- Nochnichten, d. Ges. d. wiss. zu. Göttingen. Math., Phys., Klasse (1930 Januar am 21).
- 11) VICKERY, B. J.: Fluctuating Lift and Drag on a Long Cylinder of Square Cross-section in a Smooth and in a Turbulent Stream, J. Fluid Mach., Vol. 25, Part 3 (1966), pp. 481-494.
- 12) 中口 博: Bluff Body の空力特性と後流, 日本航空宇宙学会誌, 第20巻, 第226号 (1972年11月), pp. 26-30.
- 13) ACHENBACH, E.: Distribution of Local Pressure and Skin Friction Around a Circular Cylinder in Cross-flow up to $Re=5 \times 10^4$, J. Fluid Mach., Vol. 34, part 4 (1968), pp. 625-639.
- 14) ROSHKO, A.: Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High REYNOLD's Number, J. Fluid Mach., Vol. 10 (1961), pp. 345-356.
- 15) ZDRAUKOVICH, M. M.: Smoke Observations of the Formation of a KARMAN Vortex Street, J. Fluid Mach., Vol. 39, part 3 (1969), pp. 491-496.
- 16) HUMPHREYS, J. S.: On a Circular Cylinder in a Steady Wind at Transition REYNOLD's Number, J. Fluid Mach., Vol. 9, part 4 (1960), pp. 603-612.

運動する円柱の下流におかれた翼列にはたらく非定常力 (第1報)

理論計算*

Unsteady Force on Blades in a Cascade Due to an Upstream Moving Cylinder (1st Report) Theoretical Calculation

村上 芳則**・廣瀬 達三**
Yoshinori MURAKAMI, Tatsuzo HIROSE
安達 勤**
and Tsutomu ADACHI

Abstract

This paper was planned in order to make clear the wake interaction in a turbomachine. The analysis of the unsteady force on a cambered blade with angle of attack moving through sinusoidal gusts has been extended to a form suitable for arbitrary gust patterns. An attempt has been made to predict the unsteady force on a cascade blade due to an upstream moving cylinder. In this case, the unsteady force can be considered as owing to the wake effect, the cylinder-thickness effect and the neighboring blade effect. The computed results were given graphically for each effect respectively.

1. ま え が き

軸流送風機では動翼列と静翼列が接近して置かれており、その相互の翼列干渉が送風機の性能、騒音および翼疲労破壊の原因となる振動発生に多大な影響を与えている。このため機械の大型化、高速化に伴い翼にはたらく非定常力を事前に評価することが重要となっている。この非定常力の発生原因としては、上流翼列から発生する後流の影響、隣接翼まわりの循環および翼の厚みによるポテンシャル干渉などが考えられてい

る。

後流が翼に及ぼす非定常力に関する理論的研究は、種々報告されているが、ほとんどの研究は翼を平板として取り扱い、翼に垂直な方向の変動速度のみを考慮したものである。HORLOCK⁴⁾は翼弦方向の変動速度を考慮し、迎え角をもつ平板翼にはたらく非定常力を決定した。NAUMANN-YEH⁵⁾は迎え角とそりの両方をもつ翼について翼弦に垂直と平行な変動速度による非定常力を表わし、最小揚力変動を得るための設計方針を示した。翼列を取り扱った研究も多く報告されているが、食違い角をもつ翼列で各翼の受ける変動速度に位相差がある場合については、WHITEHEAD⁶⁾、村田⁷⁾によってなされている。しかしながら実験と比較したものは少ない。

LEFCORT³⁾はMEYER²⁾の理論を拡大し、任意形状の速度分布をもつ後流が翼に対して垂直に通過する場合について求め、実験値と比較した。また翼の厚み、後流のねじれについても検討し、定性的に一致することを示した。著者らは先の研究⁸⁾において、翼の上流を主流に対して垂直に通過する円柱が翼に及ぼす非定常力を、種々の円柱速度、円柱と翼の距離について計算と実験値の比較を行ない、円柱速度が大きい場合にはほぼ一致することを報告した。

