飛行機の横・方向運動について*

On the Lateral-Directional Motion of an Airplane

加 藤 修**・杉 浦 一 郎**

Osamu KATO and Ichiro SUGIURA

Abstract

The lateral-directional motion of an airplane is ordinarily performed by means of coordinated turn (which is one of banked turns and in which the sideslip angle, β , is held zero). The turn of this type has many merits but there is no degree of freedom between airplane's heading and velocity heading because their angular difference is β . Accordingly if we allow $\beta \neq 0$, the lateral-directional motion has variety of the combination of airplane's attitude and flight path.

In this paper such lateral-directional motions are fully discussed. First we classify the turns according to its attitude, and next the variety written above is shown. Then we pick up a few representative flight modes, and the possibility and the controls required for them about a conventional airplane are examined. Through these a unified and intuitive interpretation is given.

る迎え角, 横すべり角およびバンク角の組 (α, β, ϕ) との結びつきについて一般論的に考察した。本研究はこれに一連のものであるが, とくにいま述べたような意味をもつ横・方向運動に限定して上の事柄を具体的, 定量的に示すものである。

現在, 飛行機の横・方向運動は通常 coordination を維持して行なわれるのが原則であり, この条件下ではこの運動の方式は画一的なものであってさほど興味深いものではない。しかしこの条件をはずせば横すべり角 β が積極的にあらわれるので“姿勢と経路”に自由度が生じ, もはやこの運動は単純なものではなくなってくる。そこで本研究ではこのような一般とも特殊ともいえる横・方向運動をその飛行の外観や操縦上の観点から基礎的に考え直して分析しその可能性や操舵法を調べる。

1. ま え が き

飛行機の運動は便宜上縦運動(longitudinal motion)と横・方向運動(lateral-directional motion)に分けて考えられる。このうち横・方向運動はただたんに縦運動のメカニズムが横になった場合の運動というわけではなく, このよび方が示すように横運動(rolling motion)と方向運動(yawing motion)一体のものである。したがってこの運動では三舵のうちエルロンとラダーの二つの舵が影響を及ぼすので縦運動と比べると直感的に思考しにくく, また解析上にも扱いにくい面がある。このため, この運動とその制御のメカニズムは必ずしも理論的に明確にされているとはいえないが, その研究は少なく, 場合によってはなおざりにされがちである。しかし飛行機の複雑な一般運動を考えるとその複雑さはむしろ横・方向運動の特性からくると思われる場合が少なくないし, また, 飛行機特有の“飛行の仕方”はこの運動にあるといっても過言ではない。筆者らは先の論文¹⁾において飛行運動における“姿勢と経路”という概念と三舵でコントロールされ

おもな記号

- β : 横すべり角(右すべりを正とする)
- ψ, θ, ϕ : 姿勢角(飛行力学的なオイラー角), それぞれ heading, pitch angle, bank angle
- ψ_w : 水平経路角, 対気速度の方位角
- δ_r, δ_a : ラダー, エルロンの舵角量(ラダーは左ラダーが正, エルロンは右にローリングモーメントを出す向きを正とする)
- s : ラプラス変換のパラメータ

2. 旋 回 の 類 別

旋回の類別といっても着眼する点によっていろいろな分け方があるが, まずわれわれは以下のように分類する。旋回(本稿では機首を振るという意味ではなしに飛行経路を変えることの意で用いる)するには経路の向きと直角な方向に力の成分を必要とするが, この力をどういうもので作るかによって経路変化の様子は同じでも飛行姿勢が異なってくる。この姿勢と空力的な角度である横すべり角 β に注目すると次のような方法に分けることができる。次節以降で扱う特殊な横・方向運動はこの節における各法の組み合わせと考えることができるので, ここでの解釈や用語は後に直感的考察をするときの基礎となる。

* 昭和53年4月7日, 日本航空宇宙学会第9期年会にて発表。昭和54年3月27日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科

2.1 Banked turn この原理は周知のとおりで述べるまでもないが、このときの *banking* は旋回しやすいためにするのではなく旋回するのに本質的に必要なものである。現在の飛行機の旋回法においては半ば常識的となっているが、もともとは鳥の飛行の模倣に由来するものと思われる。飛行の歴史の初期にこの方法が確立されてから現在まで、飛行機の *bank control* は姿勢角の一つであるバンク角そのものをコントロールしているというよりも、*heading* (機首方位) ひいては経路をコントロールする仲立ちとして行なわれる。この *banking* に必要な舵として、直接的にローリング・モーメントを出すエルロン等と間接的にローリング・モーメントを出すラダー ($\delta_r \rightarrow \beta \rightarrow L_\beta$) とがあるが、現在ほとんどは前者で行なう。

2.2 Wings level turn *banking* が必要でない旋回法である。従来この方法は *banked turn* のため影のうすい存在で旋回効率が悪く旋回法として独立に考えられるというよりも“旋回効果がある”ぐらいにしか考えられなかった。これは旋回に必要な力を *banked turn* のように揚力を傾けて出すのではなく *sideforce* (重力以外の総外力の *Y* 軸方向の成分) によって出すが、何によるサイドフォースかで次の二つに分ける。

