高層気流と軸対称ジェットの干渉について*

On Interaction between Supersonic Flow at High Altitude and Radial Jet

保 原 充**・植 田 順 三**

Michiru YASUHARA, Junzo UEDA

福 田 信 彦**・中 島 時 冬**

Nobuhiko FUKUDA, Tokifuyu NAKAJIMA

張 景 鎮***・渡 辺 静 意****

Jing Zhen ZHANG and Shizui WATANABE

Abstract

Interaction of supersonic flow (with nose Mach number $M_N=8$) with radial jets, are investigated experimentally by using the shock tunnel, and some results are compared with theory. A hemisphere-cylinder and a cone-cylinder, both with radial jet nozzles, are used as models. The results of pressure measurements and SCHLIEREN photographs are shown as follows. In the case of the hemisphere-cylinder, the side boundary of the radial jet, injected from the cylindrical surface, acts like a forward-facing step, and the viscous interaction produces a dead water region in front of the radial jet. In the experimental case the detached main shock, emanating from the hemisphere nose, runs far outside from both the body surface and the jet-interaction region, and the so-called plateau pressure can be seen in the dead water region. In the case of the cone, also the jet acts like a forward-facing step, and produces a dead water region. In the present case, however, the main shock from the nose of the cone, runs rather closely to the body surface, and there can be seen direct interaction between the main shock and the jet when the jet stagnation pressure is high. In such a case, the surface pressure in the dead water region also goes up compared to that without jet, but its distribution does not show a clear plateau pattern but a rather wavy one. The outer boundary of the dead water region, calculated from the experimental pressure distributions, compares well with SCHLIEREN photograph.

1. 序

主流とジェットとの干渉問題としては、航空機のジェットフラップやスポイラ、ロケットの姿勢制御用サ

イドジェット、推力ベクトル制御用2次ジェット、飛行ロケットからの排気ブルーム等がある。とくに高層大気中を飛行するロケット・エンジンからの排気は、高い圧力 p_0 のエンジン燃焼室からきわめて低い圧力 p_∞ の大気に噴出する際には飛行体後部に巨大なロケット・ブルームを形成することが知られている^{1),2)}。このブルームは、大気の側から見れば一種の障害物体の役割をして、ブルーム前方の飛行体胴体に沿う気流と干渉して抵抗力となったり、また胴体境界層の剝離を誘起する。これはいわゆる前向きステップによる前方剝離³⁾と類似したものである。この剝離によって生じた胴体上の死水領域内には高温のジェット排気成分ガスも混入して表面を加熱したり、汚損する等の悪影響が出る。このような主流とジェットの干渉効果に関する問題の基礎研究としては、主流に垂直な方向の成分をもつ丸孔ジェット^{4),5)}やスリット状ジェット等を用いた研究がある⁶⁾⁻⁸⁾。

本研究では、物体上の超音速流とその後部の排気ブルームとの干渉を基礎的に調べるために、軸対称胴体表面のリング状スリットから、ラジアルジェットを噴出させ、物体に沿う気流との干渉をとくに前方剝離領域に注目して調べた結果を報告する。

2. 実験装置とモデル

2.1 衝撃風洞 実験のための超音速気流は衝撃風洞を用いて作られた。装置の詳細は文献 9) のとおりであり、概略配置を第1図に示す。駆動筒(driver)の初期圧約 40 気圧、作動筒(driven tube)は1気圧で、筒はノズルを通してダンプタンクに接続している。とくに超音速ノズルは、スロート直径 24 mm, 半頂角 10° の円錐ノズルを使用し、ノズルの公称出口マッハ数は8である。ノズル後部の測定部での流れは平行流ではなく一種の錐状膨張流である。また得られた超音速流のはば定常流を保つ時間域 (20~30 ms) での激圧 p_0 は約 40 kg/cm² である。ダンプタンクは 10⁻²