本研究では NAUMANN-YEH⁵⁾ の解を任意形状ガストに適用できる形に拡大し、また計算機の演算時間を

* 昭和55年1月30日原稿受理

** 大阪大学基礎工学部

*** 筑波大学構造工学系

短縮して非定常力を求める方法を示す。そして静翼列の上流を円柱が主流に対して垂直に通過する場合に適用する。円柱が迎え角とそりをもつ翼に及ぼす非定常力を後流、円柱の厚み、そして隣接翼の影響に分けて計算し、種々の円柱速度、円柱と翼の距離、翼のピッチについて結果を示した。

第1図 そりと迎え角を持つ翼

記号

 ΔC_l : 非定常揚力係数 c : 翼弦長 F_1, F_2, F_3 : 関数 ((14)式) f : 最大そり比 R : 翼のピッチ s : 翼中心からの x 方向距離 ($> c/2$) t : 時間 U : 主流速 u_b : 円柱の移動速度 u, v : 変動速度の x, y 方向成分 w : 変動速度 x, y : 座標 x, y : 座標系 β : 後流中心軸と x 軸のなす角度 γ_b : 束縛渦 γ_f : 自由渦 ζ : 食違い角 ϕ : 位相差 ρ : 密度 ω : 無次元周波数

添字

 $'$: 翼の半弦長で割り無次元化した距離または時間

1: そりによるものを示す

2: 迎え角によるものを示す

 u : 翼弦方向の変動速度によるものを示す v : 翼弦に垂直な方向の変動速度によるものを示す g : 円柱後流によるものを示す t : 円柱の厚みによるものを示す c : 隣接翼によるものを示す

2. 非定常力の式

流れの変動が主流速 U で移動する正弦状の場合、 x, y 方向の変動速度 u_g, v_g はおのおの次のように表わすことができる。

$$u_g(x, t) = \bar{u}_g(x) e^{i\omega t'} = \bar{u}_g \exp[i\omega(t' - x')] \quad (1)$$

$$v_g(x, t) = \bar{v}_g(x) e^{i\omega t'} = \bar{v}_g \exp[i\omega(t' - x')] \quad (2)$$

ここで、 $\bar{u}_g, \bar{v}_g$ は変動速度の振幅、無次元時間 t' と

無次元座標 x' は翼弦長を c とすれば、

$$t' = 2Ut/c \quad (3)$$

$$x' = 2x/c \quad (4)$$

また無次元周波数 ω は変動速度の周波数を ν とすれば、

$$\omega = \nu c/2U \quad (5)$$

第1図に示すように u_g, v_g をもつ流れが通過するとき、迎え角 α とそり線

$$y = f \left(-\frac{2}{c} x^2 + \frac{c}{2} \right) \quad (6)$$

をもつ薄翼にはたらく非定常力 ΔL は、薄翼理論の一般的仮定のもとに NAUMANN-YEH⁵⁾ によって示されている。

$$\Delta \bar{L} = \Delta \bar{L}_{u1} + \Delta \bar{L}_{u2} + \Delta \bar{L}_v \quad (7)$$

$$\Delta \bar{L}_{u1} = \pi c \rho U \bar{u}_g f F_1(\omega); F_1(\omega) = F_0(\omega) + \frac{4}{\omega} J_1(\omega) \quad (7a)$$

$$\Delta \bar{L}_{u2} = \pi c \rho U \bar{u}_g \alpha F_2(\omega); F_2(\omega) = J_0(\omega) + i J_1(\omega) \quad (7b)$$

$$\Delta \bar{L}_v = \pi c \rho U \bar{v}_g S(\omega) \quad (7c)$$

ここで f は最大そり比 (最大そり値/半弦長)。

$$F(\omega) = T(\omega) [J_0(\omega) - J_1(\omega)/\omega - i J_1(\omega)] - [J_0(\omega) - J_1(\omega)/\omega + i J_1(\omega)] \quad (8)$$

$$T(\omega) = \frac{H_0^{(2)}(\omega) + i H_1^{(2)}(\omega)}{-H_0^{(2)}(\omega) + i H_1^{(2)}(\omega)} \quad (9)$$

