論 文

CONTRIBUTED PAPERS

前縁はく離および付着流れにおける可撓面細長三角翼の横風効果について*

The Aerodynamic Characteristics of a Yawed Slender One-Lobed

Parawing with and without Leading-Edge Separation

山 田 哲 也**・宮 井 善 弘***
Tetsuya YAMADA and Yoshihiro MIYAI

Abstract

A wing with flexible surface have possibly unique aerodynamic characteristics due to an interference in aerodynamic force. Particularly in slender parawing, a pair of separation vortex formed above the wing have an important effect upon the wing shape and at the same time, the wing shape affects the position and the strength of the vortex.

In the present paper, the flow past a yawed slender parawing with and without leading-edge separation is considered by using the BROWN and MICHAEL's line vortex model and comparisons are made between them.

As the result, it is shown that the position of the vortex with yaw angle affects largely the leading-edge gradient of the wing shape but it does not lead to a severe change of the normal force C_N and the rolling moment C_l , except for an intermediate value of wing tension. And it is also shown that the values of C_N and C_l in the separated flow are a few times larger than those in the attached flow for a certain range of wing tension.

1. ま え が き

可撓面で構成される翼の最大特徴は、流れあるいは空気力と翼面形状との相互干渉であろう。翼の姿勢が変化した場合、可撓翼では翼自身に変形し、通常の剛体翼とは異なった流れ場を作り出す^{1), 2)}。

とくに細長三角翼では、流れは前縁からはく離して巻き上がり、翼の上方に一对の安定した渦芯を形成しやすく³⁾、この渦が翼性能に与える影響が大きい、さらにこれが可撓翼の場合には、はく離渦が翼を変形させ、また逆に翼の変形がはく離渦の位置や強さに影響を与えるなど、その干渉性はさらに増大する。

前報⁴⁾では、可撓面で構成された細長三角翼の、はく離渦の挙動に対する迎角の影響を、種々の翼面張力

について解析し、検討を行なったが、このような翼が何らかの外乱により偏揺角をもった場合、あるいは横風領域に突入した場合、その性能は上述の干渉効果のために、通常の剛体翼の結果から予測することはできない。またハング・グライダー等がスポーツにも用いられ普及している今日、その性能を知ることは工学的にも興味深い。

そこで本報では、種々の迎角、翼面張力をもった可撓翼面三角翼の空力性能が、横風にどの程度影響されるかについて解析、考察を行なうとともに、流れが前縁からはく離せず、完全に翼表面に沿って流れるいわゆる attached flow (付着流) の場合の解析も合わせて行ない、はく離渦の影響を考察する対象とした。

本解析では、前報⁴⁾と同じくはく離渦モデルとして BROWN and MICHAEL の line vortex モデル⁵⁾を用い、翼が、ある迎角で飛行中に横風を受けた場合を想定しているが、これは翼が、ある迎角および横揺角で飛行した場合にも相当する。したがってこれら二つの場合について、本結果が利用できるであろう。

2. 記 号

- a : 局所半翼幅
- b_n : 翼面渦分布の係数
- b_r, b_l : 付着流渦分布の特異項の係数
- C_l : 横揺れモーメント係数
- C_N : 揚力係数 (垂直力係数)
- C_p : 圧力係数
- c_n : 翼面形状の係数
- K_α : 迎角パラメータ ($=\alpha/\epsilon$)
- K_β : 横風角パラメータ ($=\beta/\epsilon$)
- l : 翼の弧長
- $s=(l-2a)/2a$
- T : 翼面張力
- U : 一様流速
- v, w : y, z 方向の速度
- $W \cdot Z'$: 面内の二次元複素ポテンシャル
- x', y', z' :

* 昭和55年12月20日原稿受理

** 大阪府立大学工学部大学院

*** 大阪府立大学工学部

y, z : 直角座標 (第 1, 2 図参照)

Z', Z : $x'=\text{const.}$ の断面内の複素変数 ($Z'=y'+iz'$)

Z_r', Z_r : $Z'(Z)$ 面内の右側のはく離渦の位置

Z_l', Z_l : $Z'(Z)$ 面内の左側のはく離渦の位置

α : 迎角

β : 横風角

Γ_r', Γ_r : 右側のはく離渦の強さ ($\Gamma_r=\Gamma_r'/\epsilon a U$)

Γ_l', Γ_l : 左側のはく離渦の強さ ($\Gamma_l=\Gamma_l'/\epsilon a U$)

$\gamma'(y')$, $\gamma(y)$: 翼面の渦分布 (第 2 図参照) ($\gamma=\gamma'/\epsilon U$)

δ : 翼の半頂角

$\epsilon: \epsilon=\tan \delta$

$\eta'(y')$, $\eta(y)$: 翼面形状 (第 2 図参照)

λ : (11) 式で定義される張力パラメータ

Re, Im : 複素数の実数部, 虚数部

上記の記号で, 次元の有無の区別が必要なものには, 次元を有する量に ' をつけて示した. また座標に関する無次元量は, すべて半翼幅 a で無次元化したものである.