* 昭和55年12月16日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科

*** 南京航空学院

**** 東京都立航空工業専門学校

第1図 衝撃風洞概略図

第2図 円錐ノズルと測定部

torr 台の圧力に排気される。ノズルおよび測定部を第2図に示す。

2.2 模型 軸対称ジェットを噴出させるための模型は、球頭円筒と円錐体を使用した。第3図は球頭円筒模型で、直径 60 mm とし、前縁から 150 mm の位置に円筒部の表面において半径方向にガスを噴出するため、リング状のスリットノズルを設けた。これは超音速ノズルの形状をしている。このノズルのスロート幅は 0.4 mm で、噴出中心軸は円筒表面に垂直な方向に対し少し (6°) 下流側に傾いている。このジェット用のプレナム室は、模型の円筒部に内蔵してある。またジェット位置より上流側の物体表面圧を測定するため、直径 1.5 mm の圧力測定孔を数個設けてあり、球頭前縁には直径 2 mm の総圧測定孔を一つ設けてある。第4図は円錐模型で、半頂角 15° とし、前縁から 150 mm の位置にリング状にジェット用のソニックノズルを設けてある。ノズルスロート幅は 0.5 mm で、噴出中心軸は円錐表面に垂直である。円錐の後方にはジェットプレナム室を内蔵した直径 80 mm の円筒を接続してある。また円錐表面には同じく数個の圧力測定孔を設けてある。球頭円筒の圧力測定は、ピエゾ抵抗形圧力ゲージに内径 1.5 mm の銅管を通して測定孔に接続使用したが、その応答時間は 5~10 ms である。

第3図 球頭円筒模型と静圧孔配置

第4図 円錐模型と静圧孔配置

円錐の圧力測定では、圧力ゲージをアダプターを介して測定孔に接続してあり、応答時間は約 5 ms 以内である。シュリーレン系は、クセノン瞬間光源（発光時間約 1.2 ms）と凹面鏡 2 台（焦点距離 3.3 m）、反射用平面鏡、およびシュリーレン用スリット系からなり、写真撮影は遅延回路を用いて、圧力測定の時刻と同期させるようになっている。

2.3 円錐ノズルの性能 模型を入れる測定部は、ダンクタンク内にあるが、円錐ノズルからの超音速流は近似的にソース・フローになっていると考えられる。この流れ場のチェックのために、定常流が実現している時間帯において、ノズル前方（衝撃波管後端部）での激点圧 p_0 および円錐ノズル中心軸上の各点での総圧 p_t を測定した。 p_t/p_0 から中心軸上でのマッハ数 M の分布が得られるが、同時にこの各マッハ数に応じた面積比と、その平方根である実効半径比 r/r_* を求めた。第5図にその結果を示す。図の横軸 x の原点は、ノズル円錐の頂点としてある。 x と r/r_* は、

第5図 円錐ノズル中心線に沿うマッハ数 M と、有効半径比 r/r^* の分布

大体直線状の比例関係を保っており、これからノズル流が、実質的に点湧源からのソース・フローで近似できることを示している。よって、以後の実験では、基本ノズル流は、ソース・フロー近似が成り立つと仮定して行なった。

3. 実験法

本実験は、ノズル出口部におかれた物体を過ぎる超音速主流と、物体表面から外向きに噴出されたラジアルジェットとの干渉を調べるのが目的である。この干渉を支配する主要パラメータとして、物体前縁マッハ数 M_N 、レイノルズ数 Re_N とともに、ジェットの激点圧 p_{0j} と主流の激点圧 p_0 、激点温度 T_0 の値が重要である。したがって実験の際には激点領域での温度 T_0 を熱電対温度計で測定し、また物体表面に沿う圧力とともに p_{0j} , p_0 を測定した。さらに、ジェットの無いときの流れについての圧力測定やシュリーレン写真撮影も別個に行なって、ジェットの干渉効果を調べる方式をとった。実際に主流、ジェットともに空気を使用してシュリーレン写真を撮ってみた結果、とくに球頭円筒の場合には、ジェットのシュリーレン効果がほとんど見られない。これはジェット噴出部近傍での主流の圧力が数 torr 程度の低い圧力となって、シュリーレン効果が出にくい密度領域であるためということが判明した。このために、ジェット用の作動ガスとして屈折率の高いフロン 12 を採用したところ、シュリーレン効果が著しく増強することが確かめられたので、以後はジェット作動ガスとしてはこれを専用した。使用したフロンと空気の標準状態での主要物性値は次のごとくである。

