東 昭 圧縮性の影響を入れるいちばん簡単な方法は $\sqrt{1-M^2}$ で割った揚力傾斜を使う方法です。次にもう少し複雑な形でマッハ数の影響を入れるには、吹き下しを決めるときに、さきほどの局所運動量理論からでてくる揚力とブレード翼素理論から出てる揚力(動圧×翼弦長×揚力傾斜×迎角)とを等置するところで、(揚力傾斜)×(迎角)が $C_L(M)$ という形で入ってくると思う。さらに非定常効果が入るときには、reduced frequency k が入って、 $C_L(M, k)$ という形で入れてやれば入るのではないかと思う。ただしその入りかたは2次元적であって、3次元的マッハ数の効果という入り方ではありません。

藤森義典(航技研) この理論では寸法がパラメータとして入っているので summation が1回増えるような形で、従来の方法に比べて計算時間が増えるのではないかと思うが、どの程度、他の方法と比べ計算時間に差があるのか。さらに減衰係数の解釈について、先生は1より大きくてもよいといわれたが、私は、いかなる原因でスピードの変化があるにしても、時間差とか空間差があればかならず減衰がある、それは相関が下がると考えてよいと思う。したがってそれは1以上には物理的にはならないと思うがどうでしょうか。

東 昭 まず後者については、渦が attenuation coefficient を決めているが、ロータが動いてブレードが渦の中に突込むとか、またガストが下から上がってきたとかした場合には1より大きくなります。また前者に関しては、計算時間は圧倒的に渦理論よりも少なくなります。それは attenuation coefficient を決めるときに、たしかに HAYSON や CASTLE の渦モデルを使うが、これはほとんど問題なく簡単に計算できます。それから local momentum と blade element theory との力、(lift) のバランスをとるマトリックス

が三角マトリックスになっておりきわめて短時間に解けます。したがって、ホバーの計算ならば2~3秒で終わるが、航技研の市川さんがホバリングの計算でたしか20分以上かかるといわれたように思う。また精度は先ほどお見せしたような精度です。

磯貝紘二 高マッハ数になると翼型の性能そのものが重要になってくると思うがその点についてはどうでしょうか。

東 昭 私よりも東大生研の中村先生に関連する質問なので中村先生をお願いします。

中村良也 翼型の性能のうち騒音に関してお答えします。騒音を音源の種類で分けると、翼の厚み効果に基づく単極子騒音、翼の荷重に基づく双極子騒音、そして翼のまわりの流れのレイノルズ応力や粘性力に基づく4極子騒音の三つの成分があります。一回転ごとの音の波形は成分別にそれぞれ計算できるので、各波形の位相を適当にずらすことができれば、各成分の和である全体の騒音を下げることができます。一般に前縁に近い音源ほど早い時刻に観測されるという事実をふまえて翼型を設計すれば、理想的な音源分布を作ることができます。いままで得た結果から、プラントな前縁を用いサクションを抑え、上面の負圧をなるべく後方まで引張ることが望ましいようです。スーパークリティカル翼はこの特性をよく満足しているわけで、揚力係数と翼厚比を等置して NACA 対称翼型と比べると騒音が2割程度低減するようです。さらに遷音速での特性を考えると、騒音の上からも空力性能の上からもますますスーパークリティカル翼は有利になります。しかし騒音上最適な翼型を求めるためには、いわゆる逆問題を解く必要があり、これからの課題と考えております。

解析からみたヘリコプタ・ロータの振動特性*

加 藤 寛一郎**・山 根 隆 志***

1. は し が き

ヘリコプタ・ロータを論ずる場合、その精度を決定的に左右するもののひとつは、ロータに働く空気力の

取扱い方である。このことの背景には、ロータ空気力を数値的に厳密に評価することが、きわめて困難であるという事情が存在する。実際、時間に制限をつけないで、計算機を使用できる立場にあれば、ロータを揚力面理論の精度で、その任意運動について解析することも可能である¹⁾。しかしながら、計算プログラムの実用性ということを考慮すると、現時点での代表的ロータ解析プログラム^{2)~4)}は、いわゆる二次元準定常空気力を、ストリップ理論で積分するという精度になっ