3. 理論解析

3.1 基礎方程式 本解析で採用する BROWN and MICHAEL のはく離渦モデル⁵⁾を第 1 図に示す. 非圧縮性完全流体中に, 小さな迎角 α , および横風角 β で置かれた可撓面三角翼 (parawing) に, はく離渦を表わす一對の line vortex と前縁からの渦の供給面である feeding vortex sheet を加えたもので, 座標系は翼頂点を原点とする直角座標を用い, 後方に x , 右側に y , 上方に z の各軸をとる. さらに U を一様流の速度, δ を翼の半頂角として, 迎角, 横風角パラメータをそれぞれ $K_\alpha=\alpha/\epsilon$, $K_\beta=\beta/\epsilon$ ($\epsilon=\tan \delta$) と定義する.

解析の詳細については前報⁴⁾と同じ手法であるので, ここでは簡単に述べるが, δ を小さいとして細長物体近似による三次元速度ポテンシャル

第 1 図 はく離渦のモデルおよび座標系

第 2 図 Z 面における翼およびはく離渦

$$\Phi(x', y', z') = Ux' + \phi(y', z'; x') \quad (1)$$

を用いると, 翼表面とはく離渦系での境界条件を満たし, 無限遠方で $\phi \sim \alpha U z' - \beta U y'$ となる条件のもとで, ϕ は次の二次元 LAPLACE 方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2} = 0 \quad (2)$$

を満足する.

第 2 図に示す $y'-z'$ 面に $Z'=y'+iz'$ なる複素変数を導入し, 左右のはく離渦の位置および強さを $Z_l', \Gamma_l', Z_r', \Gamma_r'$, 翼面の渦分布を $\gamma'(y')$, 翼断面形状を $\eta'(y')$ とする. いま翼の最大高さが小さいと仮定し, 前述の無限遠の条件を考慮すれば, Z' 面の複素ポテンシャル W は

$$\begin{aligned} W = \phi + i\psi = & -i\alpha U Z' - \beta U Z' - \frac{i\Gamma_r'}{2\pi} \ln(Z' - Z_r') \\ & + \frac{i\Gamma_l'}{2\pi} \ln(Z' - Z_l') \\ & - \frac{i}{2\pi} \int_{-a}^a \gamma'(t) \ln(Z' - t) dt \end{aligned} \quad (3)$$

となる. ここですべての座標を翼幅の半分の長さ a で無次元化し (無次元量は ' を除いて表わす), 無次元渦 $\Gamma_{r,l} = \Gamma_{r,l}' / \epsilon a U$, $\gamma(y) = \gamma'(y') / \epsilon U$ を導入するとともに, $\gamma(y)$, $\eta(y)$ を次式のように級数展開する.

$$\gamma(y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \eta(y) = \eta'(y')/a = & \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} (1 - \cos 2n\theta) \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} \cos (2n-1)\theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$y = \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

ただし, 翼の前縁 ($y = \pm 1$) が y 軸上にあるために, (5) 式の奇数項係数は

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} = 0 \quad (6)$$

とならなければならない, また前縁はく離の場合, 翼の前縁で γ は零となることが (4) 式に考慮されている.

(3) 式を無次元化した後 (4) 式を代入すると, Z 面

の複素共役速度が(7)式のように、またさらに $Z = \cos \theta$ と置いて翼表面の速度が(8)式のように求まる。

$$\frac{1}{\epsilon U} \frac{dW}{dZ'} = -iK_\alpha - K_\beta - \frac{i\Gamma_r}{2\pi} \frac{1}{Z-Z_r} + \frac{i\Gamma_l}{2\pi} \frac{1}{Z-Z_l} - \frac{i}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^\pi \frac{\sin n\phi \sin \phi}{Z - \cos \phi} d\phi \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{v_m}{\epsilon U} = -K_\beta + \frac{1}{2\pi} Im \left(\frac{\Gamma_r}{\cos \theta - Z_r} - \frac{\Gamma_l}{\cos \theta - Z_l} \right) \\ \frac{w}{\epsilon U} = K_\alpha + \frac{1}{2\pi} Re \left(\frac{\Gamma_r}{\cos \theta - Z_r} - \frac{\Gamma_l}{\cos \theta - Z_l} \right) \\ \quad + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\theta \end{cases} \quad (8)$$

ここで v_m は翼上下面の y 方向速度の平均値を意味する。

3.2 境界条件⁴⁾ まず流れが三次元的に翼表面に沿うために

$$\frac{w}{\epsilon U} = \frac{v}{\epsilon U} \frac{\partial \eta'}{\partial y'} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \eta'}{\partial x'} \quad (9)$$