	フロン 12 (CCl_2F_2)	空気
比熱比 γ	1.134	1.4
密度 ρ (kg/m^3)	5.083	1.293
屈折率 n : $n-1=0.001108$,		0.000292
なお、物体前縁レイノルズ数は $Re_N=6.14 \times 10^6/m$		

であった。

4. ジェット・ブルームの特性

主流とジェットの干渉を調べる前に、主流のないときのジェットの大きさ等の特性を把握する必要がある。この目的で、圧力 p_0 の低圧測定室中に、物体表面から種々の激点圧 p_{0j} のラジアル・ジェットを噴出させ、そのとき得られるジェット・ブルームのシュリーレン写真を撮って、ジェットの圧力比 p_{0j}/p_0 とブルームの大きさの関係を求める。一般に、丸孔または二次元スリット状ノズルから高圧力比のガスを噴出したとき生ずるブルームについては、ノズル出口からブルームの下流側に生ずるマッハ・ディスクまでの距離 h は近似的に

$$h/D \propto \left(\frac{p_{0j}}{p_0} \right)^{1/n}$$

のように関数関係があることが知られている^{10), 11)}。ただし丸孔ノズルの場合には $n=2$ 、二次元スリット状ノズルの場合には $n=1$ である。これは、ノズルを出るジェットがそれぞれ球対称および円筒対称超音速ソース・フローになっていることと、マッハディスク後の激点圧がほぼ大気圧 p_0 に等しくなっていることの、二つの仮定から得られる。本実験のリング状ノズルの場合には、物体表面近傍では局部的に二次元ジェットの性質に近いので $n=1$ であり、物体から遠くはなれたところでは点湧源からのジェットの性質に近く $n=2$ に近くなると予想される。実際のジェットのシュリーレンの例をそれぞれ球頭円筒および円錐について第6図に示す。また測定結果をマッハディスク高さ h 、対圧力比 p_{0j}/p_0 と整理してそれぞれの場合につき第7図に示す。図から $h \propto (p_{0j}/p_0)^{1/n}$ と仮定した実験式を示してあるが、前者、後者につきそれぞれ $n=1.126$ および $n=1.049$ である。

この実験式

第6図 球頭円筒(a)および円錐後端(b)からのジェットブルームのシュリーレン写真の例
(a) $p_{0j}/p_0=221$, (b) $p_{0j}/p_0=51$. 主流なし. p_{0j} : ジェット激点, p_0 : 測定室圧

第7図(a) 球頭円筒模型に対するジェット圧力比 p_{0j}/p_{∞} とブルーム高さ比 h_s/b の関係
主流なし。 p_{0j} : ジェット激圧, p_{∞} : 測定室圧

第7図(b) 円錐模型に対するジェット圧力比 p_{0j}/p_{∞} とブルーム高さ比 h_s/b の関係
主流なし。 p_{0j} : ジェット激圧, p_{∞} : 測定室圧

$$\text{球頭円筒} \quad \frac{h_s}{b} \doteq 0.906 \quad (p_{0j}/p_{\infty})^{1/1.126}, \quad (1.a)$$

$$\text{円錐} \quad \frac{h_s}{b} \doteq 0.597 \quad (p_{0j}/p_{\infty})^{1/1.049}, \quad (1.b)$$

