論文 CONTRIBUTED PAPERS

軸対称形状の網を通過する流れの解析* The Flow through a Gauze of Axisymmetric Shape

田 中 秀 孝**
Hidetaka TANAKA

Abstract

Control of the velocity distribution is a fundamental and an important problem in many engineering problems. In this paper results of theoretical investigation of axisymmetrical flow through a gauze or a screen and a gauze shape of producing shear flow at far downstream are presented. The analytical method in this paper is based upon the linearized theory in which a method of asymptotic expansion is used. The empirical values of gauze resistance which are related with the velocity distributions for upstream and downstream of the gauze, the gauze shape, and the gauze coefficient are used to analyze the steady, inviscid, and rotational fluid flow. The shape of gauze and the velocity distributions are calculated by means of using the FOURIER-BESSEL expansion. It is seen that the using of fifteen zeros of Bessel functions is enough to carry out the numerical calculation with high accuracy for these examples.

1. 緒 言

一様流れが平行壁中および管内に置かれた曲がった形状の網やスクリーンを通過する場合、網の抵抗により網を通過後の流れは通常一様ではなく、剪断流れとなる。このように網による流れの速度分布の変化を調べる問題には、次の2通りの場合が考えられる。すなわち、(1)一様流れがある曲がった形状の網により、どのような流速分布になるか？ (2)一様流れが網を通過後所定の流速分布を得るには、どのような形状の網が適切か？である。網を通過後に所定の速度分布を得たいという(2)の場合は、整流装置や網を使ったディフューザ、防風網などの研究に関連して興味ある問題である。また、剪断流れ中の翼特性についての研究などにおいて、風洞試験をする場合にもこのような問題が生ずる。ファン等の空気取り入れ口に異物の侵入を防御するための網などは、(1)の場合に相当する。

そこで本論文では、(1)、(2)の場合につき三次元的問題として重要である管内に置かれた任意軸対称形状の網やスクリーンを通過した流れを取り扱う。

網を通過した流れの解析として、二次元問題を OWEN and ZIENKIEWICZ¹⁾ が行っており、平行壁中に垂直に置かれた網に対し、網の抵抗係数分布を変化させて解析している。また、TAYLOR^{2),3)}, KOO and JAMES⁴⁾, 木谷ら⁵⁾は網の代わりに網の抵抗係数と関連づけて、吹き出し分布を置いて解析している。さらに、ELDER⁶⁾は網の各部分の傾き角と網全体の平均傾き角とのずれが微小と考慮して、上流速度分布、網変数、網の形状、下流速度分布の間の関係式を線形化して解析している。しかし、この ELDER の解法は、網による攪乱が微小と仮定しながらも、基礎式にはその2乗の微小量を含む「 s 」というパラメータを用いて解析している。LIVESEY ら⁷⁾は、この「 s 」の項を無視したほうがよりよく実験値と一致することを指摘している。前報⁸⁾において述べたようにそれぞれの理論に欠点があるので、二次元問題を取り扱った前報では、基礎式を網の最大傾き量 s_0 に関して漸近展開し、ELDER の解法をより論理的にするとともに、高次のオーダーまで発展させる理論を構築した。

三次元問題の解析としては、管内流における田中^{9),10)}, MCCARTHY¹¹⁾, LIVESEY and LAWS¹²⁾の研究がある。田中は複数抵抗体による整流効果を明らかにしており、MCCARTHY は ELDER の理論を適用し、管内にまっすぐな網を置き、網の抵抗係数分布を変化させた場合を解析している。LIVESEY and LAWS も ELDER の理論を用い、管内に置いた軸対称形状の網を通過した流れを解析し、二次元の場合と同様に ELDER の理論における「 s 」の項を無視したほうが実験値とよく一致することを指摘している。そこで本報では、前報において構築した理論を管内流に適用し、任意軸対称形状の網を通過する流れを第1次近似まで解析し、また、種々の剪断流れを生じさせる網の形状を求めた。本解析結果と ELDER や LIVESEY and LAWS¹²⁾の解析結果および実験結果とを比較検討し、