* 昭和53年12月8日、第16回飛行機シンポジウムで講演。昭和54年3月31日原稿受理 Analytical Vibration Characteristics of Helicopter Rotors

** 東京大学工学部 Kanichiro KATO

*** 東京大学大学院 Takashi YAMANE

第1図 ハブ運動とハブ荷重

ている。

本稿でもこの精度で、すなわち、ロータ・ブレードの空気を評価するのに、各断面の振舞いを、あたかも二次元運動であると近似して、解析を行なう。以下に述べることは、著者らがこれまでにこなってきた、ロータ振動解析のうち、準定常空気力近似を用いて得られた主要な結果の要約である。

著者らは、ヘリコプタ・ロータの振動特性を、ロータのインピーダンスとして評価する研究を継続中である。この問題は、第1図において、ハブに速度 (U, V, W) および角速度 (P, Q, R) の強制振動を与えたとき、それぞれの運動に対し、どのような力 (H_s, Y_s, T_s) とモーメント (M_{xs}, M_{ys}, M_{zs}) が発生するか (胴体側にフィードバックされるか) を調べることで、解は一般に、 6×6 のマトリックスで表わされ、その各要素は、強制振動数 ω 、ロータ回転数 Ω 、ブレード枚数 N などの関数となる。

ここで報告するのは、おもに単純化されたブレード・モデルに対する数値計算結果^{5), 6)}である。この結果は、ロータ・インピーダンスの基本的特性を示すものと、著者らは考えている。実際の関節型ブレード・モデルに対する一計算例⁷⁾は、本稿で述べる基本的特性が、そのロータにも該当していること、および、関節型ロータでは、インピーダンスがブレード・ピッチ角にほとんど影響されないことを示している。

解析に含まれる基本的仮定は、上述のように、空気力がいわゆる二次元準定常空気力をストリップ理論で積分していること、および、先行ブレードないし自身の吐き出す後流の影響が、無視されていることである。

ロータ・インピーダンスの解析については、いままでごく限られた解析があるにすぎない^{8), 9)}。実験については、文献10)が測定法について論じ、文献11), 12)がヒンジレス・ロータに関する実験結果を報告している。

2. 解析方法

ロータ・ブレードを回転する弾性梁と見なし、その固有振動モードを用いて、ブレードの変位を展開する。各モードの固有振動数、一般座標、一般質量を、それぞれ ω_i, q_i, m_i とし、一般力を Q_i とすれば、ブレードの運動は、次のようなラグランジュの運動方程式から決定される。

$$m_i \ddot{q}_i + m_i \omega_i^2 q_i = Q_i; \quad i=1, 2, \dots \quad (1)$$

Q_i は、空気力項と、ハブ運動によって発生する慣性力項、およびコリオリ力項から成り、ブレード方位角 ψ に依存している。空気力計算では、準定常、すなわち二次元非定常翼理論で、その THEODORSEN 関数を 1.0 で近似したものを適用している。

インピーダンス計算には、(1)式をさらに線形化したものが用いられる。定式化の基本的部分は、ホバーに関しては文献5)に、前進飛行に関しては文献6)に示されている。以下にその概要を述べる。

ホバーの場合、(1)式を線形化したものは、次のような定数係数の微分方程式になる。

$$\begin{aligned} A \Delta \dot{q} + B \Delta \dot{q} + C \Delta q \\ = x_{-1} e^{i(\omega t - \psi)} + x_0 e^{i\omega t} + x_1 e^{i(\omega t + \psi)} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 Δq は一般座標ベクトル ($q_1, \dots, q_n$) の変動分、 A, B, C はマトリクス、 x_{-1}, x_0, x_1 は強制力の振幅ベクトルで、 ψ は考えているブレードの方位角、 ω はハブの強制振動数である。この定常解は、三つの周波数成分の和として、

$$\Delta q = \hat{q}_{-1} e^{i(\omega t - \psi)} + \hat{q}_0 e^{i\omega t} + \hat{q}_1 e^{i(\omega t + \psi)} \quad (3)$$