ただし b はスロート幅

を利用すれば、与えられた p_{0j} に対して、 h_s をシュリーレン写真から測定することによって p_{∞} 、すなわちマッハ・ディスク後の激点圧を求めることが可能であり、さらに、主流とジェットが干渉する場合でも、マッハ・ディスクが観察されたときには、ディスク後の激圧を推定するのに有用と考えられる。

5. 干渉の実験

5.1 球頭円筒の実験 球頭円筒を物体模型とした実験では、極超音速主流のみが物体に当たる場合と、主流にさらにリング状ジェットを噴出させた場合の干渉流の、両者をそれぞれ観測、測定し、比較を行なった。激点温度 T_0 の測定値は常時ほぼ 780 K であり、

以後一定値であるとした。圧力の測定は、衝撃風胴の円錐ノズル直前の圧力（ノズル流の激圧 p_0 ）と、球頭前端の総圧 p_t と、円筒物体表面各点の壁圧 p_b ならびにジェット激圧 p_{0j} について行なった。実験の順序は、まず風胴発射直前にフロンのジェットを噴出させて p_{0j} の測定を開始する。またシュリーレン用の瞬間光源は、発射後約 65~70 ms に発光するようスパーク装置の遅延回路を設定し、シュリーレン用カメラはシャッターを開いておく。発射と同時にトリガー装置によって圧力波形をオシロ・スコープにトレースさせると、自動的に遅延スパークによってシュリーレン写真が撮影され、また p_{0j} は別に記録される。1回の発射時の壁圧測定数は限られているため、同じ条件で数回発射することによって、各点における静圧測定資料を得る方法がとられた。第8図に主流のみの場合のシュリーレン写真と圧力トレース例を、また第9図に主流にジェットを噴出した場合の例を示す。圧力波形から、発射後約 50 ms から 75 ms の期間で、ほぼ圧力が一定に保たれている時間帯での圧力値を測ったが、なお表面圧は時間変動の大きい場合がある。

以上の方法で球頭円筒表面の圧力 p_b を測定し、激点圧力 p_0 で無次元化した圧力分布を第10図に示す。横軸は、風胴の円錐ノズル頂点から表面上の点までの距離 r を、頂点から物体前端までの距離 r_N で無次元化した値 s である。本図の場合には、ジェット激圧 p_{0j} は 760 torr で、物体前端部の自由流のマッハ数は $M_N=8.3$ である。図から、主流のみ (no jet) の場合の圧力分布は右下りであることがわかる。また物体後部に行くにしたがって圧力の変動が見られる。実線は主流のみの場合の極超音速ソース・フローに対する理論¹²⁾から求めた曲線である。次に主流にリング状ジェットを噴出した場合の圧力分布は、 $s \doteq 1.07$ 近傍から後方ではほぼ圧力一定となっており、明らかに、ジェットなしの圧力分布と異なってくる。これは、後方でラジアル・ジェットを噴出させた効果である。すなわち、ジェットは、主流に対しては、一種の前向きステップ状の気流に対する障害物の役を果たし、このために、物体表面の境界層がステップ前方で剝離を起こし、剝離領域内ではプラトー圧になるという、典型的な「前向きステップによる前方剝離」の現象と類似している。

これに対応して、ジェットを噴出された場合のシュリーレン写真（第9図）にも、ジェット噴出部上流側に、円筒部表面から斜後方に走る、剝離線と剝離衝撃波線と考えられる2本の線が確認され、剝離開始位置も、シュリーレン写真、圧力分布、両者による推定位置ともほぼ合致する。剝離線の物体面に対する傾斜角

第8図 球頭円筒のシュリーレン写真と圧力トレースの例
ジェットなし。 p_o : 主流の静圧, p_t : 球頭前端的総圧, p_b : 円筒表面圧

第9図 球頭円筒のシュリーレン写真と圧力トレースの例
ジェットあり。 p_o : 主流の静圧, p_t : 球頭前端的総圧, p_b : 円筒表面圧, p_{oj} : ジェット静圧