2.2.1 β -sideforce (Y_β) によるもの この方法による旋回は船の旋回法とほぼ同じである。この旋回法が用いられる限りにおいてはエレベーター→迎え角→揚力による縦の経路変換のメカニズムと、ラダー→横すべり角→サイドフォースによる横の経路変換のメカニズムとはほぼ類推的なものとなる。しかし、縦の場合のような大きな揚力を出す主翼に該当するものが横にはないため大きなサイドフォースが出ず、現在ではこの方法はほとんど用いられない。したがってラダーをこのような舵と解釈することはむしろ誤りとされるくらいである。この方法は当然ながら横すべり角 β が必要なので *uncoordinated turn* であり、速度の向きよりも機首の向きが β 分だけ先に進んで変化する。

2.2.2 Direct sideforce によるもの 前者はラダーによって横すべり角 β を作り ($N_\beta \cdot \beta = N_{\delta_r} \cdot \delta_r$)、この β による *sideforce* ($Y_\beta \cdot \beta$) を用いる。ところがこちらの方法では β を経由せずに *sideforce* を作るものであるから、いわゆる *DSFC* (*Direct Side-Force Control*) という操舵概念が必要となってくる。もちろんこれは従来の飛行機ではできない。この方法は 2.2.1 のように β を必要としないのでバンク角と横すべり角両方とも零で旋回できるという特長をもつ。

2.3 Coordinated turn 2.1 の *banked turn* においてはバンク角をとる方向やその大きさにしたがった

経路変更ができる。機首の向きが経路の向きに一致して変化する ($\beta=0$) ことは、機首がそのままの向きで経路の向きだけが変わる ($\beta \neq 0$) よりむしろ自然なことで、これは風見安定 (方向静安定) という性格からくるものである。しかし厳密には、種々の非対称性が存在することによって非対称モーメントが生ずると、風見安定モーメントがこれに釣り合うだけ横すべり角 β ができる ($N_\beta \cdot \beta = \text{非対称モーメント}$)。したがって幾何学のおよび他のすべての面でまったく左右対称な飛行機が力学的に左右対称な運動をしているとき以外は $\beta=0$ を自然に保つことはむずかしい。このため *coordination* あるいは *coordinated* という語が存在する。

coordination という術語はもともと三舵の釣合いという意味から使われた言葉であり厳格に定義されたものではないが、普通は横すべり角 β を零に維持するようにコントロールすることをいう。このことは (*DSF* を考えなければ *sideforce* 発生源は主として β のみであるから) *sideforce* が零であることとほぼ同じである。むしろ通常、*coordination* は *turn and slip indicator* (旋回傾斜計) のボールが中央にあること、すなわちサイドフォースがないことで判別される。したがって *coordination* が保たれている限り飛行機自体がいかなる姿勢で大きな運動をしようともいわゆる“*G*”は床方向にしか感じない (付録補註 1)。

この *coordinated turn* は 2.1 と 2.2 の旋回法から解釈すれば、*wings level turn* の旋回効果をまったく消去した *banked turn* ということができる。たとえば外すべりの左旋回を考えると、これは左 *banked turn* の効果に左 *wings level turn* の効果が加わって同じバンク角の *coordinated turn* のときより旋回率が大きくなったものである。またバンク角が零のときでも *uncoordinated* であると *wings level turn* の影響によって直線飛行にならない。前にも述べたように、姿勢角の一つであるバンク角 ϕ は姿勢角としての被制御量というより、水平経路という被制御量に対する操作量としての意味が強いものである。しかし、上の例のように *uncoordinated* な場合であると *bank control* は必ずしも経路コントロールと一対一に対応しなくなる。この種のことは次節以降で詳しく扱うが、要するに *coordination* を維持することは横・方向運動のコントロールをシンプルにするのである。さらに $\beta=0$ ということが *heading* と *velocity heading* (速度方位、経路方位) をほぼ一致させ、したがって経路コントロールをすることは *heading control* をすることとほとんど同じことになる。

これらのメリットから普通の飛行においては *co-*

rdination control は基本的なものでありラダーはおもにこの役割に用いられる。

3. 横・方向運動の姿勢と経路

前節では現在考えられる二、三の旋回法がどのような姿勢と横すべり角 β で飛行しなければならないかという観点で分類した。本節以降ではこれとは逆に経路と姿勢の時間的なパターンを与え、すなわち先に任意な姿勢と横すべり角 β を決め、どのような旋回法ひいては操舵によってこれが達成できるかということについて考えていく。まず本節では横すべり角が零でないときにはその値と変化次第によって“姿勢と経路”の組み合わせに多様性があることを示す。

飛行機の水平経路角は大気が静止している場合には対気速度の方位角と等しくこれを ψ_w で表わす。飛行機の姿勢角 (ϕ, θ, ϕ) と経路角 (ψ_w, θ_w) は空力的角度 (α, β) によって関係づけられるが、一般には簡単な式では表示できない¹⁾。しかしピッチ角 θ やバンク角 ϕ が小さい範囲では近似的に $\psi_w = \psi + \beta$ が成り立つ(第1図, 註2)。この式を時間で微分すれば次の式となる。

$$\dot{\psi}_w = \dot{\psi} + \dot{\beta} \quad (1)$$

この式の左辺の $\dot{\psi}_w$ は経路角の変化率であるのでこの値が零であれば直線経路飛行, +の値をもてば右旋回飛行を意味する。しかし右辺で見ると同じ値の $\dot{\psi}_w$ をもつ場合でも $\dot{\beta}$ の値によって heading の変化率 $\dot{\psi}$ にはいろいろな場合が考えられる。在来の飛行機における実際的可能性やこの種の飛行の必要性はひとまず度外視して(1)式だけから考える飛行を分類してみる。(1)式を満足するもののうち定性的に異なるものは $\dot{\psi}_w, \dot{\psi}$ および $\dot{\beta}$ の正負の符号の組み合わせ方による違いのものだけであるから, 取りうるすべての組み合わせを考えると第1表のようになる(註3)。