とかける。これより求めたハブ荷重を、胴体固定系に変換すれば、 $\omega, \omega \pm \Omega, \omega \pm 2\Omega$ という周波数成分をもつはずであるが、3枚以上ブレードを有していれば、互いに相殺し合い、最終的に、三つのハブ力と、三つのハブ・モーメントの応答ベクトルを、それぞれ、 $\Delta F, \Delta M$ とするとき、

$$\begin{Bmatrix} \Delta F \\ \Delta M \end{Bmatrix} = N \cdot Z_0(\omega) e^{i\omega t} \quad (4)$$

という形に表わされる。 N はブレードの枚数である。したがって、ホバーの場合、ロータ・インピーダンスはハブ加振振動数 ω のみの関数となる。

前進飛行の場合、マトリクス A, B, C は方位角 ψ の関数となり、運動方程式は周期係数を有するようになる。

$$\begin{aligned} A(\psi) \Delta \dot{q} + B(\psi) \Delta \dot{q} + C(\psi) \Delta q \\ = \sum_{m=-3}^3 x_m e^{i(\omega t + m\psi)} \end{aligned} \quad (5)$$

そこで係数を

$$A = \sum A_n e^{in\psi}, \quad B = \sum B_n e^{in\psi}, \quad C = \sum C_n e^{in\psi}$$

$(-3 \leq n \leq 3)$ と展開し, 解を,

$$\Delta q = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{q}_k e^{i(\omega t + k\phi)} \quad (6)$$

と仮定して上式に代入し, 係数比較を行なうと, 切切り次数 h を適当に大きく定めて, 次のような複素振幅に関する連立方程式を得る.

$$\begin{pmatrix} R_{-h, -h} & \cdots & R_{-h, -h+3} & O \\ R_{-h+3, -h} & \ddots & \ddots & \vdots \\ O & R_{h, h-3} & \cdots & R_{h, h} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{q}_{-h} \\ \vdots \\ \hat{q}_0 \\ \vdots \\ \hat{q}_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O \\ x_{-3} \\ \vdots \\ x_3 \\ O \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここに

$$[R_{jk}] = -(\omega + k\Omega)^2 A_{j-k} + i(\omega + k\Omega) B_{j-k} + C_{j-k}$$

これから, 一般座標の振幅が求まる. 次に, ハブに伝達される荷重は, N 枚ブレードに関する総和公式,

$$\sum_{K=1}^N e^{i\nu\psi_K} = \begin{cases} N e^{i\nu\psi_1} & \nu/N = \text{整数} \\ 0 & \nu/N \neq \text{整数} \end{cases} \quad (8)$$

を用いると, 大半の項が相殺されて, 最終的に, 基準ブレードの方位角 $\psi_1(t)$ を用いて, 次のように表わされる.

$$\left\{ \frac{\Delta F}{\Delta M} \right\} = N \times \sum_{|k| \leq h/N} Z_k N e^{i(\omega t + kN\psi_1)} \quad (9)$$

すなわち, 応答振動数は $\omega + kN\Omega$ となる. ここで k は整数である. 実際のインピーダンスでは, 通常 $k=0$ の項が卓越するが, 上式はこの項が基準ブレードの方位角に依存しないことを示している.

著者らの解析に類似するものとして, 文献 9) があり, 操舵応答の解法が定式化されている. しかしながら, 同文献では, 一般座標を三角関数を用いて展開したため, 煩雑なマトリクス演算子を多数導入することが必要になっている. これに対し, 著者らの方法は,

(6)式のように複素指数関数で展開している. このため, 定式化が大幅に簡潔になっている. また, 文献 9) では, フラップ曲げのみを行なうブレードについて定式化され, 数値計算は, 強制振動数 $\omega=0$ に対して行なわれているにすぎない. これに対し, 本方法では, ブレードの弾性変形の自由度として, 2方向の曲げと振りを考慮し, 任意の振動数 ω に対し, インターハーモニック・カップリングを含んだ, すべての応答を求めることができる.

