2次元翼のアクティブ・フラッタ・サプレッション (第1報)

理 論 解 析*

Active Flutter Suppression of Two-dimensional Wing (Part 1)

Theoretical Analysis

小林 繁夫**・李 成一**

Shigeo KOBAYASHI and Sung Il RHEE

Abstract

The effect of various control laws and wing properties on active flutter suppression for two-dimensional wing is analytically studied in the use of oscillating incompressible aerodynamic forces. Four quantities, i. e. rotation and translation of the wing and their velocities, are feed-backed so as to move aileron. Variations of stable region with the feed-back coefficient are disclosed. The influences of the position of center of gravity, the ratio of bending to torsional natural frequencies and the mass ratio on flutter suppression are studied. If the center of gravity is after a certain position, active flutter suppression is almost impossible in the present framework of control laws. A feed-back system proportional to wing rotation is most useful for flutter suppression. The mechanism of flutter suppression is clearly explained by a simple analysis in the use of static aerodynamic forces.

1. 緒 言

近年, 制御用機器の発達とともに, 制御工学的手法により翼のフラッタを抑止するいわゆる Active Flutter Suppression の研究が盛んに行なわれるようになってきた。THEISEN¹⁾らは片持直線翼の曲げ振りフラッタを抑止する実験を行ないフラッタ速度を20%上昇させた。TOPP²⁾は片持後退翼について, 前縁部および後縁補助翼, 直接ジェット力を制御手段として用いた場合を根軌跡法により解析し, 最大75%フラッタ速度が上昇することを示した。NISSIM³⁾はAerodynamic Energy Conceptにもとづく最適化法により翼のフラッタ抑止系をシンセシスする方法を提案し, 2次元翼について前縁部および後縁補助翼を制御手段とした場合の制御法則を求め, その際必要なパワーと感度などの考察を行なった。NASA Langley⁴⁾ではNISSIMのAerodynamic Energy Conceptにもとづく方法をSST用のデルタ翼に適用し, 制御法則

を求めるとともに風洞実験を行ない, マッハ数0.9においてフラッタ動圧を30%以上上昇させた。NASA Langley, AFFDL (米空軍飛行力学研究所)。Boeing-Wichita など⁵⁾⁻⁸⁾ではB52CCV (Control Configured Vehicle) 計画の一つとして主翼曲げ・振りフラッタの抑止に関する解析・風洞実験を行ないフラッタ速度を30%以上上昇させた。なおB52に関しては1973年8月2日に実機によるフラッタ抑止飛行実験⁹⁾が行なわれ, 非制御のフラッタ速度より10kt速い速度で飛行し安全であることが確認されている。McDonnell^{9), 10)}ではF4のwing-store系のフラッタ抑止を後縁補助翼を制御手段として古典制御理論にもとづく方法により解析し, 制御系に適応性をもたせること, アクチュエータの非線形性, 飽和などについても考察が行なわれた。Stanford 大学^{11), 12)}では翼のフラッタ抑止を状態空間を使用し, 問題を時間領域で取り扱う現代制御理論にもとづいて研究し, 2次元翼についてControl Moment Gyro または後縁補助翼を制御手段として用いた場合の制御法則をPole placement法または線形最適制御理論により求めている。Princeton 大学¹³⁾⁻¹⁵⁾では翼のフラッタ抑止の基礎的問題として先端にfollower jet forceを受ける薄肉片持板のフラッタ抑止について研究し, フラッタが発生するfollower forceを65%以上上昇させた。

しかしその一つの基礎的問題である2次元翼の曲げ振りフラッタを補助翼を制御することにより抑止する場合についても, フィードバックをかけることによりフラッタ速度をどこまで上げるか, さらに翼の特性すなわち重心位置, 曲げと振りの振動数比などとフィードバックゲインのフラッタ速度に対する影響などが明らかにされていない。本論文はこの問題について理論解析により検討を行なったものである。

2. 2次元翼のフラッタの基礎方程式

第1図に示す記号を用いて

$$m\left(\frac{d^2 h}{dt^2} + \omega_h^2 h\right) + S_\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + S_\beta \frac{d^2 \beta}{dt^2} = Q_h \quad (1.1)$$

* 昭和50年7月10日, 第17回構造強度に関する講演会で発表。昭和53年4月28日原稿受理

** 東京大学工学部航空学科

第1図 2次元翼

$$S_\alpha \frac{d^2 h}{dt^2} + I_\alpha \left(\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega_\alpha^2 \alpha \right) + P_{\alpha\beta} \frac{d^2 \beta}{dt^2} = Q_\alpha \quad (1.2)$$

$$S_\beta \frac{d^2 h}{dt^2} + P_{\alpha\beta} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + I_\beta \left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} + \omega_\beta^2 \beta \right) = Q_\beta + M_T \quad (1.3)$$