第1図 機首方位角と経路方位角

第1表 $\dot{\psi}_w, \dot{\psi}, \dot{\beta}$ の組み合わせ

No.	$\dot{\psi}_w$	$\dot{\psi}$	$\dot{\beta}$	備考
①	+	+	+	
②	+	+	0	
③	+	+	-	
④	+	0	+	
⑤	+	-	+	
⑥	0	+	-	
⑦	0	0	0	
8	0	-	+	⑥の左右逆
9	-	-	-	① "
10	-	-	0	② "
11	-	-	+	③ "
12	-	0	-	④ "
13	-	+	-	⑤ "

第1表の中には左右まったく逆のものがあるからこれを除いた7通りの飛行のパターンを第2図に示す。

第2図の⑤, ④, ①, ②, ③は経路変化率 $\dot{\psi}_w$ が同じとして $\dot{\beta}$ の大きいものから並べたものであり, したがって heading 変化率 $\dot{\psi}$ は順に大きくなっていく。

第2図 種々の姿勢と経路のパターン

く、⑥、⑦は直線経路飛行である。②、⑦は $\beta=0$ でとくに $\beta=0$ の場合である。各図とも一般性をそこなないよう横すべり角を両側 (左すべり～右すべり) 含んで書いてあるので少し奇妙に見えるかもしれないが、そのときは $\psi_w=0$, $\psi=0$, $\beta=0$ である各図の中心で分割して上半分もしくは下半分だけを考えると理解が容易となる。以下各図について具体的に説明する。

⑤は第2図の中ではいちばん奇妙な飛行であるが、これは heading が左に変化しているにもかかわらず経路は右に変化する場合である。④は heading が一定のまま経路を右に変えている飛行である。①は heading 変化率が経路変化率よりも小さい場合、③はその逆である。②、⑦は heading 変化率と経路変化率が等しい場合であるからいちばん普通に感じられる飛行である (この図はとくに $\beta=0$, $\beta \neq 0$ の場合は定常横すべり飛行)。しかし②をバンク角零で飛行すること (前節2.2.2参照) や⑦を零以外のバンク角で飛行することは決して普通ではない。⑥は heading を振っているにもかかわらず経路方位が一定な飛行である。

これらの飛行にはいったいどのような必要性があるかということは別な観点から関心あることであるが、少なくともこのような傾向の飛行は従来でもある程度存在する。たとえば、横風着陸法のサイドスリップ法 (ウイング・ロウ・メソッド) は heading を滑走路に一致させ、横すべり角の大きさをコントロールすることによって横風に対抗する方法であるが、これは図の④のタイプの飛行である (バンクは付随的に必要となるだけ)。また、クラブ法におけるデクラブはクラブ角 (偏流修正角) を零にする操作であるから、横すべり角を零からクラブ角分だけ作ることになり図の⑥の上半分のようなものである。これら横風着陸法におけるものは対地経路 (ground trajectory) で考えるよりも対気経路 (air trajectory) で考えれば横すべり角がはっきりし、またこれと偏流修正角とを混同することなく上記のことは明確となる。さらに、いわゆるアクロバット飛行とよばれるもののなかには経路とその経路には不自然な姿勢を与えて飛行するものがあるが、このときにはやはり本節のようなタイプの飛行に多かれ少なかれならざるをえない。

本節で示した各飛行は最初でも述べたように(1)という運動学的な方程式だけから考えたもので力学的な方程式 (運動方程式) は全然考慮してない。したがってこの種の飛行の可能性やその操舵法は運動方程式を加えて調べなければならない。これについては次節で例を二、三あげて計算してみる。

4. 計算法および数値例

本節では前節で示したもののうち代表的と思われる④と⑥の飛行についての操舵を従来のなコントロールシステムをもつ飛行機について検討する。まず④の飛行であるが、これは操舵法がほとんど予想できないため逆問題として解いてみる。基本となる方程式等は付録に示した(A.1)から(A.8)である。これに仮定として次のものを置く。

$$(i) \theta(t) \equiv 0$$

$$(ii) \beta \text{ と } \phi \text{ は } \sin A \equiv A, \cos A \equiv 1 \text{ とできる程度小さい角であること}$$

$$(iii) \text{ 機体軸は安定軸をとる (したがって } \alpha=0 \text{)}$$

$$(iv) \text{ 対気速度 } V \text{ は一定}$$

$$(i), (ii) \text{ と (A.4) から}$$

$$p=\dot{\phi}, q=\dot{\phi}\phi, r=\dot{\phi} \quad (2)$$

$$(ii), (iii), (iv) \text{ と (A.5) から}$$

$$u=V, v=V\beta, w=0 \quad (3)$$

(2), (3) および④の飛行をするための必要な拘束条件

$$\psi(t) \equiv \text{const.} \quad (4)$$

を(A.1)～(A.3)に代入すると運動方程式は

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= (g/V) \cdot \phi + Y/mV \\ -(I_{xz}/I_x) \cdot \dot{\phi} &= N/I_x \\ \dot{\phi} &= L/I_x \end{aligned} \quad (5)$$

