強く加熱された円管内ガス乱流の二方程式乱流 モデルによる予測*

河 村 洋**

1. は し が き

管内を流れるガスの乱流を高い熱流束で加熱するとき、熱伝達率が顕著に低下することが知られている。とくに熱流束が高い場合には、平均温度に対応するレイノルズ数が通常の臨界値より十分大きくても、乱流よりもむしろ層流に近い熱伝達率を示す。これを一般に、層流化現象とよんでいる。

高温ガス冷却型原子炉 (VHTR) は、高圧のヘリウムを冷却材とし、1,000°C 程度の高い出口ガス温度を得ようとする原子炉である。この型の原子炉では、加熱熱流束が高くかつ炉心内の冷却材流のレイノルズ数が低い場合、層流化現象の発生の可能性が無視できず、これを避けることが熱設計上の制限因子の一つになっている。そのため、層流化現象について、実験的にはもちろん、理論的にも検討を行なう必要が生じ、二方程式型の乱流モデルを用いた解析を試みた。本稿は、その際の二方程式乱流モデルの使用および改良経験について報告するものである。

2. 二方程式乱流モデル

乱流の現象論的なモデル化は、一般には乱流レイノルズ数が高い場合の理論に基づいており、分子粘性の効果は無視されている。しかし、粘性の効果は固体壁の近傍ではむしろ支配的でさえあるため、壁の存在する系における乱流を扱うには、壁からある程度は離れた点での流速や乱流エネルギーを境界条件として与えるのが通例である。しかしこの手法は、本報のように層流をも含んだ流れには適用できず、近似的にせよ粘性の効果を導入したモデルを用いる必要がある。

このような試みは、JONES-LAUNDER¹⁾ の $k-\varepsilon$ モデル ($\varepsilon \approx k^{1.5}/L$) と、WILCOX-TRACI²⁾ の $k-w$ モデル ($w \approx \rho\sqrt{k}/L$) しかない。これらのモデルを用いて層流化現象についてまず予備的な計算を行なったところ、必ずしもよい結果を与えないことがわかった。そ

こで ROTTA³⁾ による $k-kL$ モデルを粘性効果を含む形に拡張し、これら3種のモデルについて比較を行なった。

一般に、これらの乱流モデルには、むろん多数の経験的な定数が含まれている。モデルの提唱者の多くは、非保存的な場合を含む広範な乱流に対し、普遍的な一組の定数の存在を期待しているように見える。実際それはある程度の成功を収めてはいるが、予測の精度は必ずしもよくはなく、またモデル化が多くの仮定を含むことから考えても、そのような定数が存在するという保証もない。実用的な観点からはむしろ、それぞれの乱流の形状に応じてよく検証された定数の組を求め、精度のよい予測を行なうほうが有効である。そこで本報では、加熱と非加熱の円管内ガス乱流に対して適用しうる二方程式モデルを得ることを目的とする。

二方程式乱流モデルを用いて加熱流の計算をするのに先立って、まず等温流に対して妥当な結果が得られることを確認する必要がある。そこで、モデルに含まれる経験定数を再検討し、等温流に対して以下の条件が満足されるようにした。

- (イ) 流速、乱流エネルギー、レイノルズ応力の半径方向分布が、それぞれ一般に受け入れられている整理式や実験値とはほぼ一致すること。
- (ロ) 管摩擦係数が、乱流域で NIKURADSE の式と大略一致すること。
- (ハ) 物性値を一定としたときの熱伝達率が、乱流域で $Nu = (0.021 \pm 0.001) Re^{0.8} Pr^{0.4}$ となること。

以下ではまず、 $k-\varepsilon$ と $k-w$ モデルがこれらの条件を満たすように定数を定め、つづいて $k-kL$ モデルに粘性の効果を取り入れるための拡張を行なう。その後、これらのモデルを加熱ガス流に適用して既存の実験結果と比較する。