3. インピーダンス計算の一例

数値計算は, 半径 28 ft, 弦長 1.37 ft の関節型, 矩形ブレードについて行なわれた. 枚数 N は 4 である. ブレード弾性軸, 重心位置は 25% 弦長点にあるとした. ブレードは, フラップ・コード方向曲げ, および振りが連成しないものとし, その変位は, 二つの剛体モードを含め, 五つのモードで近似した. それらの固有振動数と, 主要諸元, ホバーでの作動条件を, 第1表に示す. このときの C_T は 0.0049 である. 前進飛行の計算は, 前進比 $\mu=0.39$, ブレード・ピッチ角 $\theta_0=0.150$ rad, $A_1=0$, $B_1=0.103$ rad で行なわれ, $C_T=0.0044$, $\omega_0'=0.085$ rad になっている.

第2図は, 前進飛行時のインピーダンスの一例で, ハブが上下に $-\Delta W = e^{i\omega t}$ で振動したとき生ずる推力変化 ΔT を示す. 図の横軸と前後軸は, それぞれ, 入力と応答の振動数を, また垂直軸は応答の振幅を示す. これは 4 枚ブレードの場合の計算で, 強制振動数 ω に対し, 胴体側に伝えられる荷重は, $\omega, \omega \pm 4\Omega, \omega \pm 8\Omega, \dots$ の周波数成分を有する. 図では, それらは $4Z_0, 4Z_{\pm 4}, 4Z_{\pm 8}, \dots$ 等の記号で示されている.

第3図は, 第2図の曲線を図の矢印の方向に見たも

第1表 ブレード諸元 (ホバー)

Mode Number (n)	1	2	3	4	5
Natural Frequency (ω_n/Ω)	0.247	1.03	2.66	3.29	7.10
Mode Shapes	$\bar{\phi}_n$	0	0	0	0
	$\bar{w}_n$	0			0
	$\bar{v}_n$		0	0
	$\bar{v}_n$		0		0
Rotor Radius (R)	28 ft		Rotor Rotational Speed (Ω)		
Blade Chord (2b)	1.366 ft		23.2 Rad/s		
Blade Mass	4.5 slug		Number of Blades (N)		
Blade Mass Moment	63 slug·ft		4		
Inflow Ratio ($-v_s/R\Omega$)	-0.049		Flapping Moment of Inertia		
Coning Angle (w_0')	0.1055 rad		1145 slug·ft ²		
			Feathering Moment of Inertia		
			0.616 slug·ft ²		
			Collective Pitch Angle (θ)		
			0.150 rad

第2図 インピーダンスの周波数成分

第3図 ハブ上下速度に対するスラスト変動 (前進飛行)

ので、図の下半分は対応する位相関係を示している。強制振動数 ω と同じ振動数の推力変化は、実線で示されている。これに対し、 $\omega \pm 4\Omega$ の振動は、破線で示されている。この例では、実線の応答は破線のそれを凌駕している。以下本稿では、便宜上、強制振動数 ω に等しい振動数を有する応答を、メジャー・インピーダンスと呼ぶことにする。

同じく第3図の鎖線は、ホバー時の対応するインピーダンスを示す。メジャー・インピーダンスは、ホバー・インピーダンスとほとんど等しい。

第4図は、このホバー・インピーダンス $-\Delta T_s / \Delta W$ の内容を説明するためのものである。実線①がそれ

第4図 ハブ上下速度に対するスラスト変動 (ホバー)

で、第3図の鎖線 (Hover) と同一のものである。曲線②は、ブレードを剛体として扱った場合のインピーダンスであり、③は、真空中の、すなわち弾性ブレードの慣性力のみによるインピーダンスである。④は、対応する空力微係数の値を示す。また、以下の図中の記号は、 ω_n / Ω , $(\omega_n \pm \Omega) / \Omega$ の位置を示す。①と②が一致しないことは、このインピーダンスにおいて、ブレ

第5図 ハブ前後速度に対するH-力変動(前進飛行)

第6図 ハブ・ピッチングに対するH-力変動(前進飛行)