となる。そして空力的な力およびモーメントは(A.7)から、(2), (4)によって $r=0$ であるので r -derivative をとり、さらに通常の空力データで無視される $Y\delta_a^*, Y_p^*$ を 0 とすることによって次のようになる。

$$\begin{bmatrix} Y/mV \\ N/I_x \\ L/I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_{\delta_r} & 0 & 0 \\ N_\beta & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} & N_p \\ L_\beta & L_{\delta_r} & L_{\delta_a} & L_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \delta_r \\ \delta_a \\ \phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

これを(5)に代入して次の(7)を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= (g/V) \cdot \phi + Y_\beta \beta + Y_{\delta_r} \delta_r \\ -(I_{xz}/I_x) \cdot \dot{\phi} &= N_\beta \beta + N_{\delta_r} \delta_r + N_{\delta_a} \delta_a + N_p \phi \\ \dot{\phi} &= L_\beta \beta + L_{\delta_r} \delta_r + L_{\delta_a} \delta_a + L_p \phi \end{aligned} \quad (7)$$

(7)は heading 一定という拘束条件(4)を与えて得られた運動方程式であるが、④の飛行をするためにはさらに経路角 ψ_w を与えなくてはならない。(A.6)からわかるように ψ_w をきめるにはすでに ψ が与えてあるから β を与えればよい。簡単のため ψ_w の変化率 (旋回率) が一定、すなわち

$$\dot{\psi}_w = \dot{\beta} = \omega = \text{const.} \quad (8)$$

とし、 $t=0$ で $\beta=0$ とすると

$$\beta = \omega t \quad (9)$$

となる。これを(7)に入れて ϕ, δ_r, δ_a について解くと

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g/V & Y_{\delta_r}^* & 0 \\ 0 & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ 0 & L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega - Y_v \omega t \\ -N_{\beta} \omega t - N_p \dot{\phi} - (I_{xz}/I_x) \ddot{\phi} \\ -L_{\beta} \omega t - L_p \dot{\phi} + \ddot{\phi} \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる。この両辺を定数 ω でわって逆行列を計算すると次の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \phi/\omega \\ \delta_r/\omega \\ \delta_a/\omega \end{bmatrix} = \frac{1}{N_{\delta_r} L_{\delta_a} - N_{\delta_a} L_{\delta_r}} \times \begin{bmatrix} (V/g)(N_{\delta_r} L_{\delta_a} - N_{\delta_a} L_{\delta_r}) & -(V/g)Y_{\delta_r}^* L_{\delta_a} & (V/g)Y_{\delta_r}^* N_{\delta_a} \\ 0 & L_{\delta_a} & -N_{\delta_a} \\ 0 & -L_{\delta_r} & N_{\delta_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - Y_v t \\ -N_{\beta} t - N_p \dot{\phi}/\omega - (I_{xz}/I_x) \ddot{\phi}/\omega \\ -L_{\beta} t - L_p \dot{\phi}/\omega + \ddot{\phi}/\omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

これに空力データ (A. 8) を入れて数値計算すると

$$\begin{bmatrix} \phi/\omega \\ \delta_r/\omega \\ \delta_a/\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.9 & 0.090 & 0.00115 \\ 0 & -0.787 & -0.0101 \\ 0 & 0.0524 & 0.534 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + 0.1026t \\ -2.8t + 0.111\dot{\phi}/\omega + 0.166\ddot{\phi}/\omega \\ 3.21t + 0.412\dot{\phi}/\omega + \ddot{\phi}/\omega \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる。まず ϕ について計算すると

$$\phi/\omega = 6.9 + 0.460t + 0.01\dot{\phi}/\omega + 0.016\ddot{\phi}/\omega \quad (13)$$

ここで ϕ/ω が t の一次関数となるような初期条件 $\phi/\omega|_{t=0}=6.9046$, $\dot{\phi}/\omega|_{t=0}=0.46$ を与えると(13)の解は

$$\phi/\omega = 6.9046 + 0.46t \quad (14)$$

になる。(14)を(12)に入れて他の二つが求まる。

$$\delta_r/\omega = 2.17t - 0.041 \quad (15)$$

$$\delta_a/\omega = 1.567t + 0.104 \quad (16)$$

あとは β の変化率 ω を与えれば④の飛行の操舵(14), (15), (16)が求まったことになる。

一般に3自由度の横・方向運動においてあらわれる運動の変数は $\beta(t)$, $\phi(t)$, $\psi(t)$ である(またはこれらに同等なもの)。逆問題として、もしこれら三つのものを規定してしまうと三つの横・方向運動方程式に残る未知変数は入力変数としての二つの δ_r と δ_a である。数学的には、二つの未知変数 δ_r , δ_a についての三つの独立な方程式を解くことは一般には不可能である。すなわち横・方向運動において姿勢(ϕ , ψ)と経路 ψ_w ($\psi_w = \psi + \beta$)を両方与える飛行は従来の飛行機の舵システムにおいては無理である。