第10図 球頭円筒表面からジェットを噴出したとき (jet) としないとき (no jet) の表面圧力分布の比較

実線は no jet に対する理論曲線。 r : ノズル円錐頂点からの距離, r_N : ノズル円錐頂点から、物体前縁までの距離, M_N : 物体前縁での自由流マッハ数

は約 $10^\circ \sim 11^\circ$ であった。剝離領域は、直接にはジェットの大きさによって変わると考えられるが、その指標としては、ジェット静圧 p_{oj} と主流静圧 p_o の比 p_{oj}/p_o が第一の主要項である¹³⁾。なおこの球頭円筒の場合には、シュリーレン写真からわかるように、ジェットと、物体前縁から出る主衝撃波との干渉は見られない。

5.2 円錐の実験 円錐を過ぎる主流とジェットの干渉に関しては、主流マッハ数 5.8 の ZAKKAY¹³⁾ の実験がある。これは、ジェットを円錐表面に垂直に噴出させる実験であるが噴出用スリットが全周にわたらず、有限幅であり、したがって流れが非対称性を帯びることから、横力を生じ、姿勢制御等への応用も考えたものである。また SHREEVE¹⁴⁾ は主流マッハ数 6 の気流中の円錐表面から、斜め後方にラジアル・ジェットを噴出させ、とくにジェット後流の模様を調べた。われわれの実験はマッハ数約 8 の主流中に、円錐表面上の全周スリットから、面に垂直にラジアル・ジェットを噴出するもので、軸対称性が保たれる。本実験では、とくにジェット前方の剝離の模様と、主衝撃波との強い干渉を調べるもので、彼らの実験との類似性・相違点に注意しながら比較を行なう。

実験は、球頭円筒の場合と同様、主流のみの場合と、主流中にジェットを噴出させた場合の両者について行ない、それぞれ比較測定した。第11図に主流のみの場合と主流に種々の圧力 p_{oj} のジェットを噴出させた場合の一連のシュリーレン写真を示す。また第12図に圧力トレースの例を、第13図には、円錐表面に沿う圧力分布を、種々のジェット静点圧の場合について示す。圧力分布図には、主流のみの場合のソース・フロー近似理論による曲線を書き入れてある。図から、主流にジェットを噴出させた場合には、噴出スリット上流側の表面圧が上昇していることがわかる。こ

第11図 種々のジェット減圧比に対する円錐模型のシュリーレン写真
最下部の図はジェットなしの場合

- (A) $\frac{p_{0j}}{p_0} = 7.3 \times 10^{-2}$, (B) $\frac{p_{0j}}{p_0} = 6.1 \times 10^{-2}$,
(C) $\frac{p_{0j}}{p_0} = 3.4 \times 10^{-2}$, (D) $\frac{p_{0j}}{p_0} = 1.6 \times 10^{-2}$,
(E) No jet

れは、前方剥離の生じていることを示し、シュリーレン写真にもその模様が見られる。ただし、剥離域では、圧力のプラトーは一律には見られず、とくにジェット圧が高いときは、圧力が波を打って上昇しており、前述の球頭円筒の場合と若干様子が異なる。このようなプラトーの判然としない圧力上昇の型は、ZAKKAY¹³⁾らの乱流剥離の場合の圧力測定結果と類似しているが、本実験で高ジェット圧の場合にはさらに圧力分布が大きく波打っている。この原因として考えられるのは、物体前端近傍で発生する主衝撃波との干渉の有無である。球頭円筒の場合には、主衝撃波はジェット噴出域からかなり離れており直接干渉は見られない。これに反して本円錐実験の場合には、先端から発生する主衝撃波は円錐表面にたいへん近く、したがってとくに強いジェットを噴出すると、主衝撃波と直接干渉して、主衝撃波は曲がっている。すなわち、主衝撃波とジェットは強く干渉していると考えられる。ZAKKAY¹³⁾らや SHREEVE¹⁴⁾の実験の場合には、そのシュリーレン写真からもわかるように、主衝撃波との直接干渉は弱く、また本実験でもジェットの減圧の低い場合には干渉は弱く、圧力分布はプラトーに近いものが見られる。