また $S(\omega)$ は SEARS 関数¹⁾、 J_0, J_1 は第1種ベッセル関数、 $H_0^{(2)}, H_1^{(2)}$ は第2種ハンケル関数である。

3. 任意形状ガスト

第2図に示すように x 軸に対し角度 β をなす後流を考える。 $t=0$ は後流中心が x, y 座標の原点と交わ

第2図 翼を通過する後流

第3図 微小幅 Δy_h の後流

るときとする。文献3), 8) に示されているように、後流を Δy_h の微小幅で速度欠損 $w(y_h)$ をもつ後流 (第3図) が h 個集まったものと考え、 x, y 方向の変動速度 u_g, v_g をフーリエ積分で表わすと、

$$u_g = -\frac{\cot \beta}{\pi c} \sum_{h=-\infty}^{\infty} w(y_h) \times \sum_{K=-\infty}^{\infty} \exp[i\omega_K(t_h' - x')] \Delta\omega_K \Delta y_h \quad (10)$$

$$v_g = \frac{1}{\pi c} \sum_{h=-\infty}^{\infty} w(y_h) \times \sum_{K=-\infty}^{\infty} \exp[i\omega_K(t_h' - x')] \Delta\omega_K \Delta y_h \quad (11)$$

ここで、

$$t_h' = \frac{2U}{c} \left\{ t + \frac{y_h}{U \sin \beta} \right\} \quad (12)$$

(10) (11)式の u_g, v_g を (7) 式に代入すると、

$$\Delta L = \Delta L_{u1} + \Delta L_{u2} + \Delta L_v \quad (13)$$

$$\Delta L_{u1} = -\rho U f \cot \beta \sum_{h=-\infty}^{\infty} w(y_h) F_1(t_h') \Delta y_h \quad (13a)$$

$$\Delta L_{u2} = -\rho U \alpha \cot \beta \sum_{h=-\infty}^{\infty} w(y_h) F_2(t_h') \Delta y_h \quad (13b)$$

$$\Delta L_v = \rho U \sum_{h=-\infty}^{\infty} w(y_h) F_3(t_h') \Delta y_h \quad (13c)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} F_1(t_h') &= \sum_{K=-\infty}^{\infty} F_1(\omega_K) \exp(i\omega_K t_h') \Delta\omega_K \\ F_2(t_h') &= \sum_{K=-\infty}^{\infty} F_2(\omega_K) \exp(i\omega_K t_h') \Delta\omega_K \\ F_3(t_h') &= \sum_{K=-\infty}^{\infty} S(\omega_K) \exp(i\omega_K t_h') \Delta\omega_K \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。 F_1, F_2, F_3 の計算結果を第4図に示す。この中で $F_3(t_h')$ は MEYER²⁾ が表わしている関数 $T(t')$ を π 倍したものと同一である。本計算、すなわち ω に関する数値積分の精度は、この $\pi T(t')$ と $F_3(t_h')$ を比較することにより確認し、同様な方法で F_1, F_2 を計算した。第1表にこれらの値の一例を示す。

第4図 関数 $F_1(t'), F_2(t'), F_3(t')$ 第5図 定点 x_i における変動速度 $w(x_i, t)$ 第1表 関数 $F_1(t'), F_2(t'), F_3(t'), T(t')$