そのため本方法では最初に規定したものは姿勢角の一つ ψ と経路角 ψ_w (または β を与えて $\psi_w = \psi + \beta$)のみでもう一つの姿勢角 ϕ は小さいという仮定をしただけである。この仮定は運動方程式を線形化したり(A. 6)式を用いる等の解析上の便宜からだけでなく次の理由もある。

バンク角 ϕ は2節で述べたように banked turn に直接影響するものであるが、この banked turn は wings level turn (β -sideforce による)と比較するとはるかに旋回効率がよく、バンク角を大きくするとともに wings level turn の旋回効果など無視できるようになってしまう。3節で示した飛行は banked

turn と wings level turn の旋回率が比較しうる範囲で議論できるようなことであるし、またあまりバンク角が大きくなれば縦運動の影響が入りこれを分離して横・方向運動として扱ってしまうこと自体おかしくなる。このようなことはあとで ψ_w の変化率 ω を与えるときにも注意しなくてはならない。

要するに本計算では運動の変数 β , ϕ , ψ のうち β と ψ を規定し ϕ は未知変数として残しておく。だから逆問題として最終的に求める入力変数はこの ϕ が加わって ϕ , δ_r , δ_a ということになる。すなわちバンク角 ϕ は操作量としての意味合いが強くなる。このように考えれば方程式三つに対して未知数が三つであるから解が求められる。

本筋に帰って(14), (15), (16)の両辺に ω をかけると $\beta = \omega t$ としたのであるから次のようになる。

$$\phi = 0.46\beta + 6.9046\omega \quad (17)$$

$$\delta_r = 2.17\beta - 0.041\omega \quad (18)$$

$$\delta_a = 1.567\beta + 0.104\omega \quad (19)$$

これに $\omega = 1^\circ/\text{秒}$, $0.5^\circ/\text{秒}$ を与えた場合の各操舵量を第3図に示す。 δ_r , δ_a は定数項が小さいので ω の違いによる操舵量の変化はほとんどなく一本の線で兼ねてある。そして δ_r , δ_a の量はほぼ β の値のみに比例するといってもよいことになる。

次に⑥の上半分の飛行に関して調べる(下半分は β を反対向にして逆時間で考えるだけ)。この飛行は④に比べると操舵法が多少推測できるので④のように逆問題としてではなく通常の応答法によって考える。したがってこの場合最初にきめた操舵(入力)によって厳密に⑥の飛行(応答)がなされるとは限らない。基礎となる方程式やはじめの仮定は④のときと同じである。④の場合(4)と(8)式によって heading ϕ と経路角 ψ_w の拘束条件を与えたが、今回は運動の変数としては次のようにバンク角 ϕ だけを拘束してみる。

第3図 ④の飛行の操舵量

$$\phi(t) \equiv 0 \quad (20)$$

すなわち④の場合五つの変数 ψ, ψ_w (または β), ϕ, δ_r, δ_a のうち ψ と ψ_w を与えて ϕ, δ_r, δ_a を未知変数として残したのに対しここでは ϕ と δ_r の二つを与えて ψ, ψ_w, δ_a の三つを残す (δ_r は入力として後ほどきめる)。

④の場合とほぼ同様に運動方程式は

$$\dot{\beta} + r = Y/mV \quad (21)$$

$$\dot{r} = N/I_x \quad (22)$$

$$-(I_{xz}/I_x) \cdot \dot{r} = L/I_x \quad (23)$$

(20) から $p=0$ であるので p -derivative をとり、 Y_r^* と $Y_{\delta_a}^*$ を 0 とすると (A.7) は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} Y/mV \\ N/I_x \\ L/I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & Y_{\delta_r}^* & 0 \\ N_\beta & N_r & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ L_\beta & L_r & L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (24)$$

これを (21), (22) に代入して

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & N_{\delta_r}^* & 0 \\ N_\beta & N_r & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (25)$$

となる。

また (22), (23), (24) から δ_a を他の変数で表わすと

$$\delta_a = -\frac{1}{L_{\delta_a} + \tilde{N}_{\delta_a}} [L_\beta + \tilde{N}_\beta, L_r + \tilde{N}_r, L_{\delta_r} + \tilde{N}_{\delta_r}] \times \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (26)$$

となる。ただし $\tilde{N}_n = (I_{xz}/I_x)N_n$ ($n = \beta, r, \delta_r, \delta_a$) である。(26) を (25) に入れて若干の整理をすると

第4図 機首および経路の方位角の応答

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & -1 \\ \tilde{N}_\beta & \tilde{N}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r}^* \\ \tilde{N}_{\delta_r} \end{bmatrix} \delta_r \quad (27)$$

ただし $\tilde{N}_n = N_n - \{N_{\delta_a}/(L_{\delta_a} + \tilde{N}_{\delta_a})\} \cdot (L_n + \tilde{N}_n)$ である。(27) から δ_r に対する (β, r) の伝達関数を求めると(註4),

$$G(s) = \begin{bmatrix} \beta(s)/\delta_r(s) \\ r(s)/\delta_r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - Y_v & 1 \\ -\tilde{N}_\beta & s - \tilde{N}_r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{\delta_r}^* \\ \tilde{N}_{\delta_r} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} s - \tilde{N}_r & -1 \\ \tilde{N}_\beta & s - Y_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{\delta_r}^* \\ \tilde{N}_{\delta_r} \end{bmatrix}}{(s - Y_v)(s - \tilde{N}_r) + \tilde{N}_\beta} \quad (28)$$