次に本実験で得られた圧力波形から、ニュートン近似 ($\gamma=1$) を用いて、逆に、剥離点以降における対応した見かけの物体形を極座標系 (r, θ) を用いて、求めてみる。 $\theta = \theta(r)$ を見かけの物体形とする。みかけの湧点から円錐前縁までの距離を r_N とし、また剥離点までの距離を r_1 、そこでの自由流密度を ρ_1 、速度を u_1 とすると、極超音速ソース・フロー近似では、自由流の速度 u 、密度 ρ は次のように近似される。

$$\left. \begin{aligned} u &\doteq u_1 \doteq u_N, \\ \rho_N u_N r_N^2 &= \rho_1 u_1 r_1^2 = \rho u r^2, \end{aligned} \right\}$$

第12図 円錐模型に対する圧カトレースの例（ジェットあり）
Lamp Signal 直線の右端時刻でシュリーレン撮影
 p_o : 主流減圧, p_b : 模型表面圧, base はそれぞれの基準圧力ベースライン。 $p_{0j}/p_0 = 7.5 \times 10^{-2}$

第13図 種々のジェット減圧 p_{0j} に対する円錐模型の表面圧分布
太線はジェットなしの場合の非粘性理論曲線¹²⁾。SLIT はジェット
噴出位置

$$\therefore \frac{\rho}{\rho_1} = \left(\frac{r}{r_1}\right)^{-2} = \left(\frac{s}{s_1}\right)^{-2}, \quad (2)$$

ただし $s \equiv \frac{r}{r_N}$, $s_1 \equiv \frac{r_1}{r_N}$.

いま, σ を動径と見かけの物体表面とのなす角とすると, ニュートン近似による見かけの物体表面圧は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_b &= \rho_1 u_1^2 \sin^2 \sigma, \\ \text{ただし } \tan \sigma &= s \frac{d\theta}{ds} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$p_b(r)$ として測定値を用いると, 上の関係から逆に次のように物体形 θ が求められる (θ_1 = 剥離点位置)。

$$\theta - \theta_1 = \int_{s_1}^s \left[\frac{\rho_N u_N^2}{p_b} - s^2 \right]^{-1/2} ds. \quad (4)$$

第14図 ジェット圧力比 $p_{0j}/p_0 = 6.1 \times 10^{-2}$ の場合の円錐模型のシュリーレン写真
点線は表面圧分布から求めた見掛けの物体形 (剥離線または剥離衝撃波)

第15図 円錐模型に対するジェット減圧比 p_{0j}/p_0 と前方剥離長さ比 X_s/D の関係
D: 円錐後端の直径

第16図 円錐模型に対するジェット激圧比 p_{0j}/p_0 とブルーム高さ比 h_s/b の関係
 b : ジェットノズルのスロート幅

上式で p_0 は主流の激点圧力である。ただし、ニュートン近似では比熱比 1 としてあり、物体面と衝撃波面は一致するとみなす。以上の方法で計算された見かけの物体、すなわち死水域外側の剥離線または剥離衝撃波を第14図のシュリーレン写真上に線で示した。ほぼ計算値は、シュリーレン写真上の剥離線と剥離衝撃波の間を通ることが見られ、測定された圧力値の分布の妥当性が確かめられた。圧力波形とシュリーレン写真から求められた剥離点とジェット噴出点との距離 X_s と円錐最大径 D の比、および高さ h_s とスリット幅 b の比をそれぞれ無次元化ジェット激圧 p_{0j}/p_0 の関数として画いたのが第15図と第16図である。なおこの円錐による実験の場合、ジェットによる剥離線の、円錐表面とのなす角度は平均 $6^\circ \sim 7^\circ$ であった。

