論文 CONTRIBUTED PAPERS

飛行機の巡航速度と輸送力に関する研究* Study on the Relationship between the Cruising Speed and the Carrying Capacity of the Transport Plane

山内 邦比古**・永島 正義**
Kunihiko YAMAUCHI and
Masayoshi NAGASHIMA

Abstract

When a transport plane flies between two airports, it flies usually at somewhat or considerably faster speed than that used to be referred as economic speed, which is the speed at which the plane can fly over that range with minimum fuel consumption and also the speed which corresponds to the maximum C_L/C_D of that airplane.

The greatest reason why the cruising speed used in practice is faster than the economical speed, is that the transport airplane is preferred to fly at the condition which corresponds to the maximum carrying capacity of that plane. (Carrying capacity $F = W_p \times V_c$, where W_p is payload and V_c is cruising speed.)

In this paper, from the above-mentioned viewpoint, under the conditions of a given take-off weight and a given block flying distance, the ratio of the difference dV between practical speed V_p and economic speed V_e to V_e is derived as a function of the terms take-off weight W_1 , landing weight W_2 , operating weight empty W_{emp} and payload W_p , where, dV is assumed small, and V_p is the speed which corresponds to the maximum carrying capacity for the plane.

And the results from applying this relation to many practical examples are compared with practical data.

1. ま え が き

飛行機の輸送力とは飛行機が有償重量を運びうる能力であって、有償重量と巡航速度との積で表わされる。本研究は、ある輸送機が離陸重量一定で、ある区間を飛行する場合、輸送力を最大とするときの飛行速度が消費燃料最小で飛行できる速度いわゆる経済速度から何ほど増せばよいかについて考え、速度増加比を

表わす式を導いた。

この式によれば、速度増加比は、離陸重量、着陸重量、運航空虚重量および有償重量の量的関係で表わされ、飛行機がある区間を飛行するとき、消費する燃料が最小で飛行可能な迎え角、換言すれば、揚抗比 C_L/C_D が最大となる飛行姿勢から、有償重量を少し減らして、そのぶん、燃料に置き換えても速度を高めて飛行するのが、その飛行機の輸送力を高めるうえでは有利であることが明らかとなった。

そして現用されている輸送機の多くについて、その機体で公表されている巡航速度と計算結果との比較をするとともにボーイング B 747 SR を例にして飛行距離と巡航速度をかえた場合の輸送力の変化を示した¹⁾

2. 理 論

2.1 プロペラ機 搭載燃料で飛べる最大の距離が航続距離 R で、飛行の初めから、飛行の終わりまで一定の姿勢で飛行するとし、推進効率 η 、燃料消費率 b_p (kgf/HP-hr) を一定と仮定するとプロペラ機では次式で計算できる。

$$R = 270 \frac{\eta}{b_p C_D} \log_e \frac{W_1}{W_2} \quad (1.1)$$

同じ区間を少し違った C_L/C_D の値で飛ぶとすると、それに伴う W_2 の変化は $(C_L/C_D) \log_e (W_1/W_2) = \text{const.}$ より

$$\frac{dW_2}{W_2} = \frac{d(C_L/C_D)}{C_L/C_D} \log_e \frac{W_1}{W_2} \quad (1.2)$$

有償重量が W_p で、飛行速度が V のときの輸送力は $W_p \cdot V$ で、これが最大となるのは次式の成立するときである。

$$\frac{dV}{V} = - \frac{dW_p}{W_p} \quad (1.3)$$

第1図より、運航空虚重量を W_{emp} とすれば着陸

* 昭和53年12月8日、日本航空宇宙学会第16回飛行機シンポジウムにて発表。昭和55年5月14日原稿受理

** 工学院大学機械系学科

第1図 重量区分

第2図 全機の揚抗極曲線

重量は $W_2 = W_p + W_{emp}$ で, $W_{emp} = \text{const.}$ とすると $dW_2 = dW_p$, したがって

$$\frac{dW_p}{W_p} = \frac{dW_2}{W_2} \left(1 + \frac{W_{emp}}{W_p} \right) \quad (1.4)$$

式(1.2), (1.4)と式(1.3)から次式が得られる.