となる。ここで (2) および (A.6) から

$$\phi(s) = r(s)/s \quad (29)$$

$$\psi_w(s) = \phi(s) + \beta(s) \quad (30)$$

であるから (28) に空力データ (A.8) を用いて (29), (30) を考慮すると入力 δ_r に対する heading ψ と経路角 ψ_w の伝達関数は次のような値となる。

$$\frac{\phi(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-1.26s - 0.0837}{s^3 + 0.397s^2 + 2.78s} \quad (31)$$

$$\frac{\psi_w(s)}{\delta_r(s)} = \frac{0.0166s^2 - 0.0837}{s^3 + 0.397s^2 + 2.78s} \quad (32)$$

これに適当なラダー入力を入れてアナログコンピューターで応答を求めた結果が第4図である。本応答計算では“ステップ応答”というものを求めるのではないからラダーの入力としてはもう少し実際的なものを入れてある (これは時定数 $T=1/4$ 秒の一次おくれ回路にステップを通した出力である)。図に示してある数値はラダー入力 1 に対する値である。したがって定常状態のラダー舵角を仮に 20° とすれば横すべり角は 9° であり, heading ψ および経路角 ψ_w の変化率 (すなわち旋回率) は $0.6^\circ/\text{秒}$ となる。過渡状態における振動モードは急激な入力のために出るダッチロールモードで, これは入力に用いた一次おくれの時定数を大

きくしていけば(ラダーをもう少しゆっくり入れれば)小さくなっていく。

第4図からわかるように heading ψ と経路角 ψ_w の応答にはとくに最初のころで大きな違いがある。 ψ のほうはラダー入力に対してほぼ即応して追隨しているが、 ψ_w のほうはほとんど変化していない。むしろ、縦運動の場合も同様であるが、initial acceleration reversal があるので反対側に最初少しはずれる(註5)。この時期をすぎて定常状態になると ψ と ψ_w は β だけの差をもって同率で変化する。この状態は2節2.2.1の β -sideforce による wings level turn にほかならない。したがって本応答によれば翼水平の状態においては(これを維持するには(26)を満足するエルロンの量を必要とする)厳密に⑥の飛行はできない。しかし本応答の最初の部分が示すように速いラダー入力に対する短時間での応答であれば⑥のような飛行は近似的に可能といえる。これは翼を水平に保ってラダーを速く使えばよいという実際上さほど困難でないテクニックであってデクラブにも見られる操縦法である。

5. 考 察

前節では3節であげた横・方向運動における種々の姿勢と経路のパターンのうち④と⑥のものについて計算しその可能性と操舵を調べた。しかしだいたいの見当をつける程度であれば一々計算しなくても2節で述べた各旋回法の解釈から容易にかつ直感的に調べることができる。

たとえば④の飛行は経路を右に変える飛行であるから何らかの右旋回法が必要である。そして経路に加えて姿勢角の heading ψ も同時に与えてあるので各時点で横すべり角 β のとるべき量 ($\beta = \psi_w - \psi$) がきまる。ところが β は普通 β -sideforce を出すので wings level turn の旋回効果をもっている。しかしこの旋回効果は一般には最初に与えた経路を作らないので、この旋回効果に他の旋回効果を重ね合わせて望む旋回経路にしなくてはならない。この後者の旋回効果を作るものが従来の飛行機では banking となる。具体的に述べると、④の下半分では左すべり ($\beta < 0$) であるから β による wings level turn の旋回効果は右である。したがってこの旋回率が与えられた経路からきまる右旋回率より大、小であればそれぞれ左バンク、右バンクによって過不足分を相殺しなくてはならない。だから④の下の方では与えられる旋回率 ω が小さいときには左バンクということもありうる(第3図参照)。④の上半分では右すべり ($\beta > 0$) が大きくなっていくので左旋回効果が大きくなり、したがって右バ

ンクを大きくしていかないと右に旋回する経路を作らない。

④をはさむ⑤と①の飛行についてもまったく同様に考えることができ、ただ β の変化率が異なるだけのことである。②は $\beta = 0$ であるから旋回法としては banked turn と DSF による wings level turn しか考えられない(2節2.2.2参照)。③は⑤、④、①とは横すべりの向きが逆になっているのでこの旋回効果が反対側となりそのため右バンク角は減らしていかなければならない。⑥の上半分は4節で調べたように、翼水平のままであると右の wings level turn に入る。もし厳密に直線経路を維持するのであれば banked turn の旋回効果を加える、すなわち左に bank を入れていかななくてはならない。この定常状態(β -sideforce による wings level turn と banked turn の効果が相殺しあう)がいわゆる wing low method とよばれるものとなる。

このように第2図で示される飛行はバンク角を拘束しなければ従来でも一応すべて可能である。しかし実際にはラダー機能に限界があること等で β は制限され、図に誇張して示したほど大きな角度はとれない。