6. む す び

マッハ数約8の超音速錐状流中の、物体表面から噴出させた、ラジアル・ジェットと気流との軸対称干渉実験を、衝撃風洞を用いて行ない、とくにジェット前方での剥離と、主流との干渉に主眼を置いて調べた。

1) まず細長球頭円筒の実験では、物体前方から発生した主衝撃波は、ジェット噴出の位置付近では物体からたいへん離れており、ジェットとの直接干渉は見られなかった。この場合ジェットはいわゆる前向きステップに類似した働きをして、物体表面近傍に、前方剥離域と、これによる剥離衝撃波を形成するが、この領域ではプラトー圧が見られた。

2) 次に半頂角 15° の円錐円筒を用いた実験では、先端から発生した主衝撃波は物体面にたいへん近く、したがってとくに高いジェット圧のときには直接干渉が見られ、主衝撃波が外側に折り上げられる。このよ

うな場合物体表面に沿う圧力分布は、前方剥離点近傍で急上昇し、さらに波打って後ジェット噴出点に近づくにつれ上昇を続けることがわかった。ただし、ジェット圧が比較的低い場合にはこの干渉は弱く、剥離域ではプラトー圧に近いものが見られる。実験で得られた圧力分布から、比熱比を1としたニュートン近似を用いて、逆に対応する見掛けの物体を求め、シュリーレン写真と比較したところ、ほぼ剥離線と剥離衝撃波の間を通ることが確かめられた。またジェットの激圧と主流の激圧の比をいろいろに変えた場合の、ジェットの主部の高さ、および剥離域の長さの関係も実験から求められた。

本研究は、文部省科学研究費の補助を受けてなされ、計算は、名古屋大学大型計算機センターの FACOM M-200 を用いてなされた。また精密な模型や装置は、名古屋大学航空学科の小塚技官の製作によるもので、これらの援助に対し厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) DRAPER, J.S. and SUTTON, E.A.: A Nomogram for High-Altitude Plume Structures, J. Spacecraft, Vol. 10 (1973), pp. 682-684.
- 2) DRAPER, J.S. and BIEN, F.: Rocket Plumes in the Thermosphere, AIAA J., Vol. 13, No. 6 (1975), pp. 825-827.
- 3) ZUKOSKI, E.E.: Turbulent Boundary-Layer Separation in Front of a Forward-Facing Step, AIAA J., Vol. 15, No. 10 (1967), pp. 1746-1753.
- 4) REINECKE, W.G.: Penetration of a Lateral Sonic Gas Jet into a Hypersonic Stream, AIAA J., Vol. 13, No. 2 (1975), pp. 173-176.
- 5) ROSENBAUM, H., SIEGELMAN, O. and BOGER, R.C.: Flowfield Interaction Induced by Massive Lateral Injection, AIAA J., Vol. 13, No. 11 (1975), pp. 1441-1447.