t'	$F_1(t')$	$F_2(t')$	$F_3(t')$	$\pi T(t')$
-1.0	$-\infty$	∞	∞	∞
-0.8	-0.2554	6.1812	3.1018	3.0103
-0.6	3.9060	4.0295	2.0450	2.0288
-0.4	6.0191	3.0657	1.5881	1.5821
-0.2	7.2504	2.4547	1.3129	1.3091
0.	7.9026	2.0039	1.1236	1.1206
0.2	8.0852	1.6367	0.9829	0.9795
0.4	7.8193	1.3127	0.8728	0.8699
0.6	7.0427	1.0027	0.7838	0.7813
0.8	5.5040	0.6666	0.7103	0.7075
1.0	1.7886	0.1368	0.6485	0.6450
1.5	0.6176	0.0057	0.5280	0.5240
2.0	0.5123	0.0052	0.4404	0.4367
2.5	0.4333	0.0022	0.3727	0.3707
3.0	0.3690	-0.0021	0.3187	0.3186
3.5	0.3144	-0.0071	0.2746	0.2771
4.0	0.2665	-0.0111	0.2384	0.2428
4.5	0.2251	-0.0126	0.2090	0.2149
5.0	0.1914	-0.0108	0.1856	0.1910
7.5	0.1482	0.0252	0.1267	0.1150

(13)式を用いることにより任意形状のガストによる非定常力を求めることができるが、計算機の演算時間を短縮するために(13)式の中の t_h' を x_i' に変換し、固定して考える。第5図に示すように翼前縁から下流側に定点 x_i を定め、その位置における変動速度 $w(x_i, t)$ を変化させることにより ΔL を求める形に(13)式を変形すると、

$$\Delta L_{u1} = -\rho U f \cos \beta \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w(x_i, t) F_1(x_i') \Delta x_i \quad (15a)$$

第6図 関数 $F_1(\omega)$ の比較

$$\Delta L_{u2} = -\rho U \alpha \cos \beta \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w(x_i, t) F_2(x_i') \Delta x_i \quad (15b)$$

$$\Delta L_v = \rho U \sin \beta \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w(x_i, t) F_3(x_i') \Delta x_i \quad (15c)$$

となる。

本計算方法により求めた非定常力の妥当性および精度の確認は次のようにして行なった。 $w(x_i, t)$ が無次元周波数 ω で正弦状に変化する場合について ΔL_{u1} を(15a)式により求め、

$$\Delta L_{u1}/\pi c \rho U f \bar{w} \cos \beta \exp(i\omega t') \quad (16)$$

を計算すれば前出の $F_1(\omega)$ となる。第6図にこの値と(7a)式による $F_1(\omega)$ を比較して示すが、 $\omega=0.1 \sim 5.0$ に対しすべてよく一致している。また ΔL_{u2} , ΔL_v に対しても同様な計算、比較を行ない、よい一致を示すことは確認した。

4. 実際例への適用

第7図に示すように静翼列の上流を主流に対して垂直に円柱が通過する場合を考える。これは後置静翼形軸流送風機をモデル化し、動翼を円柱で置き換えたものである。この場合、翼にはたらく非定常力のおもな原因としては、

第7図 翼列の上流を通過する円柱

- i) 後流の影響
- ii) 円柱の厚みの影響
- iii) 隣接翼の影響

が考えられる。これらの影響によって翼にはたらく非定常力の算出方法を示すとともに、円柱と翼の距離、翼のピッチを変えて計算を行なう。

4.1 後流による非定常力 円柱からの距離の変化に応じた後流の速度欠損の減衰が考慮できるように、時刻 t における x_i の位置の変動速度 $w(x_i, t)$ を次のように求める。

第8図に示すように円柱中心から定点 x_i' までの後流軸方向距離 X は、

$$X = \left[\left\{ l + (t' + 1) \frac{c}{2} \right\} \sec \beta + (x_i' - t') \frac{c}{2} \cos \beta \right] \quad (17)$$

また後流中心から x_i' までの後流軸垂直方向距離 Y は、

$$Y = (x_i' - t') \frac{c}{2} \sin \beta \quad (18)$$

となる。第9図に示すように円柱中心から後流の速度分布を測定した位置までの x 方向距離を X_n とし、そのおのおの位置における後流中心から y 方向同一距離の速度欠損を w_n とする。 X が、