さらに β -sideforce による wings level turn の旋回率も小さいことから、この種の飛行は外観的にはさほど顕著なものではない。しかし小さいとはいえ通常零に維持すべき β をこのように積極的に作ることは反面においてかなり特異な操舵法を必要とする。ここでは当然のことながらラダーが大きな役割をし、さらに β が存在することによる上半角効果 L_β のためラダーと逆方向にエルロンも大きく使用しなくてはならない。このことは、姿勢が経路コントロールの直接の指標とならないことに加えて操縦の困難さを増すものとなる。

DSFC をもった場合についてはとくに考えなかったが、このときは以上の考察に DSF による wings level turn の旋回効果をつけ加えて考えればよい。すなわち β による wings level turn の旋回効果と望む旋回経路との相違は banked turn と DSF wings level turn の二つの旋回効果によって相殺することができる。したがってこの場合はバンク角に自由度が生じたり、あるいは相殺効果を DSF だけで行なえば先に示した飛行はバンク零でできることになる。

6. あ と が き

本研究は横・方向運動における少し特異な飛行を基礎的かつ統一的に論じたものである。横すべり角の役割によって、横・方向運動の姿勢と経路に多様性が生ずることはまったく類推的に迎え角 α と縦運動の関係

にも見られる。しかし β が α とは飛行力学的にかなり意味合いが違うものであることと banking が加わるという点で横・方向運動はさらに興味深いものとなる。3 節でとりあげた飛行のうち二、三のものは最近 DSFC や CCV に関する文献で見られるようになってきたが^{(3), (4)}、これらの飛行は本論でも示したように、バンク角が零である必要がなければ従来でもある程度存在したものである。ただバンク角を零に拘束した場合には banked turn ができないので β -sideforce による wings level turn に対抗するものとしては DSF による wings level turn しか考えられない。この点で DSF 特有の飛行と錯覚しがちであるが、少しでも banking を許せばこの旋回効果は大きいので DSF はなくてもこのような性格の飛行はできる。しかし本来 β は消極的角度であるため、この種の飛行のようにあらわに β をもち出すと飛行機固有の空力的な性格 ($Y_\beta, N_\beta, L_\beta$) によって操舵上に難点が生じ正統的な飛行とはなりえない。

したがってこのような飛行を本格的かつ容易にするためには、飛行機の力学的および空力的な性格やその舵システムの変化を待たなければならない。このためではないにしても、最近のすう勢である飛行機の形態やコントロールシステムにおける常識の変化は従来における“飛行の仕方”を大幅に変える可能性をもっている。

参 考 文 献

- 1) 加藤 修, 杉浦一郎: 飛行機の姿勢と径路について, 日本航空宇宙学会誌, 第 27 巻, 第 307 号 (1979/8), pp. 431-438.
- 2) MCRUER, D., ASHIKENAS, I. and GRAHAM, D.: Aircraft Dynamics and Automatic Control, Princeton University Press, Princeton (1973), p. 704.
- 3) HALL, G.W.: A Flight Test Investigation of Direct Side Force Control, AFFDL-TR-71-106

$$\begin{bmatrix} Y_v & Y_r^* & Y_p^* & Y_{\delta_r}^* & Y_{\delta_a}^* \\ N_\beta & N_r & N_p & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ L_\beta & L_r & L_p & L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1026 & 0 \\ 2.8 & -0.296 \\ -3.21 & 0.0317 \end{bmatrix}$$

ただし (A. 7) の記号法および (A. 8) は 2) による。(A. 8) はダグラス A4D スカイホーク, 海面上 130 kt のものである ($V=68$ m/s, $I_{xz}/I_x=-0.3556$, $I_{zz}/I_z=-0.166$).

補 註

[註 1] 飛行機の Y-Z 平面にあらわれる力としては重力 $\mathbf{W}$ (ベクトル) と重力以外の総外力 (主として揚力とサイドフォースの和) $\mathbf{F}$ が考えられる。飛行機の質量を M とするとこの飛行機がもつ加速度の Y-Z 平面での成分は $(\mathbf{F}+\mathbf{W})/M$ である。したがって飛行機内の物体に働く慣性加速度は $-(\mathbf{F}+\mathbf{W})/M$ となる

(1971/9).

- 4) SWORTZEL, F.R. and BARFIELD, A.F.: The CCV Fighter Program—Demonstrating New Control Method for Tactical Aircraft, AIAA preprint No. 76-889 (1976/9).

付 録

基礎方程式 飛行機の 6 自由度運動方程式から横・方向運動に関するものを取り出すと次の三つとなる。

$$m(\dot{v}+ru-pw)=mg \cos \theta \sin \phi + Y \quad (\text{A. 1})$$

$$I_{xz}\dot{r}-I_{xz}\dot{p}+(I_y-I_x)pq+I_{xz}qr=N \quad (\text{A. 2})$$

$$I_x\dot{p}-I_{xz}\dot{r}+(I_x-I_y)qr-I_{xz}pq=L \quad (\text{A. 3})$$

これに角速度に関する kinematic equation

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 4})$$

と、機体軸での速度成分と迎え角、横すべり角間の関係式

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \\ \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5})$$