* 昭和55年5月8日原稿受理

** 大阪府立大学工学部機械工学科

さらにこれまで解析されていないような流速分布の場合についても計算した。

2. 記 号

U, V : z 軸方向および r 軸方向速度分布

U_n, V_n : 網に垂直および接線方向速度成分

$\Delta U_n, \Delta V_n$: 網上における網に垂直方向および接線方向の速度差

θ : z 軸方向と網の垂直方向とのなす角

ρ : 流体の密度

${}_1P, {}_2P$: 上流および下流の静圧

${}_1H, {}_2H$: 上流および下流の単位質量当たりの全

エネルギー $H = \frac{1}{2}(U^2 + V^2) + \frac{P}{\rho}$

K : 網の抵抗係数

B : 式(4)で定義された網による屈折係数

s_0 : 網の最大傾き量, $s_0 = \tan \theta_{\max}$

k : 網のたるみ度

λ : 式(6)で定義された下流の剪断度

${}_1\omega, {}_2\omega$: 上流および下流の渦度

ψ : ストークスの流れ関数

A_n, B_n : FOURIER-BESSEL 展開係数

添字

左下の添字

1: 網の上流領域

2: 網の下流領域

右下の添字

0: 第0次近似

1: 第1次近似

2: 第2次近似

$\infty, -\infty$: 無限下流および無限上流における値

3. 理 論 解 析

定常, 非圧縮, 非粘性の流体が円管内を流れている場合に, 前報と同様に上流速度分布, 下流速度分布, 網変数, 網の形状の間の関係式に漸近展開法の概念を利用し, 網の最大傾き量を微小とし, この微小量で基礎式を展開した。そして第0次近似, 第1次近似まで解析した。

3.1 基礎条件式 座標としては主流方向を z , 半径方向を r , 周方向を ϕ とする円柱座標系を用いる。主流には半径方向および周方向の速度成分はないものとする。したがって, 軸対称な網の形状を取り扱う。主流方向の速度成分を U , 半径方向の速度成分を V とする。網の前後での網に対して垂直方向の速度変化 ΔU_n は流量保存則から

$$\Delta U_n = {}_1U_n - {}_2U_n = 0 \quad (1)$$

となる。ここで添字 1, 2 は網の上流, 下流の領域を

示し, n は網に対して垂直方向の成分を示す。網は速度と圧力の不連続面と考えることができるので, 網を通過するときの圧力損失を ΔP , 流体の密度を ρ , 網の抵抗係数を K とすると,

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho K U_n^2 \quad (2)$$

と表わされ, $K \geq 0$ である。また, 網の接線方向の速度成分 V_n を考えると, 一般に網による圧力損失のため網前後での V_n が異なり ${}_1V_n \neq {}_2V_n$ である。したがって, 網は網の接線方向に力を受ける。ここで B を次のように定義する。

$$\Delta V_n = {}_1V_n - {}_2V_n = B {}_1V_n \quad (3)$$

通常, $0 \leq B \leq 1$ であるので, 流線は網の法線方向に近づく。また, B は実験により正方形のメッシュでは次のような関係が得られている⁶⁾。

$$B = 1 - (1 + \sqrt{K})^{-1/2} \quad (4)$$

円柱座標 (z, r, ϕ) をとり, 各速度成分を (U, V, W) とする。旋回を考えない軸対称問題を考えるので $W = 0$ である。網の傾き角を θ とすると,

$$U_n = U \cos \theta - V \sin \theta \quad (5)$$

$$V_n = U \sin \theta + V \cos \theta \quad (6)$$

式(5), (6)で式(1), (2), (3)を整理すると, 網を通過する流れに対する境界条件式は,

$${}_2U = {}_1U - ({}_1V - {}_2V)T \quad (a)$$

$$\frac{\partial ({}_1H - {}_2H)}{\partial r} = {}_2U \cdot {}_2\omega - {}_1U \cdot {}_1\omega \quad (b)$$

$$B {}_1UT = (1 - B) {}_1V - {}_2V + ({}_1V - {}_2V)T^2 \quad (c)$$

(7)

となる。ただし, ${}_1H, {}_2H$ は上流および下流における流体の単位質量あたりの全エネルギーであり, $H = (U^2 + V^2)/2 + P/\rho$ で与えられる。渦度ベクトル ω は $(0, 0, \omega)$ である。渦度 ω は軸対称流であるので

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial r} \quad (8)$$

であり, また, $T = \tan \theta$ である。

3.2 解法 解析法としては, 各速度成分を網の最大傾き量に関して漸近展開する。すなわち, $T = \tan \theta \cong s_0 \eta(r)$ とし, s_0 は網の最大傾き量で $s_0 \ll 1$ とする。まず, z, r 方向の速度成分を s_0 で展開すると次のようになる。

$$U = U_0 + s_0 U_1 + s_0^2 U_2 + O(s_0^3) \quad (9)$$

$$V = V_0 + s_0 V_1 + s_0^2 V_2 + O(s_0^3) \quad (10)$$

英文字の右下の添字 0, 1, 2 は第0次近似, 第1次近似, 第2次近似を示す。同様に網に対して垂直および接線方向の速度成分を s_0 で展開すると次のようになる。

$$U_n = U_0 + s_0 [U_1 - \eta V_0] + s_0^2 [U_2 - \eta V_1]$$

$$-\frac{1}{2}\eta^2 U_0] + O(s_0^3) \quad (11)$$

$$V_s = V_0 + s_0[V_1 + \eta U_0] + s_0^2[V_2 + \eta U_1 - \frac{1}{2}\eta^2 V_0] + O(s_0^3) \quad (12)$$