本報では、レイノルズ応力に対して乱流粘性係数 μ_t を導入し、

$$-\rho \overline{u'v'} = \mu_t (\partial \bar{u} / \partial r) \quad (1)$$

を仮定する。レイノルズ応力に対しても輸送方程式をたてて、三方程式型とすることも可能である。しかし、ここで扱う円管内流のように軸対称な流れでは

* 昭和54年4月6日、日本航空宇宙学会第10期年會シンポジウムにて講演。昭和54年7月31日原稿受理 Prediction of Strongly Heated Turbulent Flow of Gas in a Circular Tube Using a Two-Equation Model of Turbulence

** 日本原子力研究所 Hiroshi KAWAMURA

$\overline{u'v'}=0$ と $\partial \bar{u}/\partial r=0$ の点が一致すること, また三方程式型による予備的な計算でその効果が必ずしも認められなかったことから, 本報では式(1)を仮定した二方程式型のモデルを用いる.

2.1 $k-\varepsilon$ モデル JONES-LAUNDER¹⁾ による $k-\varepsilon$ モデルは, つぎのように表わされる.

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial k}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 \\ &\quad - \rho \varepsilon - 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + c_1 \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 \\ &\quad - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + c_3 \nu \mu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mu_t = c_\mu f_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (4)$$

境界条件は, 管壁 ($r=D/2$) で $k=\varepsilon=0$, 管中心 ($r=0$) で $\partial k/\partial r = \partial \varepsilon/\partial r = 0$ である. 加熱開始点 ($x=0$) では, k と ε は十分発達した等温流の分布をもつとした.

式(2)~(4)に含まれる定数の値を第1表に示す. まず原著者¹⁾による値をテストしたところ, 乱流粘性係数が管中心で最大となり適当でなかった. この点は比 $\sigma_k/\sigma_\varepsilon$ を変えることにより改善されることがわかったので, 第1表下段のように改訂した. 他にも若干の変更を行なった.

2.2 $k-w$ モデル WILCOX-TRACI²⁾ によるモデルは, つぎのように表わされる.

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial k}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + c_G \rho k \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right| - c_D w k \end{aligned} \quad (5)$$

$$\rho \bar{u} \frac{\partial w^2}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial w^2}{\partial r}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_w} + \mu \right) r \frac{\partial w^2}{\partial r} \right] + c_1 \rho w^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right| - c_2 w^3 \\ &\quad - \frac{c_3}{\sigma_w} w^3 \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{\rho \sqrt{k}}{w} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mu_t = c_\mu \rho^2 k / w \quad (7)$$

境界条件は, 管中心 ($r=0$) で $\partial k/\partial r = \partial w/\partial r = 0$, 管壁 ($r=D/2$) で $k=0$, $w = \rho u_*'^2 S / \nu$ である. ここに S は管壁の粗さに依存する定数で, 平滑管に対しては $S \geq 1,000$ が推奨されている²⁾. しかしこの値では壁近傍のレイノルズ応力が小さくなりすぎることがわかったので, 本報では $S=50$ とし, 他にも若干の変更を加えた. また σ_k も $k-\varepsilon$ モデルにおけると同様の理由で変更した. その結果得られた定数を第2表に示す.

2.3 $k-kL$ モデルの拡張 ROTTA³⁾ によって提唱された $k-kL$ モデルには, 粘性の効果は無視されている. 以下ではこれに粘性の効果を近似的に導入し, 次の式を提唱する.