そして方位角間の関係式として 3 節で用いた近似式

$$\phi_w = \phi + \beta \quad (\text{A. 6})$$

を用いる。記号法はとくにことわったもの以外は慣用に従う。

サイドフォース Y , ヨーイングモーメント N , ローリングモーメント L は通常のように空力的変数および舵角量に線形にきくものとして次の (A. 7) とし、この空力データとして (A. 8) を用いる。

$$\begin{bmatrix} Y/mV \\ N/I_x \\ L/I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_r^* & Y_p^* & Y_{\delta_r}^* & Y_{\delta_a}^* \\ N_\beta & N_r & N_p & N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ L_\beta & L_r & L_p & L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (\text{A. 7})$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.0166 & -0.00272 \\ -0.111 & -1.272 & -0.024 \\ -0.412 & 0.1284 & 1.875 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 8})$$

が、この物体には重力加速度 ($\mathbf{g}=\mathbf{W}/M$) も加わるので見かけの重力の加速度 ($\mathbf{G}$) は

$$\mathbf{G} = -(\mathbf{F}+\mathbf{W})/M + \mathbf{W}/M = -\mathbf{F}/M$$

となる。すなわち $\mathbf{G}$ は $\mathbf{F}$ と反対向きにできるので coordination が保たれてこの $\mathbf{F}$ が対称面内にあれば $\mathbf{G}$ も対称面内にある。

[註 2] もう少し精度のよい近似式として $\phi_w = \phi + \beta \cos \phi - \alpha \sin \phi$ がある¹⁾。本論では安定軸扱いをするため $\alpha=0$ として結局 $\cos \phi$ 分の誤差がでる。しかし $\phi=15^\circ$ としても $\cos \phi=0.966$ であるからとくに問題はない。

【註3】 ϕ_w, ψ および β はそれぞれ+, 0, -の符号をとれるからこの組み合わせは $3^3=27$ 通りある。このうち(1)式を満足しないものを除くと第1表の13通りとなる。

【註4】 $\dot{x}=Ax+Bx$ の u から x への伝達関数(マトリクス)は $X(s)/U(s)=(sI-A)^{-1}B$ である。

【註5】 (32)から初期値定理によって解析的にわかる。

$$\lim_{t \rightarrow 0} \phi_w(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \phi_w(s) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \dot{\phi}_w(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 \phi_w(s) = -0.0664$$

ただし $\delta_r(s) = (-1/1 + 0.25s) \cdot (1/s)$ としたときである。すなわち $t \rightarrow 0$ で $\phi_w = 0, \dot{\phi}_w = 0, \ddot{\phi}_w < 0$ となる。 β を作るために用いたラダーによるサイドフォース $Y\delta_r$ が β -sideforce $Y\beta$ と逆向きであるために起こる。

===== 告 =====

第24回材料研究連合講演会講演募集

- 共催幹事学会** 日本学術会議材料研究連絡委員会, 日本航空宇宙学会ほか関連23学協会
土木学会, 日本化学会, 日本機械学会, 日本金属学会, 日本建築学会, ※日本材料学会
(※印事務担当学会)
- 開催日** 昭和55年9月17日(水)・18日(木)
- 会場** 京大会館 京都市左京区吉田河原町 15-19
- 開催要領** 講演内容はすでに発表されたものでもさしつかえないが, 最近の研究に属するものが望ましい。なお, 研究内容は材料の諸物性, 諸性質の測定および試験ならびに材料の適切な使用に関する応用研究を包含する。
- 講演部門**
- I. 微視的構造 (Micro Structure of Materials)
 - II. 材料の力学的性質と挙動 (Mechanical Properties and Behavior of Materials)
 - III. 材料の物理的性質 (Physical Properties of Materials)
 - IV. 材料の化学的性質 (Chemical Properties of Materials)
 - V. 構造物強度 (Strength of Structure)
 - VI. 材料の製造・加工と処理 (Design, Working and Processing of Materials)
 - VII. その他 (Miscellaneous)
- 申込期限** 昭和55年6月30日(月)
- 申込要領** 講演申込者はB5判用紙に a) 講演題目, b) 概要200字(邦文), c) 講演発表希望部門(上記部門参照), d) 講演者ならびに連名者の氏名・勤務先(住所, 電話番号) 所属学協会ならびに会員資格・年齢(連名の場合は講演者に必ず○印をつけて下さい), e) スライド使用の有無(大きさ35mm), f) 欧文論文集(下記参照)への投稿希望の有無, 以上を明記の上, 下記日本材料学会宛お申込み下さい。
- なお, 講演題目, 氏名, 勤務先には英文を付記することとし, また講演申込時と前刷集原稿提出時における発表題目, 氏名(連名の場合)の変更等がないよう。充分に留意してお申込み下さい。
- 講演前刷** 講演前刷集は聴講者に内容を徹底させ, あわせて講演時間の短縮, 図面の節約を計るとともに, 聴講できない方にも講演内容を速報するために印刷するもので, 講演者は前刷原稿を必ず期日までに日本材料学会へ提出して下さい。
- a) 講演前刷原稿提出締切日 昭和55年8月6日(水)
 - b) 前刷原稿は所定の原稿用紙2枚以内に(図, 表, 写真を含めて邦文で2960字) 明りように墨またはインク(タイプの場合も黒字)で書いて, なるべく余白をさけるように留意して下さい。
 - c) 所定原稿用紙は講演申込者に日本材料学会からお送します。所定用紙以外に書いた原稿は受理致しません。
- 講演申込先** 〒606 京都市左京区吉田泉殿町1の101
- 前刷原稿提出先** 日本材料学会気付材料研究連合講演会係 TEL (075) 761-5321