第8図 時刻 t' における後流位置 第9図 後流速度分布測定位置 X_n と速度欠損 w_n

$$F_5(x_i', s') = \sum_{K=-\infty}^{\infty} i\omega_K S(\omega_K) [J_0(\omega_K) - J_2(\omega_K)] \\ \times \exp[i\omega_K(x_i' - s')] \Delta\omega_K \quad (35)$$

$$\Phi(\omega_K, x') = \sum_{x^*=-1}^{x'} \sqrt{\frac{1-x^*}{1+x^*}} \exp(i\omega_K x^*) \Delta x^* \quad (36)$$

となる。 F_4, F_5, Φ の計算は前章の $F_1 \sim F_3$ の場合と同様な方法で行なった。

円柱後流による n 番目の位置にある翼の非定常渦 $n\gamma$ は, (31)~(33)式に(21)式の w_g を代入することにより

$$n\gamma_b(x_n, t) = \frac{2}{\pi c} \sqrt{\frac{1-x_n'}{1+x_n'}} \sin \beta \\ \times \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w_g(x_i, nt) F_3(x_i') \Delta x_i \quad (37a)$$

$$n\gamma_t(x_n, t) = -\frac{2}{\pi c} \sin \beta \\ \times \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w_g(x_i, nt) F_4(x_i', x_n') \Delta x_i \quad (37b)$$

$$n\gamma_t(s_n, t) = -\frac{2}{c} \sin \beta \\ \times \sum_{x_i'=-1}^{\infty} w_g(x_i, nt) F_5(x_i', s_n') \Delta x_i \quad (37c)$$

ここで, nt は円柱の移動速度を u_b とすると

$$nt = t + nR/u_b \quad (38)$$

$$x_n = x - nR \sin \zeta \quad (39)$$

$$s_n = s - nR \sin \zeta \quad (40)$$

そこで, これら n 番目の位置の非定常渦分布により x 軸上の定点 x_i' の位置に誘起される y 方向の速度 v_c は,

$$v_c(x_i, t) \\ = -\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{x_n=-c/2}^{c/2} (n\gamma_b + n\gamma_t) \frac{x_i - x_n}{nr^2} \Delta x_n \right. \\ \left. + \sum_{s_n=-c/2}^{c/2} n\gamma_t \frac{x_i - s_n}{nr^2} \Delta s_n \right] \quad (41)$$

ここで $\sum_{n=-\infty}^{\infty}$ において $n=0$ は除くものとする。また,

$$nr^2 = (x_i - x_n)^2 + (nR \cos \zeta)^2 \quad (42)$$

$$nr_s^2 = (x_i - s_n)^2 + (nR \cos \zeta)^2 \quad (43)$$

ただし, 本計算では $n \leq -2, n \geq 2$ の翼は考慮しないとするもので, (41)式は

$$v_c(x_i, t) \\ = -\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-1}^1 \left[\sum_{x_n=-c/2}^{c/2} (n\gamma_b + n\gamma_t) \frac{x_i - x_n}{nr^2} \Delta x_n \right. \\ \left. + \sum_{s_n=c/2}^{\infty} n\gamma_t \frac{x_i - s_n}{nr_s^2} \Delta s_n \right] \quad (44)$$

この v_c を(15c)式に代入することにより, 隣接翼の影響による非定常力 ΔL_c は,

$$\Delta L_c = \rho U \sum_{x_i'=-1}^{\infty} v_c(x_i, t) F_3(x_i') \Delta x_i \quad (45)$$

