi} \left[s h_\phi |u| + 2 h_i |v| \right. \right. \\
\left. \left. + \frac{1}{M_\infty} \sqrt{T(s^2 h_\phi^2 + 4 h_i^2)} \right] \right\} \quad (18)
\end{aligned}$$

となると推定できる。後に示す計算の大部分はこの限界値の90%の h_i で行なわれ安定であった。

第2図 s - ϕ 平面での計算領域

第3図 境界の種類

計算は第2図に示すように s - ϕ 空間に 100×80 点の差分格子を設定して行なわれた。くさびの表面は $m=1/2$ にあるものとして、先端は $l=2$ にあるものとした。

計算領域の境界においては境界条件を与えなければならない。本計算では第3図に模式的に示すような3種類の境界が現われる。

境界 A は自由流中にあるので

$$\begin{aligned}
\rho_{i,m}^{n+1} &= T_{i,m}^{n+1} = 1, \quad u_{i,m}^{n+1} = \cos \phi, \\
v_{i,m}^{n+1} &= -\sin \phi \quad (19)
\end{aligned}$$

とすればよい。

境界 B はくさびの表面であって、滑り効果を考慮した条件を与えなければならない。くさびの表面を添字 b で、これに接する気体を w で表わせば、滑り条件は

$$\begin{aligned}
u_w &= \frac{\lambda_w}{s^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} \right)_w \\
T_w &= T_b + \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{Pr s^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \phi} \right)_w \quad (20)
\end{aligned}$$

ただし

$$\lambda_w = 1.256 \sqrt{\gamma} \frac{M_\infty}{Re_m} \frac{\mu_w}{\rho_w \sqrt{T_w}} \quad (21)$$

で近似できると仮定する⁹⁾。また $v_w=0$ である。

くさび表面における密度は物理的な条件からは決定できない。このような問題では、近似的に表面近傍の値から外挿したり、表面に垂直方向の運動方程式から密度を決定するなどの方法がよく用いられるが、本計算では先に行なった平板流の計算の場合と同様に、高次の差分を用いる方法は不安定性を招く傾向を示した。このため最も低次の近似として

$$\rho_{i,1}^{n+1} = \rho_{i,2}^{n+1} \quad (22)$$

なる条件を用いて表面密度を決定した。

境界 C は閉領域で計算を行なうために導入される仮想的境界であるが、 s 方向に線形外挿を行なうことによって支障なく計算を行なうことができた。

3. 計算結果の検討

計算は実験の研究のうちでも信頼性が高く詳細にわたっている VIDAL and BARTZ¹⁰⁾ によるものと同じ条件、すなわち

$$M_\infty=20, Pr=0.7, \gamma=1.4, T_b/T_0=0.06$$

で行なった。粘性温度関係としては SUTHERLAND 則¹⁰⁾を用いた。CHAPMAN-RUBESIN 係数は $C_\infty=0.925$ 、また CHENG ら¹¹⁾による基準温度に基づけば $C_\infty=0.628$ である。

くさびの半頂角 α は 2° および 5° とし、 5° のくさびについてはいくつかの差分格子によって計算領域下流端での局所レイノルズ数が 5×10^3 から 2×10^4 にわた

る計算を行なった。

第4図には流れ場の例として $\alpha=5^\circ$ のくさびの上の密度、温度、圧力の壁面に垂直方向の分布をプロット出力したものを示す。温度分布に端的に示されているように、先端近くでは衝撃波的な層と境界層のなものが完全に一体となっているが、下流に行くに従いこれらが徐々に分かれはじめる。最下流における希薄パラメータ $\bar{V}_\infty$ は 0.272 であってまだ merged layer 領域内であるといえるが、すでに衝撃波と境界層とが分離し、垂直方向圧力勾配がゼロの強干渉領域の流れに近づいていることがわかる。くさび上の流れであるために表面圧力が高いことを除けば、このような流れ場は平板流で見られるものとほとんど同じである。

第5図は表面圧力の分布を VIDAL and BARTZ による実験と同一のパラメータで比較したものである。CHOW and EILERS による近似理論値⁷⁾および CHENG ら¹¹⁾による強干渉解も示されている。表面圧力は先端近くになるにつれ強干渉理論値からしだいに減少する。差分解は近似理論値とともに実験値とよく一致した傾向を示す。これは平板流においても見られることである。

一方第6図には表面熱伝達係数の分布を示す。これもやはり先端近くで強干渉理論値から減少するが、差分解ではこの傾向は実験結果よりも上流近くにおいてのみ見られる。なお参考に示した SHORENSTEIN による局所相似近似解⁶⁾は平板流における同様の理論¹²⁾と同じく近似誤差の大きいものであり、より近似の少ない理論計算を行なえば差分解に近い傾向を示すことが予想される¹³⁾。N-S 式に基づく解のこのような傾向は、平板流の計算において示されたように、N-S 式の

第4図 $\alpha=5^\circ$ のくさび上の流れ
画面左下すみがかさび先端、
右上方向が流れ方向

第5図 表面圧力の分布

第6図 表面熱伝達係数の分布

第7図 大きいレイノルズ数における解

$Re_{x_0} = 2 \times 10^4$, $\bar{V}_\infty = 0.136$, R-H は計算された衝撃波勾配に対するランキン・ユゴニオ値