式(7)(a), (7)(c)を s_0 のオーダーで整理すると,

$${}_1U_0 = {}_2U_0 \equiv U_0 \quad (13)$$

$${}_1U_1 - \eta_1 V_0 = {}_2U_1 - \eta_2 V_0 \quad (14)$$

$${}_1U_2 - \eta_1 V_1 = {}_2U_2 - \eta_2 V_1 \quad (15)$$

$$(1-B)_1 V_0 = {}_2V_0 \quad (16)$$

$$(1-B)_1 V_1 = {}_2V_1 + \eta B {}_1U_0 \quad (17)$$

$$(1-B)_1 V_2 = {}_2V_2 + \eta[{}_2U_1 - (1-B)_1 U_1] - \frac{1}{2}\eta^2[{}_2V_0 - (1-B)_1 V_0] \quad (18)$$

となる。これらの式は網の前後で満足しなければならない。式(13), (16)は第0次近似, 式(14), (17)は第1次近似, 式(15), (18)は第2次近似である。網の前後での総圧の差が圧力損失であるから、網の前後においては,

$${}_1H - {}_2H = \frac{1}{2}[{}_1U^2 + {}_1V^2] - \frac{1}{2}[{}_2U^2 + {}_2V^2] + \frac{1}{2}KU_n^2 \quad (19)$$

となる。この式(19)を s_0 で展開し整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} {}_1H - {}_2H = & \frac{1}{2}[{}_1V_0^2 - {}_2V_0^2 + KU_0^2] + s_0[{}_1U_0{}_1U_1 \\ & + {}_1V_0{}_1V_1 - {}_2U_0{}_2U_1 - {}_2V_0{}_2V_1 \\ & + KU_0({}_1U_1 - \eta_1 V_0)] + \frac{1}{2}s_0^2[{}_1U_1^2 \\ & - {}_2U_1^2 + {}_1V_1^2 - {}_2V_1^2 + 2{}_1U_0{}_1U_2 \\ & - 2{}_2U_0{}_2U_2 + 2{}_1V_0{}_1V_2 - 2{}_2V_0{}_2V_2 \\ & + K\{{}_1U_1^2 + 2{}_1U_0{}_1U_2 + \eta_1^2 V_0^2 \\ & - 2\eta({}_1U_0{}_1V_1 + {}_1U_1{}_1V_0) - \eta^2 U_0^2\}] \\ & + O(s_0^3) \end{aligned} \quad (20)$$

ある点 $P(z, r, 0)$ でのストークスの流れ関数は,

$$\psi(P) = \int_0^r U r dr \quad (21)$$

である。一定の流れ関数上では ω/r は一定であるから、この流線の無限前方および後方での位置における r 座標を、それぞれ r_{-} , r_{+} とすると、次式が成立する。

$$\int_0^r U r dr = \int_0^{r_{-}} U_{-} r dr = \int_0^{r_{+}} U_{+} r dr \quad (22)$$

ただし、 U_{-} , U_{+} は無限前方および後方での z 方向の速度を示す。いまここで、 U , r_{-} を s_0 で展開すると次のようになる。

$$U = U_0 + s_0 U_1 + s_0^2 U_2 + O(s_0^3)$$

$$r_{-}(r) = r_{0-}(r) + s_0 r_{1-}(r) + s_0^2 r_{2-}(r) + O(s_0^3)$$

上の2式を式(22)に代入すると、すなわち、

$$\begin{aligned} \int_0^{r_{-}} U_{-} r dr &= \int_0^{r_{0-}} U_{0-} r dr \\ &+ s_0 \int_0^{r_{0-}} U_{1-} r dr \\ &+ s_0^2 \int_0^{r_{0-}} U_{2-} r dr \end{aligned} \quad (23)$$

となる。 U_{-} は r の関数であるので、これを TAYLOR 展開すると、

$$\begin{aligned} U_{0-}(r_{-}) &= U_{0-}(r_{0-}) + s_0 \left[r_{1-} \frac{dU_{0-}}{dr} \right] \\ &+ s_0^2 \left[r_{2-} \frac{dU_{0-}}{dr} + \frac{1}{2} r_{1-}^2 \frac{d^2 U_{0-}}{dr^2} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} U_{1-}(r_{-}) &= U_{1-}(r_{0-}) + s_0 \left[r_{1-} \frac{dU_{1-}}{dr} \right] \\ &+ s_0^2 \left[r_{2-} \frac{dU_{1-}}{dr} + \frac{1}{2} r_{1-}^2 \frac{d^2 U_{1-}}{dr^2} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} U_{2-}(r_{-}) &= U_{2-}(r_{0-}) + s_0 \left[r_{1-} \frac{dU_{2-}}{dr} \right] \\ &+ s_0^2 \left[r_{2-} \frac{dU_{2-}}{dr} + \frac{1}{2} r_{1-}^2 \frac{d^2 U_{2-}}{dr^2} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