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial k}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - c_D \rho \frac{k^{1.5}}{L} \\ &\quad - \frac{\mu}{y} \left[\frac{\partial k}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial (kL)}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial (kL)}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_L} + \mu \right) r \frac{\partial (kL)}{\partial r} \right] \\ &\quad + c_1 \mu_t L \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - c_2 c_D \rho k^{1.5} \\ &\quad - c_3 \mu_t \frac{2L^3}{y^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - c_4 \mu \frac{L}{y} \left[\frac{\partial k}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mu_t = c_\mu f_\mu \rho \sqrt{k} L \quad (10)$$

境界条件は, 管壁 ($r=D/2$) で $k=L=0$, 中心 ($r=0$) で $\partial k/\partial r = \partial (kL)/\partial r = 0$ である. これらの式に現われる定数は, 以下のように評価できる.

$$\begin{aligned} &\text{発達した乱流境界層では対数速度分布} \\ &u^+ = (1/\kappa) \ln y^+ + B \end{aligned} \quad (11)$$

第1表 $k-\varepsilon$ モデルの定数

($R_t = k^2/\varepsilon \nu$)

	σ_k	σ_ε	c_1	c_2	c_3	c_μ	f_μ
原著者による値 ¹⁾	1.0	1.3	1.55	$2[1-0.3 \exp(-R_t^{1/2})]$	2.0	0.09	$\exp[-2.5/(1+R_t/50)]$
本報での値	0.9	1.0	1.45	"	2.5	"	$\exp[-2.6/(1+R_t/50)]$

第2表 $k-w$ モデルの定数

($R_t = \rho k/w \nu$)

	σ_k	σ_w	c_G	c_D	c_1	c_2	c_3	c_μ	S
原著者による値 ¹⁾	2	2.0	$3[1-0.909 \exp(-2R_t)]$	0.09	$0.333[1-0.909 \exp(-R_t/2)]$	0.15	2	1	333
本報での値	3	"	"	0.086	"	0.14	"	"	50

が成立するから、乱流粘性係数は $\mu_t \approx \rho \kappa y u^*$ となり、式(10)から $k/u^{*2} = (\kappa y/L)^2 / c_\mu^2$ をうる。特性長 L のとり方には比例定数だけの自由度があるので、この領域で $L = \kappa y$ とする。他方実験的に $k/u^{*2} \approx 3$ であることが知られているから、 $c_\mu \approx 0.58$ を得る。

またこの発達した乱流境界層内では乱れの発生と消滅が局所的にはほぼ平衡しているので、式(8)の右辺第二項と第三項を等置して、 $k = (c_\mu/c_D) L^2 (\partial \bar{u}/\partial y)^2$ を得る。ここで再び対数速度分布式(11)を仮定すれば、

$$k/u^{*2} = (c_\mu/c_D) (L/\kappa y)^2 \quad (12)$$

となり、 $L = \kappa y$ 、 $k/u^{*2} \approx 3$ とすると、 $c_D \approx 0.19$ を得る。

係数 c_2 は、グリッド後流の等方性乱流の減衰から定められる。このとき、乱れがグリッドからの距離 x に対し x^{-n} で減衰するとすれば、式(8)と(9)で対流項と消滅項のみを考えることにより、 $c_2 = (1.5n-1)/n$ となることが導かれる。ここで n についての定説はないが、乱流レイノルズ数 (Re) の大きな範囲では $n \approx 1.25$ 、小さな範囲では $n \approx 2.5$ である。ゆえに、 $c_2 = 0.7[1+0.57e^{-(Re/3)^2}]$ が得られる。他方 c_1 は、一様せん断流中での相関関数の測定値から、 $c_1 \approx 1.2$ となる³⁾。

対数速度分布の成立する領域に式(9)をあてはめ、粘性、対流項、曲率を無視し、式(10)、(12)と $L = \kappa y$ の関係を用いると、カルマン定数 κ と他の係数の関係を与える式

$$\kappa^2 = (c_1 - c_2) / (2c_3 - c_\mu / c_D \sigma_L) \quad (13)$$

を得る³⁾。これが c_3 を与える式となる。容易にわかるように、 $c_1 > c_2$ であるかぎり c_3 を導入しないと実数の κ を得ることができない。