ここで

$$\begin{aligned} m &= \int_{W+A} dm, \quad S_\alpha = \int_{W+A} y dm, \\ I_\alpha &= \int_{W+A} y^2 dm, \quad S_\beta = \int_A z dm, \\ I_\beta &= \int_A z^2 dm, \quad P_{\alpha\beta} = I_\beta + (c-a)bS_\beta, \\ \omega_h^2 &= K_h/m, \quad \omega_\alpha^2 = K_\alpha/I_\alpha, \quad \omega_\beta^2 = K_\beta/I_\beta \quad (2) \end{aligned}$$

と表わされる。 dm は質量要素、 $W+A$ は主翼、補助翼を含めた積分、 A は補助翼のみに対する積分を示す。 M_T は舵面を制御するのに必要なトルク、 Q_h などは円振動数 ω で調和振動している場合は振動空気力を用いて、文献¹⁶⁾に示されているように

$$Q_h = \pi \rho b U^2 k^2 \left[L_h \cdot h/b + \left\{ L_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a \right) L_h \right\} \alpha + L_\beta \beta \right] \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \pi \rho b^2 U^2 k^2 \left[M_h - \left(\frac{1}{2} + a \right) L_h \right] h/b \\ &\quad + \left\{ M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a \right) (L_\alpha + M_h) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} + a \right)^2 L_h \right\} \alpha + \left\{ M_\beta - \left(\frac{1}{2} + a \right) L_\beta \right\} \beta \quad (3.2) \end{aligned}$$

$$Q_\beta = \pi \rho b^2 U^2 k^2 \left[T_h \cdot h/b + \left\{ T_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a \right) T_h \right\} \alpha + T_\beta \beta \right] \quad (3.3)$$

と表わされる。ここで L_h などは相当振動数 $k = b\omega/U$ の関数で、具体的な形は文献¹⁶⁾を参照されたい。

3. 定常空気力による近似解析

3.1 解析 フィードバックをかけることによりフラッタ速度をどこまで上げるかについてできるだけ簡単な見通しを立ててその力学的な背景を明らかにするため、空気力を定常空気力で近似して、補助翼の制御を

$$\beta = A_\alpha \alpha \quad (4)$$

とした場合について PINES¹⁷⁾と同様な議論を試みる。(3)式において $k \rightarrow 0$ (したがって THEODORSEN 関数 $C(k) \rightarrow 1$)の極限をとることにより静的な空気力の表示式が得られる。(1.1), (1.2)の β に(4)を代入して、この問題の基礎方程式

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 h}{dt^2} + m \omega_h^2 h + (S_\alpha + S_\beta A_\alpha) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \\ = -q S \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_L}{\partial \beta} A_\alpha \right) \alpha \quad (5.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_\alpha \frac{d^2 h}{dt^2} + (I_\alpha + P_{\alpha\beta} A_\alpha) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + I_\alpha \omega_\alpha^2 \alpha \\ = q S b \left\{ e \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_L}{\partial \beta} A_\alpha \right) \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial C_M}{\partial \beta} A_\alpha \right\} \alpha \quad (5.2) \end{aligned}$$

が導かれる。(1.3)は必要なトルク M_T を計算する式となる。ここで

$$\begin{aligned} q &= \frac{1}{2} \rho U^2, \quad \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi, \\ \frac{\partial C_L}{\partial \beta} &= 2[\sqrt{1-c^2} + \cos^{-1} c], \\ \frac{\partial C_M}{\partial \beta} &= -\frac{1}{2}(1+c)\sqrt{1-c^2}, \\ e &= \left(\frac{1}{2} + a \right), \quad S = 2b \times 1 \quad (6) \end{aligned}$$

で、 eb は空力中心から弾性軸までの距離(後向き正)を表わす。

そこで、 $h = h_0 e^{pt}$, $\alpha = \alpha_0 e^{pt}$ を(5)式に代入して h_0, α_0 について2元連立斉次方程式が導かれ、その係数の行列式 $=0$ からフラッタ行列式が導かれる。これを展開して

$$a_p(p/\omega_\alpha)^4 + b_p(p/\omega_\alpha)^2 + c_p = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a_p &= \kappa(1-\gamma), \quad b_p = 1 + \kappa\Omega - Q(x_\alpha \lambda_1 + e\lambda_2), \\ c_p &= \Omega(1 - eQ\lambda_2) \quad (8) \end{aligned}$$

が導かれる。ここで

$$\begin{aligned} Q &= \frac{q S b}{I_\alpha \omega_\alpha^2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}, \\ \lambda_1 &= 1 + \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) A_\alpha, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_2 &= \lambda_1 + \frac{2}{e} \left(\frac{\partial C_M}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) A_\alpha, \\
\gamma &= \frac{S_\alpha (S_\alpha + S_\beta A_\alpha)}{m(I_\alpha + P_{\alpha\beta} A_\alpha)} \quad (9) \\
&= \frac{x_\alpha (x_\alpha + x_\beta A_\alpha)}{r_\alpha^2 + A_\alpha \{r_\beta^2 + (c + 0.5 - e)x_\beta\}}, \\
\kappa &= \frac{I_\alpha + P_{\alpha\beta} A_\alpha}{I_\alpha} = 1 + \frac{r_\beta^2 + (c + 0.5 - e)x_\beta}{r_\alpha^2} A_\alpha, \\
x_\alpha &= S_\alpha / (mb), \quad r_\alpha^2 = I_\alpha / (mb^2), \quad x_\beta = S_\beta / (mb), \\
r_\beta^2 &= I_\beta / (mb^2), \quad \Omega = (\omega_h / \omega_a)^2
\end{aligned}$$