- 6) WERLE, M. J., DRIFTMYER, R. T. and SHAFFER, D. G.: Jet-Interaction-Induced Separation, AIAA J., Vol. 10, No. 2 (1972), pp. 188-193.
- 7) SPAID, F. W. and ZUKOSKI, E. E.: A Study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flows, AIAA J., Vol. 6, No. 2 (1968), pp. 205-212.
- 8) SPAID, F. W.: Two-Dimensional Jet Interaction Studies at Large Values of REYNOLDS and Mach Numbers, AIAA J., Vol. 13, No. 11 (1975), pp. 1430-1434.
- 9) UCHIDA, S., KUWABARA, K. and FURUHASHI, K.: An Investigation on the Flow Through a Hypersonic Nozzle in Shock-Gun Tunnel, Memo. Faculty of Engng., Nagoya Univ., Vol. 22, No. 2 (1970), pp. 276-290.
- 10) LEWIS, C. H. and CARLSON, D. J.: Normal Shock Location in Under-expanded Gas and Gas-Particle Jets, AIAA J., Vol. 2, No. 4 (1964), p. 776.
- 11) BUCKLEY, F. I. Jr.: Mach Disk Location in Jets in Co-Flowing Airstreams, AIAA J., Vol. 13, No. 1 (1975), p. 105.
- 12) YASUHARA, M. and NAKAJIMA, T.: Parallel-Source Correspondence in the Hypersonic Slender-Body Theory, AIAA J., Vol. 15, No. 12 (1977), pp. 1667-1668.
- 13) ZAKKAY, V., CALARESE, W. and SAKELL, L.: An Experimental Investigation of the Interaction between a Transverse Sonic Jet and a Hypersonic Stream, AIAA J., Vol. 9, No. 4 (1971), pp. 674-682.
- 14) SHREEVE, R. P.: Investigation of a Supersonic Surface Jet, AIAA J., Vol. 10, No. 5 (1972), pp. 589-595.

塑性大変形を伴う接触問題の解析*

Nonlinear Analysis of Contact Problems Including Plastic Large Deformation

滝 佳 弘**・西 村 融***
Yoshihiro TAKI and Toru NISHIMURA

Abstract

In this paper we propose the rational computational strategy for the contact problems included the effect of plastic large deformations in order to analyse an axisymmetric progressive plastic buckling of cylindrical shell under an axial compression. The major contents of this study are summarized as follows; 1) the description of the procedure to introduce the constrained conditions forced on the contact surfaces to the incremental virtual work principle through LAGRANGE's multipliers. 2) the explanation of the logic that determine the contact state at each deformation stage and supply the informations for following step. 3) the introduction of the triple iterative scheme of computation which would combine two nonlinear terms, namely the effective plastic loads and the frictional slide loads, and the factor controlling the amplitude of displacement increments at the stage when contact condition change. In connection with this formulation we use the standard FE technique. The result of computation in the case of Al-Alloy tube confirms us that the present strategy is feasible to examine the collapse process and is applicable to certain class of

contact problems.

1. ま え が き

構造解析や機械要素の応力解析などで系に作用する力は互いに接触している2個あるいはそれ以上の物体がその接触面をとおして及ぼしあっている場合がほとんどである。ましてや幾何学、材料非線形性の影響が大きくなると、その接触面の位置や状況が逐次変化するため、その結果として、変形や応力へ及ぼす影響も無視できなくなる。それゆえ、この逐次かわる境界をもつ系についての定式化を示すことの意義は大きいと思われる。

これまでの F. E. M. に関する接触問題の例をみると、第1に大手¹⁾、蔦と山地²⁾らは接触面上での連続条件をやや複雑な行列演算を使って系全体の剛性方程式へ導入する法を示し、平板の弾性接触応力を解析している。第2に L. R. HERRMANN³⁾は互いに接する物体間に仮定の剛性をもつ bond link element を挿入する方法を提案し、reinforcement-concrete bond や pile downdrag の挙動を調べるのに利用している。第3に T. J. R. HUGHES^{4), 5)}らは contact element stiffness を算定するのに LAGRANGE 乗数を使った拘束条件付き変分原理⁶⁾が利用できることを示唆している。そしてやわらかい非線形パッドを押つけたときの円筒殻のふるまいなど大変形をともなった問題を増分法で解析した。彼らはそこで接触条件を拘束条件として扱う

* 昭和54年7月13日、第21回構造強度に関する講演会・昭和55年7月18日、第22回構造強度に関する講演会にて講演。昭和55年7月29日原稿受理

** 名城大学理工学部

*** 名古屋大学工学部