となる。式(22)で整理すると、

$$\int_0^r U_0 r dr = \int_0^{r_{0-}} U_{0-} r dr \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \int_0^r U_1 r dr &= r_{0-} r_{1-} U_{0-} + \int_0^{r_{0-}} U_{1-} r dr \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \int_0^r U_2 r dr &= r_{0-} r_{2-} U_{0-} + r_{0-} r_{1-} U_{1-} + \frac{1}{2} r_{1-}^2 U_{0-}^2 \\ &+ \frac{1}{2} r_{0-} r_{1-}^2 \frac{dU_{0-}}{dr} + \int_0^{r_{0-}} U_{2-} r dr \end{aligned} \quad (29)$$

である。 ω/r は流線に沿って一定であるから、

$$\omega(z, r, 0) = \frac{r}{r_{-}} \omega(\infty, r_{-}, 0) \quad (30)$$

となり、式(7)(b)の右辺は、

$$\begin{aligned} & \frac{r}{r_{0-}} \left[{}_1U_0 \frac{d{}_1U_{0-}}{dr} - {}_2U_0 \frac{d{}_2U_{0-}}{dr} \right] + s_0 \frac{r}{r_{0-}} \left[{}_1U_1 \frac{d{}_1U_{0-}}{dr} \right. \\ & \quad \left. - {}_2U_1 \frac{d{}_2U_{0-}}{dr} - \frac{r_{1-}}{r_{0-}} \left\{ {}_1U_0 \frac{d{}_1U_{0-}}{dr} - {}_2U_0 \frac{d{}_2U_{0-}}{dr} \right\} \right. \\ & \quad \left. + {}_1U_0 \left\{ r_{1-} \frac{d{}_1^2 U_{0-}}{dr^2} + \frac{d{}_1 U_{1-}}{dr} \right\} \right. \\ & \quad \left. - {}_2U_0 \left\{ r_{1-} \frac{d{}_2^2 U_{0-}}{dr^2} + \frac{d{}_2 U_{1-}}{dr} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +s_0^2 \frac{r}{r_0} \left[{}_1U_2 \frac{d_1U_{0\infty}}{dr} - {}_2U_2 \frac{d_2U_{0\infty}}{dr} \right. \\
& + {}_1U_1 \left\{ \frac{r_{1\infty}}{r_0} \frac{d_1U_{0\infty}}{dr} - \frac{d_1^2U_{0\infty}}{dr^2} - \frac{d_1U_{1\infty}}{dr} \right\} \\
& + {}_2U_1 \left\{ \frac{r_{1\infty}}{r_0} \frac{d_2U_{0\infty}}{dr} - r_{1\infty} \frac{d_2^2U_{0\infty}}{dr^2} - \frac{d_2U_{1\infty}}{dr} \right\} \\
& - \frac{1}{r_0} \left(r_{2\infty} - \frac{r_{1\infty}^2}{r_0} \right) \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1U_{0\infty}}{dr} - {}_2U_0 \frac{d_2U_{0\infty}}{dr} \right\} \\
& - \frac{r_{1\infty}^2}{r_0} \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1^2U_{0\infty}}{dr^2} - {}_2U_0 \frac{d_2^2U_{0\infty}}{dr^2} \right\} \\
& - \frac{r_{1\infty}}{r_0} \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1U_{1\infty}}{dr} - {}_2U_0 \frac{d_2U_{1\infty}}{dr} \right\} \\
& + r_{2\infty} \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1^2U_{0\infty}}{dr^2} - {}_2U_0 \frac{d_2^2U_{0\infty}}{dr^2} + \frac{1}{2} r_{1\infty}^2 \right. \\
& \times \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1^3U_{0\infty}}{dr^3} - {}_2U_0 \frac{d_2^3U_{0\infty}}{dr^3} \right\} \\
& + r_{1\infty} \left\{ {}_1U_0 \frac{d_1^2U_{1\infty}}{dr^2} - {}_2U_0 \frac{d_2^2U_{1\infty}}{dr^2} \right\} \\
& \left. + {}_1U_0 \frac{d_1U_{2\infty}}{dr} - {}_2U_0 \frac{d_2U_{2\infty}}{dr} \right] + O(s_0^3) \quad (31)
\end{aligned}$$