なる無次元記号を用いた。系が安定であるためには(7)式の根 p^2 が二つとも負の実根であることが必要である。そのためには、 $a_p > 0$ ならば

$$b_p > 0 \quad (10.1)$$

$$c_p > 0 \quad (10.2)$$

$$b_p^2 - 4a_p c_p > 0 \quad (10.3)$$

でなければならない。 $c_p > 0$ はダイバージェンス限界

$$Q_D = \frac{1}{e_{\text{eff}}}, \quad e_{\text{eff}} = e + A_\alpha \left(e \frac{\partial C_L}{\partial \beta} + 2 \frac{\partial C_M}{\partial \beta} \right) / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \quad (11)$$

を与える。(10.3)式を等号にするいわゆるフラッタ限界値 Q_F は、(10.3)式は Q について2次式なのでこれを解いて

$$\begin{aligned}
Q_F &= [1 / \{ (x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2)^2 \} [(1 + \kappa \Omega) (x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2) \\
&\quad - 2e \lambda_2 \kappa \Omega (1 - \gamma) \\
&\quad - 2 \{ \kappa \Omega (1 - \gamma) \{ x_\alpha \lambda_1 (x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2) \\
&\quad - e \lambda_2 \Omega (\kappa x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2 \kappa \gamma) \} \}^{1/2}]^2 \quad (12)
\end{aligned}$$

と求められる。

特別な場合として $\Omega \rightarrow 0$ の極限において(12)式は

$$Q_{F0} = 1 / (x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2) \quad (13)$$

と簡単になる。これは補助翼の効果を除くと、 $\mu \rightarrow$ 大、 $\Omega \rightarrow$ 小の場合に導かれている THEODORSEN-GARRICK の経験式にほかならない。ところで $\Omega = 0$ と置くと $c_p = 0$ となり、(10.3)式は常に $b_p^2 > 0$ となってフラッタは起こらないことになる。しかしこのとき(10.1)式に基づく不安定が現われ、その限界値として $\Omega = 0$ の場合の $b_p = 0$ から(13)式と同じ値が求められる。かつこの $b_p < 0$ より生ずる不安定は、その根の性質から、一種のダイバージェンスである。つまり Ω が小さい値の場合、(10.3)式から導かれる Q のフラッタ領域は狭く、 Q_F よりちょっと大きい Q では $b_p < 0$ に基づく不安定に移行する。つまり Ω が小さいとき、限界値はフラッタだが、この限界値を支配しているのは $b_p < 0$ つまり翼の上下動に対する拘束が小さい翼の重心まわりのダイバージェンスである。

3.2 アクティブ・フラッタ・サプレッションの機構の簡単な説明 上記のように Ω 小の場合フラッタ

第2図 $\beta = A_\alpha \alpha$ なる制御時の空気力

速度を支配しているのは $b_p < 0$ であるから、この特性をとらえて、補助翼を $\beta = A_\alpha \alpha$ になるように動かしたときなぜフラッタ速度を高めることができるかを、次のように説明することができる。(13)式を導く際 $\Omega = 0$ の近似をしたので、それに対応して(5.1)式において初めから $m \omega_a^2 h$ の項を落とすと、(5.1)式で $d^2 h / dt^2$ の項を α と $d^2 \alpha / dt^2$ だけで表わすことができ、(5.2)式に代入して、適宜上記無次元記号を用いて表わすと

$$\begin{aligned}
\left[I_\alpha - \frac{S_\alpha^2}{m} + \left(P_{\alpha\beta} - \frac{S_\alpha S_\beta}{m} \right) A_\alpha \right] \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \\
+ \alpha I_\alpha \omega_a^2 [1 - Q(x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2)] = 0 \quad (14)
\end{aligned}$$

が導かれる。つまり Q_{F0} は α の係数が正から負に変わる限界と同じになることがわかる。 $(e+x_a)b$ が空力中心から重心までの距離であるから、 $(x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2)$ を相当重心位置と名づけ $(e+x_a)_{\text{eff}}$ と記すと

$$\begin{aligned}
(e+x_a)_{\text{eff}} &= (e+x_a) \left[1 + \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) A_\alpha \right] \\
&\quad + 2 \left(\frac{\partial C_M}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) A_\alpha \quad (15)
\end{aligned}$$