式(8)の右辺最終項は、式(2)の右辺最終項と同じ手法で、粘性の効果を考慮するために導入したものである。乱流エネルギーは壁近傍で $k \propto y^2$ となることから、粘性をとり入れた拡散項 $\mu \partial^2 k / \partial y^2$ は壁近傍でゼロとならない。そこでこれを補償するため、右辺最終項を導入した。HANJALIC-LAUDE⁴⁾によれば、式(2)の $2\mu(\partial \sqrt{k} / \partial y)^2$ は乱流散逸の非等方的な部分、 $\rho \epsilon$ は等方的な部分と解釈されている。すなわち全散逸 ϵ_{total} は

$$\rho \epsilon_{total} = \rho \epsilon + 2\mu(\partial \sqrt{k} / \partial y)^2 \quad (14)$$

である。このとき壁近傍では、 a, b を適当な定数とし

て

$$\begin{aligned} k &= ay^2 + by^3 + O(y^4) \\ \rho \epsilon &= 2\mu a + 4\mu by + O(y^2) \end{aligned} \quad (15)$$

となることから、 $\epsilon \propto y^2$ であることが示されている⁴⁾。

他方 HOFFMAN⁵⁾ は、 $2\mu(\partial \sqrt{k} / \partial y)^2$ の代りに $(\mu/y) \cdot (\partial k / \partial y)$ としても同様に $k \propto y^2$ なる分布が得られ、しかもこのほうが数値計算の収束がはやいことを示した。そこで本報では後者に従うこととする。ただし、このとき式(15)によれば ϵ は壁近傍では y に比例し、ゆえに、 $\epsilon = c_D k^{3/2} / L$ から $L \propto y^2$ となることが要求される。

式(9)の右辺最終項は、式(8)の右辺最終項に対応して次元考察から新たに導入したものである。壁近傍では $kL \propto y^4$ となることから、 kL の拡散項と c_4 を含む項とが等しくなるためには、 $c_4 = 6$ でなければならない。

式(9)の c_3 を含む項は、元来は $\bar{u}$ の三階微分を含む項であった。しかし三階微分を含む形は計算時間を要しかつ数値解の不安定の原因となることが見いだされた。そこで、対数速度分布式(11)に対しては $d^3 \bar{u} / dy^3 = (2/y^2) d\bar{u} / dy$ が成立することから、式(9)に示す形を採用した。これによってこの項に起因する不安定が消え、収束もはやくなった。

以上の推定値をもとに、実際の計算を通して定めた定数が第3表の(A)および(B)である。定数(A)と(B)の主な差異は、(A)では c_1 が一定値であるのに対し、(B)では乱流レイノルズ数の関数になっている

第1図 物性値変化のない場合の熱伝達率と管摩擦係数 ($k-kL$ モデル, 定数(A)(B)による)

第3表 $k-kL$ モデルの定数

($Re = \sqrt{k} L / \nu$)

	σ_k	σ_L	c_D	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	f_s
推定値	—	—	0.19	1.2	$0.7[1+0.57 \exp\{-(Re/3)^2\}]$	式(13)	6	0.58	—
本報での値(A)	1.0	1.3	0.15	1.27	"	"	3.2	$1-0.8 \exp\{-(Re/20)^2\}$	"
" (B)	1.0	1.5	"	$1.3[1-0.55 \exp\{-(Re/8.35)^4\}]$	"	"	3.1	$1-0.7 \exp\{-(Re/20)^2\}$	"

点にある。これらの定数を用い、物性値変化のない流れについて熱伝達率と管摩擦係数を求めたのが第1図である。定数(A),(B)による結果はともに、 $Re \geq 4,000$ ではほぼよい値を与える。しかしレイノルズ数が低くなっても、定数(A)による結果(黒印)は層流の値に近づく傾向をみせない。他方、定数(B)による結果(白印)は、低レイノルズ数に対して改善されている。以下では $k-kL$ モデルというとき、この(B)の定数を用いる。