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d(C_L/C_D)}{C_L/C_D} \left(\log_e \frac{W_1}{W_2} \right) \left(1 + \frac{W_{emp}}{W_p} \right) \quad (1.5)$$

第2図は全機の揚抗極曲線である. 最大航続距離を得るための飛行姿勢はプロペラ機では $(C_L/C_D)_{\max}$ の迎え角を保って飛行するときである. この姿勢から dC_L だけ大きい揚力係数の姿勢で飛ぶと仮定する. 理論的に全機の抗力係数 C_D は全機の最小抗力係数 C_{D0} と誘導抗力係数 $C_L^2/\pi e A$ との和で表わせるから, $C_D = C_{D0} + C_L^2/\pi e A$ である. ここで π : 円周率, A : 主翼のアスペクト比, e : 飛行機効率係数, C_{D0} : 全機の最小抗力係数 ($= C_{D\min}$) である.

揚抗比

$$\frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + C_L^2/\pi e A}$$

を, C_L について微分すると,

$$d\left(\frac{C_L}{C_D}\right) = \frac{C_{D0} - C_L^2/\pi e A}{(C_{D0} + C_L^2/\pi e A)^2} dC_L$$

であり, したがって

$$\frac{d(C_L/C_D)}{C_L/C_D} = \frac{(C_{D0} - C_L^2/\pi e A)dC_L}{(C_{D0} + C_L^2/\pi e A)C_L}$$

となる. この式で, 先述のように $C_L = \sqrt{C_{D0} \cdot \pi e A}$ よ

り dC_L だけ大きい揚力係数の姿勢で飛ぶと仮定すると, $C_L^2 = (\sqrt{C_{D0} \cdot \pi e A} + dC_L)^2$ で, $(dC_L)^2$ の項を無視すると次式が得られる.

$$\frac{d(C_L/C_D)}{C_L/C_D} = -\frac{(dC_L/C_L)}{1 + dC_L/C_L} \quad (1.6)$$

同じ重さを支えるのに C_L の変化に伴う V の変化は飛行高度一定とすると $V^2 \cdot C_L = \text{const.}$ であるので

$$\frac{dC_L}{C_L} = -2 \frac{dV}{V} \quad (1.7)$$

ゆえに, 式(1.5), (1.6)と式(1.7)より, プロペラ機についての速度増加比の次式が得られる.

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{2 + (4 \log_e W_1/W_2)(1 + W_{emp}/W_p)} \quad (1.8)$$

ここで, W_1 : 離陸重量, W_2 , W_{emp} , W_p はそれぞれ, 経済速度で飛んだとしたときの着陸重量, 運航空重重量および有償重量である. ただし,

$$V = 3.6 \sqrt{\frac{2W_1}{\rho S \sqrt{C_{D\min}} \cdot \pi e A}}$$

であり, ρ : 飛行高度の空気密度, S : 主翼面積である.

2.2 ジェット機 搭載燃料で飛べる最大の距離が航続距離 R で, 飛行の初めから, 飛行の終わりまで一定の姿勢で飛行するとし, 燃料消費率 b_1 (kgf/kgP-hr) が一定と仮定すると, ジェット機では次式で計算できる.

$$R = 28.8 \frac{1}{b_1} \left(\frac{\sqrt{C_L}}{C_D} \right) \sqrt{\frac{\rho_0 W_1}{\rho S}} \left(1 - \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} \right) \quad (2.1)$$

同じ区間を少しちがった $\sqrt{C_L}/C_D$ の値で飛ぶとすると, それに伴う W_2 の変化は

$$\left(\frac{\sqrt{C_L}}{C_D} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} \right) = \text{const.}$$

より

$$\frac{dW_2}{W_2} = 2 \frac{d(\sqrt{C_L}/C_D)}{\sqrt{C_L}/C_D} \left(\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} - 1 \right) \quad (2.2)$$

この場合も輸送力が最大となるのは次式の成立するときである.

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dW_p}{W_p} \quad (2.3)$$

また第1図より, 着陸重量は $W_2 = W_p + W_{emp}$ で, $W_{emp} = \text{const.}$ とすると $dW_2 = dW_p$, したがって

$$\frac{dW_p}{W_p} = \frac{dW_2}{W_2} \left(1 + \frac{W_{emp}}{W_p} \right) \quad (2.4)$$

式(2.2), (2.4)と式(2.3)から次式が得られる.

$$\frac{dV}{V} = -2 \frac{d(\sqrt{C_L}/C_D)}{\sqrt{C_L}/C_D} \left(\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} - 1 \right) \left(1 + \frac{W_{emp}}{W_p} \right) \quad (2.5)$$