となる。

さて、旋回のない軸対称流の ϕ に関する基礎方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = -r\omega(\phi) \quad (32)$$

流れ関数、渦度を s_0 で展開し、各オーダーで整理すると基礎方程式は、

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} = -r\omega_0(\phi_0) \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = -r \left\{ \phi_1 \frac{d\omega_0}{d\phi_0} + \omega_1(\phi_0) \right\} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \\
& = -r \left\{ \phi_2 \frac{d\omega_0}{d\phi_0} + \frac{1}{2} \phi_1^2 \frac{d^2\omega_0}{d\phi_0^2} + \phi_1 \frac{d\omega_1}{d\phi_0} + \omega_2(\phi_0) \right\} \quad (35)
\end{aligned}$$

となる。

3.3 第0次近似 第0次近似における基礎式および網面上での境界条件式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} = -r\omega_0(\phi_0)$$

$${}_1U_0 = {}_2U_0 \equiv U_0 \quad (36)$$

$$(1-B)_1V_0 = {}_2V_0 \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \frac{d}{dr} [{}_1V_0^2 - {}_2V_0^2 + KU_0^2] \\
& = \frac{r}{r_0} U_0 \left[\frac{d_1U_{0\infty}}{dr} - \frac{d_2U_{0\infty}}{dr} \right] \quad (38)
\end{aligned}$$

第0次近似での基礎方程式から ϕ_0 に関して線形であるためには、 $d_1U_{0\infty}/dr$ と $d_2U_{0\infty}/dr$ が定数でなければならぬ。

そこで、 ${}_1U_0 = {}_2U_0 = U_0 = \text{const.}$ であり ${}_1V_0 = {}_2V_0 = 0$ 、 $d_1U_{0\infty}/dr = d_2U_{0\infty}/dr = 0$ のとき、式(36)~(38)は線形方程式となり満足する。もし、 ${}_1U \neq \text{const.}$ 、 ${}_2U \neq \text{const.}$ で $dU_{0\infty}/dr \neq \text{const.}$ ならば基礎式は線形でなくなる。本報では、 ${}_1U_0 = {}_2U_0 = U_0 = \text{const.}$ の場合を取り扱う。したがって、式(27)から $r_{0\infty} = r$ となる。

3.4 第1次近似 第0次近似の結果をもとに($U_0 = U_1 = \text{const.}$)、第1次近似における基礎式および網面上での境界条件式は、式(7)(a)、(7)(c)と(7)(b)および式(31)とから次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = -r \left\{ \phi_1 \frac{d\omega_0}{d\phi_0} + \omega_1(\phi_0) \right\}$$

$${}_1U_1 = {}_2U_1 \quad (39)$$

$$(1-B)_1V_1 = {}_2V_1 + \eta BU_0 \quad (40)$$

$$\frac{d}{dr} [KU_0U_1] = U_0 \frac{d}{dr} [{}_1U_{1\infty} - {}_2U_{1\infty}] \quad (41)$$

式(41)を積分すると、

$$KU_1 = {}_1U_{1\infty} - {}_2U_{1\infty} \quad (42)$$

となり、さらに無限前方は一樣流れと考えているので

$${}_2U_{1\infty} = -KU_1 \quad (43)$$

の関係式が導かれる。つぎに流れ関数 ϕ_1 を次のようにわけると、すなわち

$$\phi_1 = \phi_1^* + \phi_1^{**} \quad (44)$$

とし、基礎方程式に代入すると次のように表わすことができる。

$$\frac{\partial^2 \phi_1^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1^*}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial r} = -r\omega_1(\phi_0) \quad (45)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \phi_1^{**}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1^{**}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1^{**}}{\partial r} \\
& = (\phi_1^* + \phi_1^{**}) \frac{1}{U_{0\infty}} \frac{d^2U_{0\infty}}{dr^2} \quad (46)
\end{aligned}$$

第0次近似の $dU_{0\infty}/dr = 0$ と $r_{\infty} = r$ により渦度は、

$$\omega_1(\phi_0) = -\frac{dU_{1\infty}}{dr} \quad (47)$$

であるから、式(45)(46)は、

$$\frac{\partial^2 \phi_1^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1^*}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial r} = r \frac{dU_{1\infty}}{dr} \quad (48)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1^{**}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_1^{**}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1^{**}}{\partial r} = 0 \quad (49)$$

となる。この式(49)の解は、

$$\phi_1^{**} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n r J_1(k_n r) e^{k_n z} \text{ for } z < 0 \quad (50)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} B_n r J_1(k_n r) e^{-k_n z} \text{ for } z > 0 \quad (51)$$