3. 数値計算の手法

前節で述べたモデルの各組の式を、通常の連続の式、運動方程式、エネルギー式と連立させて解いた。境界条件は、 $r=0$ で $\partial \bar{u}/\partial r = \partial \bar{T}/\partial r = \partial \bar{v}/\partial r = 0$, $r=D/2$ で $\bar{u} = \bar{v} = 0$, $\partial \bar{T}/\partial r = q_w/\lambda_w$ である。加熱開始点($x=0$)では、 $\bar{T} = T_{in}$, $\bar{u}$ は十分発達した等温流の分布をもつとした。エネルギー式に現われる乱流熱伝導率 λ_t は、乱流プラントル数 σ_T を介して $\lambda_t = \mu_t c_p / \sigma_T$ とし、 σ_T は 0.9 で一定とした。

数値解は差分法によって求めた。半径方向のメッシュは、壁近傍で細かく、中心部ではあらくする必要がある。そこで、壁から中心にむかって等比級数的に増大するようにメッシュ幅を変え、また中心付近ではメッシュ幅がある一定値(直径の 1~2%)より大きくならないようにした。その結果、壁に最も近いメッシュ点を $y^+ = 1$ としても、全体の半径方向メッシュ数は 40~70 となった。もし等間隔にメッシュを切れば、数百以上のメッシュ数が必要となる。

なお、このような不等間隔メッシュに対しては、ラプラスアンの特異な差分式を用いる必要がある。これについては、文献 6) に差分式を与えた*。

x 方向の微分 $\partial \bar{u}/\partial x, \partial k/\partial x$ 等は後退差分とし、陰伏法によって解いた。 x 方向に 1 メッシュ進むごとにイテレーションを行なうことになるが、いわゆる加速係数を導入するよりも、むしろイテレーションごとに新しい解と古い解の平均をとるような“減速”を行なうほうが速く収束した。計算時間は、物性値変化のない場合で約 5~10 秒、物性値変化を考慮した場合は約 5~10 分を要した (FACOM 230-75 による)。

4. 円管内ガス流への適用

4.1 物性値変化のない場合 加熱流の計算に先立ち、物性値変化のない乱流に対して各モデルが妥当な結果を与えることを確認する必要がある。第2図は、流速分布の計算値を普遍速度分布と比較したものであ

第2図 流速分布の計算値と普遍速度分布との比較 (等温流)

第3図 乱流エネルギーの実験値⁷⁾との比較 (等温流)

第4図 レイノルズ応力の実験値⁷⁾との比較 (等温流)

る。第3図、第4図は、乱流エネルギーおよびレイノルズ応力の計算値を、LAUFER⁷⁾の実験値と比較したものである。このように、いずれのモデルも定数を適当に選ぶことによって、等温流に対しては妥当な結果を与えることがわかる。

4.2 加熱ガス流への適用 円管内ガス乱流を高い熱流束で加熱した場合について、 $k-\varepsilon, k-w, k-kL$ の各モデルと混合長理論による計算値を PERKINS & WORSOE-SCHMIDT⁸⁾の実験値と比較し、第5図に示す。図のたて軸は

$$C_{Nu_b} = Nu_b / Re_b^{0.8} Pr_b^{0.4} \quad (16)$$

* 文献 6) の第1表のラプラスアンの差分式中、 B_k の式における $+(E_k/r_k)R$ は $-(E_k/r_k)R$ の誤記である。

第5図 加熱流における熱伝達率の実験値⁽⁸⁾との比較
 $Re_{in}=18,700$, $q_{in}^+=0.00415$, $T_{in}=107\text{ K (N}_2\text{)}$
 — $k-kL$, — $k-\epsilon$, - - $k-w$,
 混合長モデル

第6図 層流化を含む実験⁽¹⁰⁾との比較 ($k-kL$ モデル)
 $Re_{in}\approx 8,500$, $T_{in}\approx 75\text{ K (H}_2\text{)}$