ード弾性変形の寄与が重要であることを示唆し、また 7Ω 以上で、①が③に接近するのは、高周波域では慣性力が空気力に卓越することを示す。①と空力微係数④が一致するのは、ほぼ 0.2Ω 以下の低周波域に限られる。

第5図は、ハブの前後振動 $-\Delta U = e^{i\omega t}$ に対する H-force 変化 ΔH_s を、第3図と同様の記法により、振動数 $\omega, \omega \pm 4\Omega$ の応答振幅を示した。第3図の場合と同じく、メジャー・インピーダンス(実線)が、インター・ハーモニック・カップリングによる成分(点線)に卓越し、ホバー・インピーダンス(鎖線)とよく一致している。振幅が発散しているのは、ラグの共振周波数で、本解析では、ラグ・ダンパーが仮定されていないためである。メジャー・インピーダンスは、すべての周波数域で、ほぼ剛体ラグ運動の慣性力から定まっており、空気中や弾性変形が、このインピーダンスでは、あまり重要でないことが、確かめられている。

第6図は、ハブ・ピッチング $\Delta Q = e^{i\omega t}$ に対する、H-force 変化 ΔH_s を示す。この場合、メジャー・インピーダンスは、概して $\omega \pm 4\Omega$ の応答に卓越するが、

第7図 ハブ・ピッチングに対するH-力変動(ホバー)

ホバー・インピーダンスと低周波域で一致しない。この理由は、前進飛行時には、ハブが一般に並進速度 V を有するため、ハブの角速度 ω が、シャフト固定系に $\omega \times V$ なる加速度を誘起するからである。すなわち、第2図の記号を用いると、 X_s 方向の加速度は $-(\dot{U} + QW - PV)$ であり、 ΔH_s には、 ΔQ による慣性力が含まれている。ホバーの場合には、シャフト方向速度成分 $W=0$ であって、この効果は現われない。また、前進飛行時でも、たまたま $W=0$ であれば、 $\Delta H_s/\Delta Q$ は、ホバー・インピーダンスとよく一致する。

第7図は、同じくホバー・インピーダンス $\Delta H_s/\Delta Q$ について、その詳細を示す。実線①がそれで、第6図の鎖線と同一のものである。②は、ブレードの弾性変形を無視した場合の計算で、④はロータ・ダイナミクス補正をした空力微係数に相当するもの、また⑤は①の計算で、フラッピングによるマスの半径方向変位を無視したものである。①と②が比較的良好に一致するのは、このインピーダンスで、弾性変形があまり重要でないことを示唆するものと考えられる。また、①と⑤の相違は、いわゆる面内コリオリ力の効果は無視すべきでないことを示している。 $\Delta H_s/\Delta Q$ の高周波域での特性は、 $1/i\omega$ となっているが、このことは、ロータの推力ベクトル(ないしティップ・パス面)が、シャフトのピッチングに無関係に、空間に固定されていることを示唆している。

ところで、第4図の横軸には、75% スパンで計算

した reduced frequency k が併記されている。一般に、空気力の非定常性は、 $k \approx 0.05$ を超えるあたりから顕著になり始めるが、 k の増加につれて、ブレード質量分布による慣性力の影響が、しだいに卓越するようになる。したがって、インピーダンス解析で、空気力の非定常性が重要であるような周波数範囲は、比較的限制されたものとなる。

解析結果のうち、全般的特性として興味ある部分を要約すると、次のようになる。すなわち、ロータ・インピーダンスは、強制振動数 ω を有する成分と、 $\omega \pm kN\Omega$ (N はブレード枚数、 k は整数) の振動数成分より成り、通常、前者が卓越する。ホバーでは、 $N \geq 3$ のとき、 ω 成分のみ現われ、 $\omega \pm kN\Omega$ の応答成分は存在しない。振動数 ω のインピーダンスは、ホバーでも、前進飛行でも、きわめて類似している。さらに、上記 ω 成分は、ブレード回転運動と、ハブ強制振動の間の位相差に依存しない。

参考文献

- 1) 加藤寛一郎：ヘリコプタ・ブレードの非定常空気力の一計算法，日本航空宇宙学会誌，第 22 巻，第 247 号 (1974/8)，pp. 390-397.
- 2) JOHNSTON, R. A. and CASSARINO, S. J.: Aeroelastic Rotor Stability Analysis, USAAMRDL TR-75-40 (1976/1).
- 3) McLARTY, T. T.: Rotorcraft Flight Simulation with Coupled Rotor Aeroelastic Stability Analysis (Vol. 1) Engineer's Manual, USAAMRDL TR-

76-41 A (1976/5).