J_1 : 第1種1次ベッセル関数

k_n : 第1種1次ベッセル関数の零点

A_n , B_n は FOURIER-BESSEL 展開係数である。網の

上流および下流において,

$${}_1\psi_1^*=0, \quad {}_2\psi_1^*=\int_r^{\infty} {}_2U_{1\infty} r dr \quad (52)$$

である。これにより上流および下流の速度分布は次のようになる。

$${}_1U_1=\sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n J_0(k_n r) e^{k_n z} \quad (53)$$

$${}_2U_1={}_2U_{1\infty}+\sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n J_0(k_n r) e^{-k_n z} \quad (54)$$

$${}_1V_1=-\sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n J_1(k_n r) e^{k_n z} \quad (55)$$

$${}_2V_1=\sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n J_1(k_n r) e^{-k_n z} \quad (56)$$

となり、網面上での境界条件式(39)より次の関係が得られる。

$${}_2U_{1\infty}=\sum_{n=1}^{\infty} (A_n-B_n) k_n J_0(k_n r) \quad (57)$$

また、式(43)より A_n と B_n の関係は、

$$B_n=(1+K)A_n \quad (58)$$

となる。この式と網面上での境界条件式により次の2式が導かれる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n J_1(k_n r) = \frac{B\eta U_0}{B-2-K} \quad (59)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n J_0(k_n r) = -\frac{{}_2U_{1\infty}}{K} \quad (60)$$

式(59)と式(60)によって、軸対称形状の網を通過後の流れの速度分布、および下流で剪断流れの速度分布を生じさせるための網の形状を求めることができる。

4. 具体例の計算結果

無限上流の速度分布を一様とし、本解法によって導かれた式(59)と式(60)を用いて網を通過後の攪乱速度分布、および下流で剪断流れを生じさせる網の形状を求めた。FOURIER-BESSEL 展開係数を求めるには、DINI's Expansion または係数に対する連立方程式によって求めることができる。

第1図 網の形状

第2図 網を通過後のかく乱速度分布

4.1 四次曲面と平面から成る網を通過した流れ

ELDER および LIVESEY and LAWS¹²⁾の解析結果および実験値と本解析結果を比較検討するために第1図のような形状の網を通過した流れを考えた。 z 軸は管軸方向で、 r は管径方向で、それぞれを管径で無次元化したものである。網の形状は $r=r_1$ を境にして、次の2式で与えられるものとする。

$$z = -kr^2(r^2 - a^2) \quad \text{for } 0 \leq r \leq r_1 \quad (61)$$

$$= p_1 \quad \text{for } r_1 \leq r \leq 1.0 \quad (62)$$

ここで k は網のたるみ度を示し、 a は r_1 の位置によって定まる定数である。 p_1 は LIVESEY and LAWS の実験値と比較するため 0.366 とした。

第2図には、 $K=3.8$, $B=0.4$, $r_1=0.6$, $k=2.85$ のときの網を通過後の無限下流の攪乱速度分布を示す。横軸には無次元化した管径をとり、縦軸は攪乱速度成分を示す。一点鎖線は ELDER の理論による解析結果であり、破線は ELDER の理論において「 s 」の項を無視して計算した LIVESEY and LAWS の解析結果である。実線が本解法による解析結果であり、実験値とよく一致していることがわかる。また、本解法では式(59)の FOURIER-BESSEL 展開係数の値は、第1種1次ベッセル関数の零点の数に依存するので、零点の数を順次多くし 15 個で十分に収れんしていることを確かめた。

同様の形状をもつ網について、抵抗係数を変化させたときの下流の攪乱速度分布を第3図に示す。ここでは、網を通過するときに網の抵抗による流れの変動は式(4)を用いて計算した。 $0 \leq r \leq r_1$ における攪乱速度分布は抵抗係数によって大きな影響を受けるが、 $r_1 \leq r \leq 1.0$ においては網の形状が変化していないため、 K による攪乱速度分布への影響は少ないことがわ

第3図 抵抗係数の影響による網を通過後のかく乱速度分布

第4図 r_1 の影響による網を通過後のかく乱速度分布

第5図 余弦面の網を通過後のかく乱速度分布

かる。次に $K=3.0$, $B=0.39$ として r_1 の変化による攪乱速度分布への影響を示したのが第4図である。 r_1 を変化させることにより攪乱速度分布の傾きが変化する。これは r_1 を変化させることにより、網のたるみ度 k が変化するためと考えられる。 $r_1=1.0$ のときはほぼ一様な剪断流れとなっていることがわかる。

4.2 余弦面形状の網を通過した流れ 次のような余弦面形状の網を通過した流れを考える。

$$z = -\frac{1}{12} \cos(4\pi r) \quad (63)$$

このときの FOURIER-BESSEL 展開係数の値は DINI's Expansion により次のようになる。

$$A_n = \frac{2B}{(B-2-K)k_n [J_2(k_n)]^2} \int_0^r r \sin(4\pi r) J_1(k_n r) dr \quad (64)$$