第7図 層流化を含む実験⁽¹¹⁾との比較 ($k-kL$ モデル)
 Re_{in} 41 a $Re_{in}=7,885$ $q_{in}^+=0.00395$
 41 b 8,511 0.00453
 $T_{in}\approx 83\text{ K (He)}$

である。添字 b は、物性値を流体のバルク温度（混合平均温度）でとることを示す。 CNU_b は、物性値一定の発達した乱流に対しては約 0.021 となるべきことが知られているが、第 5 図の実験値は、加熱のために大きく低下している。

計算値のうちまず混合長モデル（点線）についてみると、これは McELIGOT⁽⁹⁾ が各種の混合長モデルを

第8図 第7図の場合における乱流エネルギーの軸方向および半径方向分布

比較したなかで最良の結果を与えるとしたいわゆる“van Driest 壁面”方式によるものである。にもかかわらず、混合長モデルによる結果は実験結果よりかなり大きい。元来、混合長モデルでは乱れの発生と消滅の平衡を仮定しているから、この種の非平衡度の強い流れに適用するには無理があると考えられる。

3 種類の二方程式モデルについてみると、これらは等温流れに対しては同じように良好な結果を与えたにもかかわらず、加熱流に適用すると、必ずしもよい結果を与えない。今回比較したなかでは本報で開発した $k-kL$ モデルが相対的に最良の結果を与えるので、以下では $k-kL$ モデルについてのみ検討を続ける。

第 6 図、第 7 図は、BANKSTON⁽¹⁰⁾ と COON⁽¹¹⁾ の実験結果との比較である。これらの実験例はともに、入口条件がほぼ同一であるにもかかわらず、下流での熱伝達率が大きく異なる例としてよく知られている。加熱が弱いほうの実験（第 6 図の $q_{in}^+=0.00364$ と第 7 図の Run 41 a）では、熱伝達率は一度減少したのち再び増加して通常の乱流の関係式に近づく。他方加熱が強いほうの実験（第 6 図の $q_{in}^+=0.00429$ 、第 7 図の Run 41 b）では、熱伝達率は流れ方向に減少し続けて層流に対する値に近づく。これが層流化の発生である。これらの傾向は、今回の $k-kL$ モデルによってよく再現される。

第 7 図の場合について、 $k-kL$ モデルで計算された乱流エネルギーの分布を第 8 図に示す。実線は乱流エネルギー k を入口での摩擦速度 u_{in}^* で規格化したも

ので、いわば k の絶対値の変化に対応する。破線は k を各 x での u^* で規格化したもので、 k の相対値の変化を示す。Run 41a では、下流で k の絶対値が増大しているが、これは加熱によって主流が加速されるためである。Run 41b では k の絶対値、相対値ともに減少しており、これが第7図における熱伝達率低下の直接の原因である。この場合、出口レイノルズ数はまだ約 4,100 であるにもかかわらず、乱流粘性係数は分子粘性係数よりも小さくなっており、流れは層流化したといえる。

5. あ と が き

以上、二方程式 k - kL モデルを粘性の効果を含む形に拡張し、定数を定め、層流化を含む高熱流束加熱ガス流の実験結果と比較した。計算の結果は、 $q_{in}^+ \leq 0.007$ に対し、許容できる誤差の範囲内で実験値と一致した。

以上の計算は、前述したように第3表の(B)の定数によるものである。定数(A)を用いると、層流化しない場合の熱伝達率の低下は予測できたが、層流化に至る過程は再現できなかった。このように、定数 c_1 は、乱流から層流への遷移過程の計算結果に大きな影響をもつことがわかった。