である。(6)式から見られるように $\partial C_L / \partial \beta > 0$ 、 $\partial C_M / \partial \beta < 0$ である。つまり第2図に示したように、補助翼を動かさないときは、回転バネ復元力 $K_\alpha \alpha$ と重心まわりの空気力のモーメント $(\partial C_L / \partial \alpha) \alpha q S \times (e+x_a)b$ とがつり合う動圧 q が限界値になると解釈できる。補助翼を $\beta = A_\alpha \alpha$ のように動かしたとき発生する付加空気力を、空力中心と補助翼ヒンジとに働く揚力 L_A および L_B という表現をすると

$$\begin{aligned}
L_A &= \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + \frac{4}{1+2c} \frac{\partial C_M}{\partial \beta} \right) q S A_\alpha \alpha, \\
L_B &= \frac{-4}{1+2c} \frac{\partial C_M}{\partial \beta} q S A_\alpha \alpha \quad (16)
\end{aligned}$$

である。これらが重心まわりに作るモーメントの間に

$$\begin{aligned}
\frac{-4}{1+2c} \frac{\partial C_M}{\partial \beta} A_\alpha \times \left\{ \frac{1}{2} + c - (e+x_a) \right\} \\
> \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + \frac{4}{1+2c} \frac{\partial C_M}{\partial \beta} \right) A_\alpha (e+x_a) \quad (17)
\end{aligned}$$

が成り立てば限界速度が高くなり、不等号が逆ならば

低くなる。この判定に対し重心位置が重要な役割を果たすことがわかる。

3.3 数値的検討 代表的な場合として弾性軸位置を30%, 補助翼の翼弦を25% すなわち,

$$e=0.1, c=0.5 \quad (18.1)$$

とし, それ以外のパラメータのうち

$$\gamma_a^2=0.25, \kappa_\beta=0.0125, \gamma_\beta^2=0.00625 \quad (18.2)$$

に固定すると, (9)式より

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 + 0.6090A_\alpha, \lambda_2 = 1 - 1.459A_\alpha, \\ \kappa &= 1 + 0.07A_\alpha, \kappa\gamma = 4x_\alpha(x_\alpha + 0.0125A_\alpha) \end{aligned} \quad (19)$$

と計算される。そこで, 重心位置が35% ($x_\alpha=0.1$), 40% ($x_\alpha=0.2$), 45% ($x_\alpha=0.3$) の3通りの場合について検討すると, (13)式の分母 ($e+x_\alpha$)_{eff} は

$$\begin{aligned} 35\%; & (e+x_\alpha)_{\text{eff}} = 0.2 - 0.08500A_\alpha \\ 40\%; & (e+x_\alpha)_{\text{eff}} = 0.3 - 0.02410A_\alpha \\ 45\%; & (e+x_\alpha)_{\text{eff}} = 0.4 + 0.03680A_\alpha \end{aligned} \quad (20)$$

と A_α の値によって変わり, 重心が35%, 40%の場合は A_α 正で大きくなるとともに ($e+x_\alpha$)_{eff} が小さくなって Q_{F0} が高くなるが, 重心45%では A_α 正で大きくなると逆に ($e+x_\alpha$)_{eff} が大きくなって Q_{F0} が低くなることが見られる。 $Q=0, 0.01, 0.1, 0.3$ の4通りの場合について, Q_F と A_α との関係を図(12)式によって計算した結果を第3,4図に破線で示す。これらの図には(11)式のダイバージェンス限界 Q_D も一点鎖線で示してある。上記の数値に対し(11)式の e_{eff} の値は

$$e_{\text{eff}} = 0.1 - 0.1458A_\alpha \quad (21)$$

となり, $A_\alpha < 0$ では Q_D を低くし, $A_\alpha > 0$ では高くすることが見られる。 $a_p = \kappa(1-\gamma) > 0$ の条件は, $x_\alpha = 0.1$ では $A_\alpha > -14.22$ で, $x_\alpha = 0.2$ では $A_\alpha > -12.92$ で, $x_\alpha = 0.3$ では $A_\alpha > -10.24$ で成り立つので, ここでは $A_\alpha > -10$ の場合に限って扱うこととする。(10.1)の限界線は, $A > -1/0.07$ に対して

$$Q_B = [1 + Q(1 + 0.07A_\alpha)] / (x_\alpha \lambda_1 + e \lambda_2) \geq Q_{F0} \quad (22)$$

であることが導かれるので, Q_B 限界線は記入しなかった。また主として λ_1 が負になることに基因して $-1 > A_\alpha > -2$ のある値で(12)式の $\sqrt{\quad}$ の項の中の underline した項が負に変わって, それ以下の A_α の値では(12)式からは限界値が得られないということになることがわかった。第3,4図に示した結果の考察は, 5.1節で振動空気力による結果と比較して述べる。

4. 振動空気力を用いた解析

上記の近似解析結果は非常に簡明であるが, 静的な空気力を用いているので数値的な精度不良が懸念される。またフィードバックとしてもっと一般化した

$$\beta = A_\alpha \alpha + A_h \frac{h}{b} + \frac{B_\alpha}{\omega_\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{B_h}{\omega_\alpha b} \frac{dh}{dt} \quad (23)$$

で考えるべきである。(1.1), (1.2)式に(23)式を代入し, $h = h_0 e^{i\omega t}$, $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}$ を代入してフラッタ行列式が導かれ, $U-g$ 法を用いて解いてフラッタ速度が求められる。 $\beta = A_\alpha \alpha$ の場合についてフラッタ行列式を記すと