最大航続距離を得るための飛行姿勢はジェット機では $(\sqrt{C_L}/C_D)_{\max}$ の迎え角を保って飛行するときであ

る。この姿勢から dC_L だけ大きい揚力係数の姿勢で飛ぶと仮定する。ここで、

$$\frac{\sqrt{C_L}}{C_D} = \frac{C_L^{1/2}}{C_{D_0} + C_L^2/\pi e A}$$

で、 C_L について微分すると

$$d\left(\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}\right) = \frac{C_{D_0} - 3C_L^2/\pi e A}{2\sqrt{C_L}(C_{D_0} + C_L^2/\pi e A)^2} dC_L$$

であり、したがって

$$\frac{d\left(\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}\right)}{\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}} = \frac{\left(C_{D_0} - 3\frac{C_L^2}{\pi e A}\right)dC_L}{2\left(C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e A}\right)C_L}$$

となる。この式で、先述のように

$$C_L = \sqrt{\frac{1}{3} C_{D_0} \cdot \pi e A}$$

より dC_L だけ大きい揚力係数の姿勢で飛ぶと仮定すると、

$$C_L^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3} C_{D_0} \cdot \pi e A} + dC_L\right)^2$$

で、 $(dC_L)^2$ の項を無視すると次式が得られる。

$$\frac{d\left(\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}\right)}{\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}} = -\frac{\left(\frac{dC_L}{C_L}\right)^2}{\frac{4}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{dC_L}{C_L}\right)} \quad (2.6)$$

前と同様、同じ重さを支えるのに C_L の変化に伴う V の変化は飛行高度一定とすると $V^2 \cdot C_L = \text{const.}$ であるので

$$\frac{dC_L}{C_L} = -2 \frac{dV}{V} \quad (2.7)$$

ゆえに、式(2.5)、(2.6)と式(2.7)から、ジェット機についての速度増加比の次式が得られる。

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{1 + 6\left(\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} - 1\right)\left(1 + \frac{W_{\text{emp}}}{W_p}\right)} \quad (2.8)$$

ただし、

$$V = 3.6 \sqrt{\frac{2W_1}{\rho S \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right) C_{D \min} \cdot \pi e A}}}$$

である。

2.3 考察 現用されている輸送機の多くについての計算結果を第3、4図に示した。

第3図は全備重量に占める燃料重量の割合と速度増加比の関係を示した。長距離飛ぶ飛行機は dV/V が小さく、短距離飛ぶ飛行機は dV/V が大きくなっている。このことは dV/V 式で予測されるとおりで、長距離機では短距離機に比較して燃料重量の全備重量に占める割合が大きいため着陸重量が小さくなるためである。さらに有償重量についても長距離機は短距離機に比較して上の理由から小さくなり dV/V を小さくするのである。

第4図はここでの計算で求めた V_p とその機体で公表されている巡航速度とを比較した。プロペラ機ではかなりよく一致しており、ジェット機では計算によるものがやや大きめに出た。これは音速に近い速度では抵抗係数が急に大きくなる点を考慮せずに導いた関係のためと考えられる。なお、入手できた資料の関係で各輸送機のペイロード最大の状態で飛びうる最大飛行距離の状態のみについて比較せざるをえなかった。

第5図は輸送機の飛行距離と巡航速度を変えたときの輸送力の変化具合を示した。要求仕様、改良等で重量や性能は少しずつ変わるのだが、一例としてボー

第3図 全備重量に占める燃料重量の割合と速度増加比との関係

第4図 理論値と実際値の比較

イング B 747 SR (短距離機)についていえば、マッハ 0.82 (飛行高度 6,100 m の標準大気状態で 933 km/hr) で飛行すると、ここでの計算による速度 937 km/hr とほぼ一致し輸送力はほぼ最大となる。

以上の点から輸送力最大を目指すことが輸送機の巡航速度を定めるときの最重要要素の一つであることが

第5図 輸送力を最大にするときの速度と飛行距離との関係

明らかとなった。なお、速度増大による燃料費の増大、エンジンの出力の増加を必要とすることの影響など、考慮すべき要素はある。

終りに、有益な資料をいただきご教示をたまわった全日本空輸株式会社運航技術部性能技術課の酒井正孝氏、加藤豊氏、ならびに貴重な資料をいただいた日本航空株式会社運航技術部性能技術課の佐藤和信氏、東亜国内航空株式会社航務部運航技術課の堀高明氏に謝意を表します。

参考文献

- 1) 山内邦比古, 永島正義: 輸送機の輸送力と実用巡航速度との関係に関する研究, 日本航空宇宙学会, 第16回飛行機シンポジウム講演集 (December, 1978).