式(63)で表わされる網を通過した流れの攪乱速度分布を第5図に示す。二次元における解析結果とほぼ同様の形状を示している。

4.3 放物面形状の網を通過した流れ 次のような放物面形状の網を通過した流れを考える。

$$z = \frac{k}{2} r^2 \quad (65)$$

k は放物面のたるみ度を示す。これは上流方向にふくらんだ放物面である。この場合、FOURIER-BESSEL 展開係数の値は DINI's Expansion により次のようになる。

$$A_n = \frac{2BU_0}{(B-2-K)k_n^2 [J_2(k_n)]} \quad (66)$$

第6図には、放物面形状の網を通過した流れの攪乱速度分布を横軸にとり、これを $2BKk/(2+K-B)$ で無次元化して示してある。

4.4 剪断流れを生じさせる網の形状 網を通過後の無限下流の攪乱速度分布が剪断流れとなる場合、網の形状はどのようになるかを考える。この種の問題は

第6図 放物面の網を通過後のかく乱速度分布

二次元的には, ELDER や TURNER¹⁴⁾が取り扱っている。三次元的な問題としては, LIVESEY and LAWS¹⁵⁾が ELDER の理論において「 s 」を無視して解析している。しかし, その解析においては第1種1次ベッセル関数の零点はただ1個のみの場合における FOURIER-BESSEL 展開係数を与えて計算を行なっている。したがって計算精度に問題があると思われる。そこで本解析法では, 第1種1次ベッセル関数の零点を15個にとり, 初めの15項で計算を行なった。零点の個数は順次多くとって計算したところ, 15個までとればほぼ一定の計算結果を導くことができた。網を通過後の無限下流の攪乱速度を次のような剪断流れと考える。

$$zU_{\infty} - 1 = \lambda(r - q) \quad (67)$$

ここで λ は無限下流の攪乱速度の剪断度を示す。また, q は連続の条件 $\int_0^1 zU_{1-r} r dr = 0$ によって定まる数で $2/3$ である。式(67)のような剪断流れを生じさせる網の形状は,

$$z = \frac{2+K-B}{B} \sum_{n=1}^{\infty} s_0 A_n J_0(k_n r) \quad (68)$$

となる。剪断流れを生じさせる網の形状を示したのが第7図, 第8図である。第7図は下流の攪乱速度の剪断度を $0.2 \sim 1.0$ まで変化させたときの網の形状である。このとき, $K=3.0$, $B=0.39$ である。本解析法では, $s_0 \ll 1$ として解析しているのので, 剪断度の大きいところでは, 本解析法は用いられないと考えられる。しかし, 前報⁸⁾において $s_0 \ll 1$ と仮定して二次元問題を解析した結果, 網を通過した流れの攪乱速度分布は $s_0 \approx 1$ でも実験値とよく一致していた。そこで, 下流の攪乱速度の剪断度は 1.0 までとして, 網の形状を計算した。本計算から下流の攪乱速度分布に剪断度の大きな流れを作るには, 網の形状の変化を大きくし

第7図 せん断流れを生じさせる網の形状

第8図 抵抗係数変化によるせん断流れを生じさせる網の形状

なければならないことがわかる。また, 第8図は剪断度 0.6 の攪乱速度分布を下流に生じさせるときの, 網の抵抗係数 K による網の形状への影響を示している。下流で一定の剪断度をもつ攪乱速度分布を得るには, 抵抗係数が小さいときには網の形状を大きく変化させる必要があり, また, 抵抗係数が大きいときには, 網の形状変化は小さくてよいことがわかる。これは抵抗係数が大きくなるにつれて, 流れが網を通過するときに曲げられる率が大きくなるためと考えられる。

5. 結 言

円管内に置かれたたるみの小さい任意軸対称形状の網またはスクリーンを通過した流れの速度分布, および下流で速度分布が軸対称な剪断流れを生じさせる網の形状について解析した。前報⁸⁾において, 平行壁中に置かれた任意形状の網を通過した流れを取り扱い, 高次のオーダーに発展できる理論を構築した。本報では, この理論を三次元的問題へ拡張したものである。本解析によって導かれた式(59), 式(60)を用いることにより, 任意軸対称形状の網を通過した流れの攪乱速度分布, また下流に適当な剪断流れを生じさせる網の形状を求めることができる。本報では, 種々の具体例について計算し, 他の理論結果や実験結果と比較した。この結果, 本解析結果は他の理論値より, より実験値を表現していることがわかった。また数値計算に際し, FOURIER-BESSEL 展開係数の値を求めるときに, 第1種1次ベッセル関数の零点は15個までとれば十分であることがわかった。