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \left(\frac{\omega_h}{\omega}\right)^2 - 1 - \frac{1}{\mu} \left(1 - i \frac{2C(k)}{k}\right) \\ a_{12} &= -x_\alpha - x_\beta A_\alpha \\ &\quad + \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \left(a + \frac{i}{k}\right) + \left(\frac{i(1-2a)}{k} + \frac{2}{k^2}\right) C(k) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_\alpha}{\pi} \left\{ \left(T_1 - \frac{i}{k} T_4\right) + \left(\frac{i}{k} T_{11} + \frac{2}{k^2} T_{10}\right) C(k) \right\} \right] \\ a_{21} &= -x_\alpha - \frac{1}{\mu} \left\{ -a + \frac{i}{k} (1 + 2a) C(k) \right\} \\ a_{22} &= r_\alpha^2 \left\{ \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega}\right)^2 - 1 \right\} - A_\alpha \{ r_\beta^2 + (c-a)x_\beta \} \\ &\quad - \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \left(\frac{1}{8} + a^2\right) + \frac{i}{k} \left(-\frac{1}{2} + a\right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{2i}{k} \left(\frac{1}{4} - a^2\right) + \frac{(1+2a)}{k^2} \right\} C(k) \right] \\ &\quad + \frac{A_\alpha}{\pi} \left[\left\{ -T_7 - (c-a)T_1 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{i}{k} \left(-\frac{2}{3}(1-c^2)^{3/2} + \left(\frac{1}{2} - a\right)T_4 \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{1}{k^2}(T_4 + T_{10}) \right\} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{i}{k} \left(\frac{1}{2} + a\right) T_{11} + \frac{(1+2a)}{k^2} T_{10} \right\} C(k) \right] \end{aligned}$$

ここで

$$\mu = m / (\pi \rho b^2) \quad (\text{質量比}),$$

$$T_1 = \frac{-1}{3} \sqrt{1-c^2} (2+c^2) + c \cos^{-1} c,$$

$$T_4 = -\cos^{-1} c + c \sqrt{1-c^2}, \quad (25)$$

$$T_{10} = \sqrt{1-c^2} + \cos^{-1} c,$$

$$T_{11} = \cos^{-1} c (1-2c) + \sqrt{1-c^2} (2-c),$$

である。動圧を表わす無次元量として前節と同じく(9)式の Q を用いる。具体的には $U-g$ 法を用いて計算されるフラッタ時の k_t と $(\omega/\omega_\alpha)_t$ とから

$$Q = \frac{2(\omega/\omega_\alpha)_t^2}{\mu r_\alpha^2 k_t^2} \quad (26)$$

により計算されることが, その定義より容易に導かれる。

弾性軸位置などの特性を先に示した(18)式の値に固定し, 重心位置 x_α , 質量比 μ , 曲げと捩りの振動数比の2乗 Q をパラメータとして, (23)式の各項単独または組合せのフィードバック則の場合について計算

した結果を第3~10図に示した。計算に当たり相当振動数の範囲を $0 < 1/k < 27$ とした。

5. 計算結果とその考察

5.1 $\beta = A_\alpha \alpha$ の場合 $\mu = 20$ とし, Ω をパラメータとして 0, 0.01, 0.1, 0.3 (線の記号はそれぞれ O, A, B, C) にとった場合の $Q \sim A_\alpha$ の計算結果を第3図に実線で示した。これから, フラッタ抑止に有効な A_α の値と, どこまでフラッタ速度を上げうるかの限界を知ることができる。 $x_\alpha = 0.2$ の図には計算で出てきたフラッタ限界, ダイバージェンス限界のすべての線を記したが, これでは両方を考えに入れた上での最終的な安定限界が見つからないので, $x_\alpha = 0.1$ および 0.3 の図さらにこれ以後の図も必要に応じて, 最終的な安定限界線だけを記し, 安定域を S, 不安定域を U で記すことにした。 $x_\alpha = 0.2$ の図の限界線を説明すると, Q_D 線はその左上が不安定, Q_F 線はそれぞれ2本ずつあって, 下に凸の O, A, B 線はその上内側が不安定, 下の方にある上に凸の C 線はその上側が不安定, 左下の方にある O, A 線はその左下側が不安定, 下の方では O, A 線と重なり A_α が -2 のあたりで上に伸びている B 線はその左側が不安定, 上のほうにある下に凸の C 線はその上内側が安定である。