本計算は翼列の場合に対する近似計算であるが, どの程度の誤差で近似がなされるか調べるために, 加速度ポテンシャルに等角写像を適用して翼列の非定常力を求めた文献⁷⁾の結果と比較する。 $w(x_i, t)$ が無次元周波数 ω で正弦状に変化する場合について, (37a)~(37c)式から $n\gamma_b, n\gamma_t$ を求める。ここで文献7)に計算結果の示されている各翼の受ける変動速度の位相差 $\phi = \pi$ の場合について計算するとすれば, (38)式の nt は

$$nt = t + (n\pi/\omega)c/2U \quad (46)$$

となる。 $R = \pi c/4, \zeta = -30^\circ$ として(44)式より v_c を算出し ΔL_c を求める。この ΔL_c と正弦状変動速度に対して(15c)式より求めた ΔL_v から

$$(\Delta L_v + \Delta L_c)/\pi c \rho U \bar{w} \sin \beta \exp(i\omega t') \quad (47)$$

の計算を行ない, 結果を第12図に比較して示す。 ΔL_c の計算において(37c)式の $n\gamma_t$ は $s_n' = 10.55$ まで, また(44)式の v_c は $x_i' = 8.05$ までとしているために周波数の低い $\omega = 0.4$ においては差があるものの, $\omega = 1.0 \sim 5.0$ においてはほぼよい結果が得られている。 $R = \pi c/2, \zeta = 0^\circ, \phi = 2\pi/3$ とおのおのを変えた場合も $\omega = 1.0 \sim 5.0$ においては同様な結果が得られ

第12図 翼列の非定常揚力との比較

ており、本計算方法でも翼列の上流と下流で流れの異なる $\phi=0$ (同相) の場合を除き、ほぼ翼の非定常力の近似計算ができるものと思われる。

4.4 計算結果 計算において主流速 $U=20$ m/s, 円柱直径 $d=\phi 15$ mm, 静翼の翼形は NACA 65 (7.5) 10, 弦長 $c=150$ mm とする。この翼形のそり線に対し (6) 式の f は 0.08272 と定め、両者のそり線の比較を第 13 図に示す。第 14 図は計算に使用するために実験により求めた静止円柱後流の速度分布である。計算は第 2 表に示す円柱中心と翼前縁の距離 l , 円柱の移動速度 u_b , そして翼のピッチ R , 食違い角 ζ の種種の場合について行ない翼にはたらく非定常力を算出した。なお計算結果は非定常力 ΔL を無次元化した非定常揚力係数 ΔC_L ,

$$\Delta C_L = \Delta L / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 c \right) \quad (48)$$

を用いて整理した。

後流の影響による非定常力の計算結果を第 15~19 図に示す。第 15~17 図は $l/d=2.5$ について翼弦方

第 13 図 そり線の比較

第 14 図 円柱後流の速度分布

第 2 表 計算の範囲

U m/s	u_b m/s	l/d	R/c	ζ deg
20	3	2.5	2.49	-7.11
20	12	6.0	0.83	-6.64
20	24	14.0	0.41	-6.66

第 15 図 後流による非定常揚力係数 ΔC_{Lg}

第 16 図 後流による非定常揚力係数 ΔC_{Lg}

第 17 図 後流による非定常揚力係数 ΔC_{Lg}

第 18 図 後流による非定常揚力係数 ΔC_{Lg}

第 19 図 後流による非定常揚力係数 ΔC_{Lg}

第20図 円柱の厚みの影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lt} 第21図 円柱の厚みの影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lt} 第22図 円柱の厚みの影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lt}

向の速度欠損によるそりと迎え角の影響および翼弦に垂直な方向の速度欠損による非定常力を個々に示した図である。後流が翼に達すると翼弦に垂直な方向の速度欠損は迎え角の増加と同じ影響を示し、それによる非定常揚力係数 ΔC_{Lgv} は正となる。翼弦方向の速度欠損は翼まわりの流速の低下と同じ影響を示すので、そりによる非定常揚力係数 ΔC_{Lgu1} は負となる。しかし迎え角による非定常揚力係数 ΔC_{Lgu2} は、本計算では迎え角が負であることから正となる。 ΔC_{Lgv} と ΔC_{Lgu2} はほぼ同相の変動を示し $t' = -0.7$ 付近で最大値をとるに対し、 ΔC_{Lgu1} は $t' = 0$ 付近で最大の変動を示す。このためこれらを合計した $\Delta C_{Lg}(S_{um})$ は、 $t' = -0.7$ 付近で最大値を示した後低下し、再び上昇する。しかし第15図に示すように翼弦方向の速度欠損が大きい $u_b = 3 \text{ m/s}$ の場合、 $\Delta C_{Lg}(S_{um})$ は $t' = -1.2$ 付近で最大値を示し、その後低下し負となる。 l/d の増加により変動時間は長くなるが、変動振幅は $l/d = 6.0$ で最も大きいものの、 $l/d = 14.0$ (第19図) の場合もほとんど差がない。