既存の k - ε , k - w モデルは、等温流については同様によい結果を与えたにもかかわらず、加熱流に適用すると満足すべき結果を与えない。上述の点が明らかになってみると、この理由は、これらのモデルの本質的な欠陥というよりは、むしろ定数の定め方によると考えられる。したがってモデルの定数、具体的には k - ε モデルの c_1 , k - w モデルの c_0 , c_1 を適正化することにより、これらのモデルでもよい結果の得られる可能性が大きいといえる。

最後に、この種のモデルで遷移が扱えるであろうかという根本的な問題の検討が必要であろう。この種のモデルで計算をしているのは、結局は乱流エネルギーのバランスである。他方周知のように、層流から乱流への遷移は乱れの不安定によって引き起こされ、エネルギーバランスによるわけではない。したがって筆者も、層流から乱流への遷移、すなわち乱れの発生がこの種の手法で解析できるとは考えていない。

しかし、すでに安定な乱流が存在する状態からの遷移、すなわちここで扱った層流化のような場合には事情が異なり、乱れのエネルギーバランスが主要な役割をはたしている。したがってこの種のモデル解析も妥当性を有するのではないか、というのが筆者の現在の考えである。諸賢からのご教示をいただければ幸いである。

記 号

$$C_{Nu}(=Nu/Re^{0.8}Pr^{0.4})$$

c_p : 定圧比熱

D : 円管内径

f : 管摩擦係数

k : 乱流エネルギー

L : うずの特性長

Nu : ヌッセルト数 ($=\alpha D/\lambda$)

P : 圧力

Pr : プラント数 ($=\mu c_p/\lambda$)

q_{in}^+ : 無次元熱流束 ($=q_w/(\rho U c_p T)_{in}$)

q_w : 加熱熱流束

Re : レイノルズ数 ($=\rho U D/\mu$)

Re_t : 乱流レイノルズ数

r : 半径

St : スタントン数 ($=Nu/RePr$)

T : 温度

U : 管断面平均流速

u : 流速

u^* : 摩擦速度

$u^*(=\bar{u}/u^*)$

w : 逸散速度

x : 軸方向距離

$x_b^*(=(x/D)/Re_bPr_b)$

y : 壁からの距離

$y^*(=yu^*/\nu)$

α : 熱伝達率 ($=q_w/(T_w-T_b)$)

ε : 乱流散逸

κ : カルマンの定数

λ : 熱伝導率

μ : 粘性係数

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

添字

b : 物性値を流体のバルク温度でとる

in : 加熱開始点

t : 乱流

w : 壁面

$-$: 時間平均

$'$: 変動分

参 考 文 献

- 1) JONES, W.P. and LAUNDER, B.E.: The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, No. 2 (1972), pp. 301-314.
- 2) WILCOX, D.C. and TRACI, R.M.: A Complete Model of Turbulence, AIAA Paper No. 761-351

- (1976).
- 3) Rotta, J. C.: Turbulente Strömungen, Teubner, Stuttgart (1972); 大路通雄訳: 乱流, 岩波書店 (1975).
 - 4) HANJALIC, K. and LAUNDER, B. E.: Contribution towards a REYNOLDS-Stress Closure for Low-REYNOLDS-Number Turbulence, J. Fluid Mechanics, Vol. 74, Part 4 (1976), pp. 593-610.
 - 5) HOFFMAN, G. H.: Improved Form of the Low-REYNOLDS Number k - ϵ Turbulence Model, Phys. Fluids, Vol. 18, No. 3 (1975), pp. 309-312.
 - 6) 河村 洋: 二重円管内乱流への非定常熱伝達の解析 (第1報), 日本機械学会論文集, 第39巻, 第324号 (1973), pp. 2498-2511.
 - 7) LAUFER, J.: The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, NACA Report 1174 (1954).
 - 8) PERKINS, H. C. and WORSOE-SCHMIDT, P.: Turbulent Heat and Momentum Transfer for Gases in a Circular Tube at Wall to Bulk Temperature Ratios to Seven, AEC Report SU 247-7 (1964).
 - 9) McELIGOT, D. M., SMITH, S. B. and BANKSTON, C. A.: Quasi-Developed Turbulent Pipe Flow with Heat Transfer, J. of Heat Transfer, Vol. 92, No. 4 (1970), pp. 641-650.
 - 10) BANKSTON, C. A.: The Transition from Turbulent to Laminar Gas Flow in a Heated Pipe, J. of Heat Transfer, Vol. 92, No. 4 (1970), pp. 569-579.
 - 11) COON, C. W.: The Transition from the Turbulent to the Laminar Regime for Internal Convective Flow with Large Property Variations, Ph. D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, Arizona (1978).