$x_\alpha = 0.1$ の場合および $\Omega = 0.3$ を除く $x_\alpha = 0.2$ の場合は, $A_\alpha > 0$ でかなり Q_F を高める効果があることが見られる。またこれらの場合 A_α が -1 と -2 の間で安定限界が Q_D で押えられ, 限界値が比較的高くなっているところがあるが, A_α の値のわずかな変動により Q_{cr} が大きく変わるから, このようなところは安全なフィードバック係数として使うべきでない。 $x_\alpha = 0.2$ で $\Omega = 0.3$ の場合および $x_\alpha = 0.3$ で $\Omega = 0.1$ および 0.3 の場合は $A_\alpha > 0$ で Q_F が低下してしまう。 $x_\alpha = 0.3$ の場合は, $\Omega = 0$ および 0.01 でも $A_\alpha > 0$ で Q_F はごくわずかな高くなるにすぎない。いずれの場合も A_α が約 -2 より小さいところではフラッタ速度は 0 となってしまう。したがって, $x_\alpha = 0.3$ の場合および $x_\alpha = 0.2$ で $\Omega = 0.3$ の場合は, $\beta = A_\alpha \alpha$ なるフィードバックによって Q_{cr} を高めることができないことがわかった。

定常空気力を用いた場合のそれぞれ対応する結果をこの結果と比較して, 定常空気力による近似解の精度はあまりよいとはいえず, A_α 正の領域ではフラッタ動圧 Q_F をかなり過小評価することになること, および A_α が約 -2 より小さいところで $Q_{cr} = 0$ となる不安定域を見いだせないこと, などが見られる。定常空気力では A_α 大とともに Q_F が低下するようないくつかの (x_α, Ω) の値に対して, 振動空気力では A_α 大とともに Q_F が高くなるという結果も見られる。

第4図は $\Omega = 0.1$ として μ を 10, 20, 50 と変え

第3図 $\beta = A_\alpha \alpha$ の場合
実線: 振動空気力 $\mu = 20$
破線: 定常空気力
O: $\Omega = 0$, A: $\Omega = 0.01$, B: $\Omega = 0.1$, C: $\Omega = 0.3$

第4図 $\beta = A_\alpha \alpha$ の場合
 実線: 振動空気力, $Q = 0.1$
 破線: 定常空気力
 図中の数字は μ の値を示す。

た場合の $Q \sim A_\alpha$ の関係を $x_\alpha = 0.2$ の場合について示したもので, μ が小さくなるほど Q_{cr} が高くなること, および μ を 50 にしても定常空気力による近似解との差がかなりあること, が見られる。

以上の結果から, A_α の効きに対する重心位置, 振動数比, ならびに質量比の影響の度合いが結論される。

5.2 $\beta = A_h h$ の場合 $\mu = 20$ とし, Ω を 0.01, 0.1, 0.3 にとった場合の $Q \sim A_h$ の計算結果を第5図に示した。大部分の場合 A_h 正の領域でフラッタ限界動圧 Q_F は高くなるが, ダイバージェンス限界動圧 Q_D で押えられて, 結局 A_h によってはほとんど Q_{cr} を高めることはできないことがわかった。第6図には $\Omega = 0.1$ として μ を 10, 20, 50 と変えた場合の $Q \sim A_h$ の関係を $x_\alpha = 0.1$ の場合について示した。 μ 大とともに Q_{cr} が下がることが見られる。定常空気力を用いた近似解析結果も付記したが $\mu = 50$ の場合の限界線よりも低い値を示している。第5, 6図から, $\beta = A_h h/b$ はアクティブフラッタサプレッションとしてあまり有効でないことが結論される。

5.3 $\beta = A_\alpha \alpha + A_h h/b$ の場合 $\mu = 20$, $\Omega = 0.1$ とし, A_h を $-0.4, -0.2, 0, 0.2, 0.4$ にとった場合の $Q \sim A_\alpha$ の $x_\alpha = 0.1$ および 0.2 の場合の結果を第7図に示した。 A_h が負になると Q_F が低下し, A_h が正になると Q_F は高くなるが Q_D が低くなって Q_D に押えられるという傾向が見られる。 $x_\alpha = 0.2$ の場合, $A_h = +0.2$ にとると $A_\alpha = 2$ 程度では $A_h = 0$ の場合よりも Q_{cr} がかなり高くなる例も見られるが, 一般的にいて, $A_h h/b$ なる項を付加えたことにより大幅に Q_{cr} を高めるというようなことはできないことがわかった。 $x_\alpha = 0.3$ の場合は, A_h の値を -0.4

第5図 $\beta = A_h h/b$ の場合, $\mu = 20$
 A: $\Omega = 0.01$, B: $\Omega = 0.1$, C: $\Omega = 0.3$

から $+0.4$ の範囲で変えても Q_{cr} は第3(3)図の右下のB線とほとんど変わらなかったの, 図示は省略した。 $x_\alpha = 0.3$ の場合は, このフィードバックによりフラッタ速度を高めることができないことを示してい

第6図 $\beta = A_h h/b$ の場合, $\Omega = 0.1$
図中の数字は μ の値を示す。

第7図 $\beta = A_\alpha \alpha + A_h h/b$ の場合, $\mu = 20$, $\Omega = 0.1$
図中の数字は A_h の値 (-.4 は -0.4 など) を示す。