基本的な性質として衝撃波厚さが実際よりも薄く算出されることによる。

なお、ずっと下流で差分解も実験結果も強干渉解より増加し始めているのは、弱干渉流への遷移が生じていることによるものであろう。

ところで半陰的差分法は衝撃波厚さが有限であるような希薄流への応用を目的として開発されたものであり、人工的散逸性を有していない。しかしながら実際には第7図の $Re_{x_0} = 2 \times 10^4$ における解に示されるように、かなり薄い衝撃波も実用上十分な精度で計算す

ることができる。図に示される解では希薄パラメータ $\bar{V}_\infty$ は 0.136 であって強干渉領域の流れである。衝撃波前後ではランキン・ユゴニオ関係が成立しており、温度分布に示されるように衝撃波と境界層の間には非粘性層が存在している。

なお壁面近くで密度および圧力に現われる振動は、明らかに表面密度を(22)式という簡単な近似で定めたことに起因するもので、より細かな差分格子を用いれば急速に減少することが予想される。密度は1次差分のみに現われることを考えれば、これは解の全体には

大きな影響は与えていないと考えられる。

4. 結 論

くさびの上の極超音速希薄流を N-S 式の半陰陰の差分法で解析することにより、マッハ数 20 の流れのなかの半頂角 2° および 5° のくさびの先端近くの merged layer の解を得ることができた。

この結果先に平板流の計算によって見いだされた N-S 式の希薄流における性質が同様に成り立ち、定性的には正しいが merged layer がより先端近くに存在する流れ場が得られることがわかった。

また半陰陰の差分法が極座標系でしかも尺度変換を含むような場合にも有効であり、レイノルズ数が高く衝撃波が 1~2 差分間隔で表わされるような流れにおいても実用可能であることが明らかにされた。

数値計算は九州大学大型計算機センターの FACOM 230-75 によって行なわれた。

研究にあたっては九州大学工学部航空工学教室 岩崎松之助教授のご指導をいただいたことに感謝します。

参 考 文 献

- 1) SAKURAI, A.: A New Finite Difference Scheme with Explicit-Implicit Property for the Calculation of the Compressible NAVIER-STOKES Equations, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol. 19, No. 45 (1976), pp. 126-139.
- 2) SAKURAI, A.: An Investigation of the Flat Plate Leading Edge Problem through the Finite Difference Calculations of the NAVIER-STOKES Equa-

- tions, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol. 19, No. 46 (1976), pp. 189-201.
- 3) 桜井 晃: 極超音速希薄流における NAVIER-STOKES 方程式の差分計算, 日本航空宇宙学会誌, 第 25 巻, 第 278 号 (1977), pp. 124-131.
- 4) VIDAL, R. J. and BARTZ, J. A.: Surface Measurements on Sharp Flat Plates and Wedges in Low-Density Hypersonic Flow, AIAA J., Vol. 7, No. 6 (1969), pp. 1099-1109.
- 5) VOGENITZ, F. W. *et al.*: Theoretical and Experimental Study of Low Density Supersonic Flows about Several Simple Shapes, AIAA Paper, 68-6 (1968).
- 6) SHORENSTEIN, M. L.: Hypersonic Leading Edge Problem: Wedges and Cones, AIAA J., Vol. 10, No. 9 (1972), pp. 1173-1179.
- 7) CHOW, W. L. and EILERS, R. E.: Hypersonic Low-Density Flow Past Slender Wedges, AIAA J., Vol. 6, No. 1 (1968), pp. 177-179.
- 8) RUBIN, S. G. *et al.*: Hypersonic Interactions near Sharp Leading Edges, AIAA J., Vol. 7, No. 9 (1969), pp. 1744-1751.
- 9) KENNARD, E. H.: Kinetic Theory of Gases, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York (1938).
- 10) Ames Research Staff: Equations, Tables, and Charts for Compressible Flow, NACA Rep., 1135 (1953).
- 11) CHENG, H. K. *et al.*: Boundary-Layer Displacement and Leading-Edge Bluntness Effects in High-Temperature Hypersonic Flow, J. A. S., Vol. 28, No. 5 (1961), pp. 353-381, 410.
- 12) SHORENSTEIN, M. L. and PROBST, R. F.: The Hypersonic Leading Edge Problem, AIAA J., Vol. 6, No. 10 (1968), pp. 1898-1906.
- 13) SAKURAI, A.: On the Influence of Slip and the Viscosity Law on the Local Similarity Model of the Flat Plate Merged Layer, Trans. Japan Soc. Space Aero. Sci., Vol. 20, No. 48 (1977), pp. 87-99.

ランダム応答解析による翼の動特性推定の試み*

Estimation of Dynamic Characteristics of a Wing from the Random Response to Turbulence

小 野 田 淳 次 郎**
Junjiro ONODA

Abstract

New methods of estimating the subcritical response of a wing excited by the random turbulence of flow are presented. They are based on the fitting technique to an autoregressive model and on the solving of a polynomial equation.

The feasibility of the new methods are investigated comparing them with the existing curve-fit techniques which use the random signature or autocorrelation function. The results of the numerical experiments show that one of these new methods using the fitting technique of autocorrelation function to an autoregressive model is very promising in accuracy, time of computation and ease of application.

* 昭和 52 年 7 月 19 日, 第 19 回構造強度に関する講演会で講演. 昭和 52 年 12 月 15 日原稿受理

** 東京大学宇宙航空研究所