乱流噴流の数値解析*

石 垣 博**

1. ま え が き

近年のコンピュータの発達はめざましい。スーパーコンピュータをひきあいに出すまでもなく、最近発表された国産中型機でも3年前の同価格機に比較して計算速度2倍強、記憶容量10倍以上となっており、このペースはもうしばらく続きそうである。乱流境界層の偏微分方程式が直接解かれるようになったのはそう古い話ではなく十数年来のことであるが、コンピュータの進歩によりいまや Large Eddy Simulation のような格子単位でモデル化するものまで扱われるようになった。しかし比較的簡単な流れでは混合距離などの低次のモデルがよく整備されており、工学計算には十分であるという場合も多いので、すべてに大型モデルを用いるのは“牛刀・鶏肉”に類するものであろう。

したがってわが国においても各モデルの有効性と限界、経験定数の決定、計算アルゴリズム等の乱流モデル計算の諸側面に関しての経験や情報の蓄積、収集、整備をはかり、目的に応じた乱流計算の最適設計に役立てる必要があろう。

さてこれから述べる噴流の計算に用いた2方程式モデルは乱れの速度と長さのスケールのモデル微分方程式をたて、渦粘性を通して平均流と連立するものであ

る。速度スケールに乱れエネルギー k を採用するのは各研究者の一致したところであるが、長さスケール l そのものの使用はあまり成功を収めず、 kl , k/l^2 , $k^{3/2}/l$ などについて式が立てられ計算が行なわれている。ここで用いるのは3番目のもので、乱れエネルギーの散逸 ϵ がエネルギー渦 (Energy Containing Eddy) の関係 $\epsilon \sim k^{3/2}/l$ から決まることを利用して、 ϵ の式を解いて散逸長さ $l_e \equiv k^{3/2}/\epsilon$ を用いる、いわゆる k - ϵ モデルである。ここで述べる計算例は2次元噴流の発達領域を主眼として行ない、比較的豊富な実験データとの比較、検討を行なって、さらに複雑な乱流解析への知見を得ようとしたものであるが、その前に次節で自由乱流の計算法を概観してみることにする。

2. 自由乱流における計算法の概観

乱流の計算は BOUSINESQ, REYNOLDS の時代からの目標であったが、実際に運動量の式を解いて計算が行なわれるようになったのは、PRANDTL の混合距離モデルの発表 (1925) 以来といえるであろう。乱流噴流の速度分布が最初に計算されたのも、混合距離モデルを用いた TOLLMIE (1926) によってであった。しかし混合距離 l_m を断面内で一定とすると、渦動粘性係数 $\nu_T = l_m^2 \partial U / \partial y$ は噴流中央でゼロとなり、速度分布は特異性を帯びる。このため PRANDTL (1942) は第2のモデル $\nu_T \propto \delta \Delta U$ (δ : 噴流幅, ΔU : 速度差) を提案し、GÖRTLER (1942) により計算が行なわれたが、速度分布の尖り部は平らになったものの全体的には著

* 昭和54年4月6日、日本航空宇宙学会第10期年会シンポジウムにて講演。昭和54年8月3日原稿受理 A Numerical Calculation of Turbulent Jet

** 航空宇宙技術研究所角田支所 Hiroshi ISIGAKI