第20~22図に円柱の厚みの影響による非定常力の計算結果を示す。この影響による ΔC_{Lt} は LEFCORT³⁾ の結果と同様で円柱後流中心が翼前縁に達する以前 ($t' < -1$) において負となる。その値は u_b の増加により大きくなり、 l/d の増加に対しては指数関数的に減少するポテンシャル干渉特有の傾向を示す。 $l/d = 14.0$ (第22図) においてはほとんど影響がないことがわか

第23図 隣接翼の影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lc} 第24図 隣接翼の影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lc}

る。

第23, 24図に隣接翼の影響による非定常揚力係数 ΔC_{Lc} を示す。 ΔC_{Lc} は隣接翼の ΔC_{Lgv} が正であることから全体的に負となる。 $2R/u_b$ の時間間隔で大きな変動を示し、その値は節弦比 $R/c = 0.41$ で ΔC_{Lgv} の20~25%、 $R/c = 0.83$ で10~15%となっている。 $R/c = 2.49$ の場合、 ΔC_{Lc} はほぼ零であった。

5. あとがき

迎え角とそりの影響を考慮した翼の非定常力の理論計算を任意形状ガストに適用できる形に拡大し、関数 $F_1(x, t') \sim F_3(x, t')$ を用いて短時間で非定常力が計算できる方法を示した。そして静翼列の上流を円柱が通過する場合を考え、種々の円柱と翼の距離、円柱の移動速度、翼のピッチについて後流、円柱の厚み、および隣接翼の影響に分けて翼にはたらく非定常力を算出した。これらの影響による非定常力を合計した値は、翼列の場合の近似値であるが、計算方法、結果の妥当性は他の理論計算結果と比較することにより確認した。

参考文献

- SEARS, W.R.: Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, J. Aeron. Sci., Vol. 5, No. 10 (1938), pp. 104-108.
- MEYER, R.X.: The Effect of Wakes on the Transient Pressure and Velocity Distributions in Turbomachines, Trans. ASME, Vol. 80, No. 7 (1958), pp. 1544-1552.
- LEFCORT, M.D.: An Investigation into Unsteady Blade Forces in Turbomachines, Trans. ASME, Ser. A, Vol. 87, No. 4 (1965), pp. 345-354.
- HORLOCK, J.H.: Fluctuating Lift Forces on Aerofoils Moving Through Transverse and Chordwise Gusts, Trans. ASME, Ser. D, Vol. 90, No. 4 (1968), pp. 494-500.
- NAUMANN, H. and YEH, H.: Lift and Pressure Fluctuations of a Cambered Airfoil under

- Periodic Gusts and Applications in Turbomachinery, Trans. ASME, Ser. A, Vol. 95, No. 1 (1973), pp. 1-10.
- 6) WHITEHEAD, D. S.: Force and Moment Coefficients for Vibrating Aerofoils in Cascade, Rep. & Mem., Aeron. Res. Council, No. 3254 (1960).
- 7) 村田 暹, 辻本良信, 園田修次: 平板翼列の非定常流

- れ(第2報), 正弦波状ガスト変動流れ: 位相差のある場合, 日本機械学会論文集, 第43巻, 第365号 (1977), pp. 167-173.
- 8) 安達 勤, 村上芳則: 運動する円柱の下流に置かれた翼にはたらく変動力, 日本機械学会論文集, 第41巻, 第351号 (1975), pp. 3145-3151.