最後に, 本研究に対し懇切なるご指導を賜った大

阪府立大学 宮井善弘教授, 木田輝彦助教授, 仲谷仁志助手に厚く感謝の意を表わします。

参考文献

- 1) OWEN, P. R. and ZIENKIEWICZ, H. K.: The Production of Uniform Shear Flow in a Wind Tunnel, *J. Fluid Mech.*, Vol. 22 (1957), pp. 521-531.
- 2) TAYLOR, G. I.: Air Resistance of a Flat Plate of Very Porous Material, *Aeronaut. Res. Council. Rep. Memo.*, No. 2236 (1944).
- 3) TAYLOR, G. I. and BATCHELOR, G. K.: The Effect of a Gauze on Small Disturbances in a Uniform Stream, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 2 (1949), pp. 1-29.
- 4) KOO, J. K. and JAMES, D. F.: Fluid Flow around and through a Screen, *J. Fluid Mech.*, Vol. 60 (1973), pp. 513-538.
- 5) 木谷勝, 有江幹男, 越川欣哉: 平面壁上の多孔平板をよぎる非粘性せん断流れ, *日本機械学会論文集*, Vol. 45, No. 393 (1979), pp. 758-762.
- 6) ELDER, J. W.: Steady Flow through Non-uniform Gauzes of Arbitrary Shape, *J. Fluid Mech.*, Vol. 5 (1959), pp. 355-363.
- 7) LIVESEY, J. L. and LAWS, E. M.: Flow through Non-uniform Gauze Screens, *J. Fluid Mech.*, Vol. 59 (1973), pp. 737-743.
- 8) 田中秀孝: 任意形状の網を通過する流れの解析, *日本機械学会論文集*, Vol. 46, No. 411 (1980), pp. 2098-2105.
- 9) 田中英穂: 管内流における複数抵抗体による整流効果, *日本機械学会論文集*, Vol. 40, No. 399 (1974), pp. 3122-3128.
- 10) 田中英穂: 管内流における抵抗体による整流効果, *日本機械学会論文集*, Vol. 41, No. 346 (1975), pp. 1802-1809.
- 11) McCARTHY, J. H.: Steady Flow past Non-uniform Wire Grids, *J. Fluid Mech.*, Vol. 19 (1964), pp. 491-512.
- 12) LIVESEY, J. L. and LAWS, E. M.: The Simulation of Internal Flow Velocity Profiles by means of Wire Gauze Screens, *AIAA Paper*, No. 72-165 (1972).
- 13) LIVESEY, J. L. and LAWS, E. M.: Simulation of Velocity Profiles by Shaped Gauze Screens, *AIAA J.*, Vol. 11, No. 2 (1973), pp. 184-188.
- 14) TURNER, J. T.: A Computational Method for the Flow through Non-uniform Gauzes, *J. Fluid Mech.*, Vol. 36 (1969), pp. 367-383.
- 15) LIVESEY, J. L. and LAWS, E. M.: An Approximate Method for The Design of Shaped Gauze Screen Velocity Profile Generators, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 29 (1974), pp. 306-308.

可撓面をもつ細長三角翼の前縁はく離流れ*

The Flow past a Slender One-Lobed Parawing with Leading-Edge Separation

山田 哲也**・宮井 善弘***

Tetsuya YAMADA and Yoshihiro MIYAI

Abstract

The main feature of the flow past a slender delta wing is the existence of leading-edge separation. It has been shown in many investigations that this separation greatly contributes the wing performance. But no papers exist about a slender parawing with leading-edge separation. In the present paper, the flow over a slender one-lobed parawing with leading-edge separation is considered by using the simple model of BROWN and MICHAEL and the slender body theory, assuming the flow field to be conical.

Wing shape, vortex position and strength can be found from a set of non-linear simultaneous equations which describe the stream surface condition of the wing and the statical balance between the surface tension and the pressure

jump through the wing, together with the zero-force condition on the vortex system. The solutions are obtained for various values of λ and K , i.e. the wing tension and the incidence parameter, respectively, by making use of NEWTON-RAPHSON's numerical procedure. Normal force and pressure distribution are also calculated from the values that specify the wing shape, the vortex position and strength.

It is shown that the wing shape is a little different from the attached flow solution because of high negative pressure on the upper surface caused by a separation vortex and that the maximum normal force occurs at a certain value of λ in the case where K is large.

1. ま え が き

柔軟性をもつ翼の研究は数多く行なわれている¹⁾が、とくに理論研究に限った場合、その対象は二次元帆²⁾や、剛体の桁を支持構造にもつフレキシブル形の

* 昭和55年5月10日原稿受理

** 大阪府立大学工学部大学院

*** 大阪府立大学工学部