第8図 $\beta = (B_\alpha/\omega_\alpha) d\alpha/dt$ の場合, $\mu = 20$

図中の記号: $\Omega \backslash x_\alpha$

$\Omega \backslash x_\alpha$	0.1	0.2	0.3
0.01	1A	2A	3A
0.1	1B	2B	3B

第9図 $\beta = (B_h/\omega_\alpha b) dh/dt$ の場合, $\mu = 20$
図中の記号は第8図と同じ。

る。

5.4 $\beta = (B_\alpha/\omega_\alpha) d\alpha/dt$ の場合 $\mu = 20$ とし, $x_\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ と $\Omega = 0.01, 0.1$ との組合せの6通りの場合の $Q \sim B_\alpha$ を第8図に示した。 $x_\alpha = 0.3$, $\Omega = 0.1$ の場合を除いては B_α 正の領域で Q_F が高くなるが, $B_\alpha > \text{約} 0.3$ で, Q の小さいところに別の不安定領域が現われるようになり, 結局 $\beta = (B_\alpha/\omega_\alpha) \times d\alpha/dt$ 単独ではフラッタサプレッションに使えないことを示している。

5.5 $\beta = (B_h/\omega_\alpha b) dh/dt$ の場合 第9図は, $\mu = 20$ とし, $x_\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ と $\Omega = 0.01, 0.1$ の組合せの6通りの場合について $Q \sim B_h$ の関係を示したものである。 $x_\alpha = 0.1$, $\Omega = 0.01$ の場合, B_h 大とともに Q_{cr} はちょっと高くなるが $B_h > \text{約} 0.34$ では曲げモー

第10図 $B = \bar{A}_\alpha e^{-iA\alpha}$ の場合, $\mu=20$, $\Omega=0.1$
図中の数字は A の値を示す。

ドのフラッタ限界線がそれよりも小さくかつ B_h 大とともに Q_F が低くなっている。それ以外の場合は B_h のこの範囲の変化に対し Q_F はほとんど変わらない。したがって $\beta = (B_h/\omega_\alpha b) dh/dt$ 単独もフラッタサプレッションに使うことはできない。

5.6 $\beta = \bar{A}_\alpha e^{-iA\alpha}$ の場合 以上総合すると、補助翼を動かすことによりフラッタを抑止できるのは $x_\alpha = 0.1$ および 0.2 の場合に $\beta = A_\alpha \alpha$ なるフィードバックをかけた場合だけであるということになる。ところで実際に自動制御機器を作った場合、完全に $\beta = A_\alpha \alpha$ になるように作るのは困難で、 5° 程度の位相おくれを伴うことが多い。これは

$$\beta = \bar{A}_\alpha e^{-iA\alpha} \quad (27)$$

なるフィードバックをかけたのに相当する。 $x_\alpha = 0.1$ および 0.2 の場合について A_α の効果を位相おくれ A が妨げる心配がないかどうかを調べた結果を $\bar{A}_\alpha > 0$ の領域について第10図に示した。位相が遅れると Q_F は低下するが、 $A = 10^\circ$ くらいまではその低下量は小さく、さほど気にしなくてもよいであろう。逆に位相を進ませると Q_F は高くなるが、 $A = -30^\circ, -45^\circ$ では Q の小さいところに別の不安定域が現われるので注意しなくてはならない。この不安定域は $A = -10^\circ$ までは少なくとも現われない。

6. 結 論

本研究の結果、2次元翼の、回転角、上下動変位およびそれらの速度に比例した補助翼回転角を与える制御則を用いたアクティブ・フラッタ・サプレッションについて、次の結論が得られたものと考えられる。

(1) 定常空気力は、フラッタサプレッションの機構の力学的説明には役に立つが、量的には不十分であ

る。振動空気力を用いなければならない。

(2) フラッタサプレッションに有効なのは $\beta = A_\alpha \alpha$ ($A_\alpha > 0$) なるフィードバックで、それ以外の三つの量 h , da/dt , dh/dt 単独のフィードバックはあまり効果がない。

(3) 複数の量を同時にフィードバックした場合には、 $\beta = A_\alpha \alpha + A_h h/b$ として A_h を比較的小さな正の値にとった場合少しフラッタ速度を高める効果がある程度で、複合フィードバックによる効果はあまり期待できない。

(4) たとえば $\beta = A_\alpha \alpha$ の場合の A_α が -1.5 の近くのように、フィードバックの係数値のわずかな変動で限界動圧が急変するところは、限界動圧がいかに高くても、安全な制御系として使うべきでない。

(5) アクティブ・フラッタ・サプレッションでできるか否かに重心位置がかなり重要で、 45° 翼弦のように重心が後でフラッタに対し初めから素性が悪い場合は救いようがなく、本論文の範囲のフィードバックでは有効にフラッタ速度を高めることができない。すなわちフラッタ抑止のためには重心を前にもっていかなければならない。

(6) $\beta = A_\alpha \alpha$ の制御系に位相おくれを伴う場合、そのおくれがあまり大きくなければ限界動圧にさほど大きな影響を与えない。