非圧縮性流体に関する湾曲した乱流平面噴流の解析*

An Analysis of a Turbulent Plane Jet along a Circular Arc

桑原宏成**・内田茂男**
Kohseh KUWABARA and Shigeo UCHIDA

Abstract

Although curved jets have been treated analytically by several authors from the viewpoint of similar solutions, a jet along a circular arc often appearing in practical applications seems to remain unsolved. The purpose of this paper is to solve such a non-similar flow field of an incompressible turbulent plane jet. Applying the approximation of boundary layer type, an integrated form of the vorticity equation, referred to an orthogonal curvilinear coordinate system, retains only the shear stress terms, as represented by the SAWYER's expression.

The small perturbation method, used by TANI for the first time to the boundary layer problem along a curved wall, is extended to solve a laminar curved jet by the present authors in the preceding paper. In this method, the perturbation parameter, which is the small ratio of the jet width to the radius of curvature of the zero-streamline, is expressed by a power function of the stream-wise coordinate, providing the desired solution in the case of constant pressure across the jet.

Non-similar velocity distributions are calculated along several planes normal to the zero-streamline, and it is found, as observed by SAWYER, that the total entrainment rate of the jet is strictly identical to and the total jet spread rate is almost identical to those of a symmetrical jet, and that the velocity profiles of the curved jet are nearly symmetrical.

1. 序 論

静止流体中に噴出する自由噴流は, 流れの基本形態の一つとして半世紀にもわたって研究され続けてきて, 実験的にはその微細構造も相当に明らかになって

きており¹⁾, また理論的には種々の乱流モデルを用いた数値計算も成されている²⁾. しかし平均速度分布のみに関する限り, この研究の初期になされた, 混合距離理論を用いた TOLLMIEEN の解析³⁾ および一定な渦動粘性係数表現を用いた GÖRTLER⁴⁾ の解析の結果が現在でも有用とされており, それらは測定値と巨視的に一致することが知られている⁵⁾.

これらは非圧縮性流体の直線的左右対称な噴流に関するものであるが, 現象としては噴流が両側の圧力差のために湾曲している場合もしばしば観察される. すなわち, 側壁を有する噴流⁶⁾ およびこの変形と見ることのできる, 近接した二つの噴流⁷⁾ や壁面から斜めに噴き出す噴流⁸⁾, さらにこれらの応用としての流体素子内の噴流⁹⁾, のような噴流自体の誘引作用の不釣合による場合, あるいは ACV のカーテンジェット¹⁰⁾ やエア・カーテン¹¹⁾ のような外部から加えられた圧力差による場合, またはジェットフラップ¹²⁾ のように外部流と噴流の干渉によって生ずる圧力場による場合などさまざまな形で見る事ができる.

このような湾曲した噴流に関して, 実験的な研究はある程度成されている^{6)-10), 12), 13)}. しかし理論的研究は少なく^{12), 14), 15)}, 相似解が求められているのみである. ジェットフラップ¹²⁾ 以外の例においては, 噴流を特徴づける代表的な曲線, たとえば最大速度点を結んだ曲線は円弧で近似されることが知られている¹³⁾. これに対し相似解においては噴流の幅と代表曲線の曲率半径との比は一定であるから, 曲率半径は下流方向に増大するので, 実際の流れに対しては相似解は局所的にしか適用しえない.

本報告は層流噴流に関する前報¹⁶⁾に引き続き, 乱流噴流を解析しようとするものであり, 直交曲線座標表示の基礎方程式に境界層近似を施して1次の微小量まで残し, 微小擾乱法^{16), 17)}を適用した. 微小パラメータとして選んだ, 噴流の代表幅と0流線の曲率半径との

* 昭和55年4月7日, 日本航空宇宙学会第11期年会で発表. 昭和55年3月17日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学教室