- 4) ANDERSON, W. D., CONNER, F., KRETSINGER, P. and REASER, J. S.: Rexor Rotorcraft Simulation Model (Vol. 1) Engineering Documentation, USAAMRDL TR-76-28 A (1976/7).
- 5) KATO, K. and YAMANE, T.: A Calculation of Rotor Impedance for Hovering Articulated-Rotor Helicopters, J. Aircraft, Vol. 16, No. 1 (1979/1), pp. 15-22.
- 6) KATO, K. and YAMANE, T.: Calculation of Rotor Impedance for Articulated-Rotor Helicopters in Forward Flight, J. Aircraft, Vol. 16, No. 7 (1979/7), pp. 470-476.
- 7) KATO, K. and YAMANE, T.: Numerical Prediction of Typical Articulated Rotor Impedance, J. Aircraft, Vol. 16, No. 7 (1979/7), pp. 417-418.
- 8) PETERS, D. A.: Hingeless Rotor Frequency Response with Unsteady Inflow, NASA SP-352 (1974), pp. 1-12.
- 9) PETERS, D. A. and ORMISTON, R. A.: Flapping Response Characteristics of Hingeless Rotor Blades by a Generalized Harmonic Balance Method, NASA TN D-7856 (1975).
- 10) CANSDALE, R., GAUKROGER, D. R. and SKINGLE, C. W.: A Technique for Measuring Impedances of a Spinning Model Rotor, RAE TR-71092 (1971).
- 11) KUCZYNSKI, W. A.: Experimental Hingeless Rotor Characteristics at Full Scale First Flap Mode Frequencies (Including Rotor Frequency Response to Shaft Oscillations), NASA CR-114519 (1972/10).
- 12) WATTS, G. A. and LONDON, R. J.: Vibration and Loads in Hingeless Rotors (Vol. 1) Theoretical Analysis, NASA CR-114562 (1972/9).

質疑応答

東 昭(東大宇宙研) ブレードはフラッピングやベンディングもするし、コードワイズにも曲がるし、ねじれも入ってくる。そういう全部の自由度が入ってくるわけですか。また、実はゆさぶると慣性力でトルクが変わるが、その効果も考慮されているのですか。

加藤寛一郎 ここではロータの回転数は一定です。ヘリコプタではオートローテーションに備えて、トルクは一方方向にしか伝わらないメカニズムになっている。そういう意味では空力微係数が右回り、左回りで対称でない。そこまではとても扱いきれないので、この計算では Ω = 一定でヨーイングに関するインピーダンスには触れていません。

磯貝紘二(航技研) インターハーモニックカップリングとは何ですか。

加藤寛一郎 たとえば空力荷重の計算でブレードの

運動を弾性変形まで含めて解くとき、これはくり返し計算となる。すなわち、ブレードの運動を仮定しこれに対して空気力と慣性力を計算し、この荷重に対してふたたびブレードの弾性変形を計算する。ところで、この弾性変形を計算するには、荷重をまずフーリエ展開し、おのおのの周波数成分についてブレード変形を求めるわけですが、ある周波数成分の運動は次のくり返しでは別の周波数成分の運動を引き起こす。これはブレードに対する空気速度の垂直水平成分 U_F , U_T が各種の周波数成分を含んでいるためです。弾性変形を計算するとき収斂をよくするために重要なのはこの連成効果の取扱いであると考えていますが、いま説明したインピーダンスの計算法ではこの連成の効果がブレードの運動を解く時合理的に考慮されていると私は自負しています。