本解析結果のように実際にアクティブ・フラッタ・サプレッションでできるか否かの風洞実験結果を次の報告に示す。

参 考 文 献

- THEISEN, J.G. and ROBINETTE, W.C.: Servo Control of Flutter, ASME/AIAA 10th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (1969), p. 228.
- TOPP, L.J.: Potential Performance Gains by Use of a Flutter Suppression System, Paper No. 7-B3, 1971 Joint Automatic Control Conference (1971).
- NISSIM, E.: Flutter Suppression Using Active Controls Based on the Concept of Aerodynamic Energy, NASA TN D-6199 (1971).
- SANDFORD, M.C., ABEL, I. and GRAY, D.L.: A Transonic Study of Active Flutter Suppression Based on an Aerodynamic Energy Concept, AIAA Paper No. 74-403 (1974).
- JOHANNES, P.J.: Active Flutter Control Flight Test System Synthesis, 1971 Joint Automatic Control Conference Paper No. 7-B1 (1971).
- HODGES, G.E.: Active Flutter Suppression—B 52 Controls Configured Vehicle, AIAA Paper No. 73-322 (1973).
- REDD, L.T., GILMAN, J., JR., COOLEY, D.E. and SERRATT, F.D.: A Windtunnel Investigation of a B52 Model Flutter Suppression System, J. Aircraft, Vol. 11, No. 11 (1974), p. 659.

- 8) ROGER, K. L., HODGES, G. E. and FELT, L.: Active Flutter Suppression—A Flight Test Demonstration, AIAA Paper No. 74-402 (1974).
- 9) TRIPLETT, W. E.: A Feasibility Study of Active Wing/Store Flutter Control, J. Aircraft; Vol. 9, No. 6 (1972), p. 438.
- 10) TRIPLETT, W. E., KUPPUS, H. P. F. and LANDY, R. J.: Active Flutter Control—An Adaptive Application to Wing/Store Flutter, J. Aircraft, Vol. 10, No. 11 (1973), p. 669.
- 11) McINTOSH, S. C., Jr., *et al.*: A Study of the Application of Modal Suppression to Flutter Control, SUDDAR No. 450 (1973).
- 12) LYONS, M. G., VEPA, R., McINTOSH, S. C., Jr. and DEBRA, D. B.: Control Law Synthesis and Sensor Design for Active Flutter Suppression, AIAA Paper No. 73-832 (1973).
- 13) MOON, F. C. and DOWELL, E. H.: The Control of Flutter Instability in a Continuous Elastic System Using Feedback, AIAA/ASME 11th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (1970), p. 48.
- 14) KALMBACH, C. F.: Feedback Control of Flutter Instability in a Continuous Elastic System, AIAA J. Vol. 10, No. 5 (1972), p. 711.
- 15) KALMBACH, C. F. and DOWELL, E. H.: The Suppression of a Dynamic Instability of an Elastic Body Using Feedback Control, Int. Jour. Solids and Structures, Vol. 10 (1974), p. 361.
- 16) SCANLAN, R. H. and ROSENBAUM, R.: Introduction to the Study of Aircraft Vibration and Flutter, Macmillan Co. (1951).
- 17) BISPLINGHOFF, R. L. and ASHLEY, H.: Principles of Aeroelasticity, John Wiley and Sons, Inc. (1962), p. 258.

===== 告 =====

第 17 回飛行機シンポジウム講演募集

企 画: 運航整備, 機器, 空気力学, 航空機設計,
材料, 生産技術, 電子機器, 特殊飛行機,
飛行力学の 9 部門委員会および中部支部

開催日時: 昭和54年11月28日(水), 29日(木)
28日夜懇親会

会 場: 愛知県産業貿易館
[愛知県名古屋市中区丸ノ内 3-1-6
TEL (052) 231-6351]

申 込 先: 日本航空宇宙学会
〒105 東京都港区新橋1-18-2 航空会館分
館 [TEL (03) 501-0463, 0464]

申込方法: B 5 判用紙 1 枚に下記 a) ~ f) の事項を記
入の上, お申込み下さい, なお, 講演時間

は 1 題目につき, 講演15分, 討論 5 分, 計
20分程度とします,

a) 講演題目, b) 氏名(連名の場合, 講演
者に○印), c) 勤務先, d) 連絡先, 住
所および電話, e) スライド, オーバヘッ
ド映写機, 掛図, その他使用の有無, f)
講演の概要(200字程度)

前刷原稿: 1,292 字詰原稿用紙 4 枚(写真, 図, 表を
含む), オフセット印刷, 講演申込みあり
次第, 講演者あてに学会所定原稿用紙を
お送りいたします。

講演申込期限: 昭和54年 7 月11日(水)

前刷原稿締切: 昭和54年 9 月12日(水)

日本光弾性学会 第 1 回研究発表講演会

主 催 日本光弾性学会 [東京都文京区弥生 2-4-16
学会センタービル TEL 03-815-1903]

共 催 日本航空宇宙学会, 他 3 学会

協 賛 日本機械学会, 精機学会

後 援 日本建築学会

と き 昭和 54 年 6 月 26 日(火), 27 日(水)

と ころ 神田学士会館 東京都千代田区神田錦町
[都営三田線地下鉄 神保町下車
TEL 03-292-5931]