が成立しなければならない。翼面の勾配は(5)式より、また v, w は(8)式の値を使うことにより、(9)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & K_\alpha + \frac{1}{2\pi} Re \left(\frac{\Gamma_r}{\cos \theta - Z_r} - \frac{\Gamma_l}{\cos \theta - Z_l} \right) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\theta - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} 2n \frac{\sin 2n\theta}{\sin \theta} \right. \\ & + \left. \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) \frac{\sin (2n-1)\theta}{\sin \theta} \right\} \\ & \times \left\{ K_\beta - \frac{1}{2\pi} Im \left(\frac{\Gamma_r}{\cos \theta - Z_r} - \frac{\Gamma_l}{\cos \theta - Z_l} \right) \right. \\ & - \left. \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} (1 - \cos 2n\theta + 2n \sin 2n\theta \cot \theta) \right. \\ & + \left. \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} \{ \cos (2n-1)\theta \right. \\ & \left. - (2n-1) \sin (2n-1)\theta \cot \theta \} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

また翼面の形状は、翼面の張力 T と上下面の圧力差 ΔP とのつり合いにより決定される。翼の最大高さが小さければこのつり合いは、

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{T}{q a \epsilon^2} \quad (q: \text{動圧}) \quad (11)$$

で与えられる張力パラメータ λ を使って

$$\frac{\Delta C_p}{\epsilon^2} = -\frac{a}{\lambda} \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y'^2} \quad (12)$$

と書くことができる。

$\alpha, \beta = O(\epsilon)$ としたときの細長物体理論による圧力係数

$$\frac{C_p}{\epsilon^2} = K_\alpha^2 + K_\beta^2 - \frac{2}{\epsilon^2 U} \frac{\partial \phi}{\partial x'} - \frac{1}{\epsilon^2 U^2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^2 \right] \quad (13)$$

と流れが conical であるとの仮定から、前報⁴⁾と同様

(12)式左辺の無次元圧力差は、

$$\frac{\Delta C_p}{\epsilon^2} = -2 \left(\frac{\Delta \phi}{\epsilon a U} - \gamma \right) - \frac{2}{\epsilon U} v_m \gamma \quad (14)$$

となる。また(14)式に含まれる速度ポテンシャルの差 $\Delta \phi$ は、 y 軸上の点 $y = \cos \theta$ よりも左側にある渦の総和であり

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \phi}{\epsilon a U} &= -\Gamma_l + \int_{-1}^y r dy \\ &= -\Gamma_l + \frac{b_1}{2} (\pi - \theta + \sin \theta \cos \theta) \\ &\quad + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b_n}{n^2 - 1} (n \cos n\theta \sin \theta - \sin n\theta \cos \theta) \end{aligned} \quad (15)$$

と求められる。(4), (5), (8), (15)式を考慮して(14)式を(12)式に代入すると、張力と圧力差のつり合い条件として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -b_1 (\pi - \theta + \sin \theta \cos \theta) - 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b_n}{n^2 - 1} (n \cos n\theta \sin \theta \\ & - \sin n\theta \cos \theta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta \left\{ \cos \theta + K_\beta \right. \\ & - \left. \frac{1}{2\pi} Im \left(\frac{\Gamma_r}{\cos \theta - Z_r} - \frac{\Gamma_l}{\cos \theta - Z_l} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{\lambda \sin^2 \theta} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} 2n (2n \cos 2n\theta - \sin 2n\theta \cot \theta) \\ & + \frac{1}{\lambda \sin^2 \theta} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) \{ (2n-1) \cos (2n-1)\theta \\ & - \sin (2n-1)\theta \cot \theta \} = -2\Gamma_l \end{aligned} \quad (16)$$

次にはく離渦に関しては、まずはく離渦と feeding vortex sheet に働く力がつり合わなければならないが、これは右側の渦系について

$$\lim_{Z \rightarrow Z_r} \left(\frac{1}{\epsilon U} \frac{dW}{dZ'} + \frac{i\Gamma_r}{2\pi} \frac{1}{Z-Z_r} \right) = 2\bar{Z}_r - 1 \quad (17)$$

と表わされ⁵⁾、(7)式を代入して

$$\begin{aligned} & -iK_\alpha - K_\beta + \frac{i\Gamma_l}{2\pi} \frac{1}{Z_r - Z_l} \\ & + \frac{i}{2} \frac{Z_r (Z_r - \sqrt{Z_r^2 - 1}) - 1}{\sqrt{Z_r^2 - 1}} \sum_{n=1}^{\infty} b_n (Z_r \\ & - \sqrt{Z_r^2 - 1})^{n-1} - 2\bar{Z}_r + 1 = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。左側の渦系についても同様

$$\begin{aligned} & -iK_\alpha - K_\beta + \frac{i\Gamma_r}{2\pi} \frac{1}{Z_r - Z_l} \\ & + \frac{i}{2} \frac{Z_l (Z_l - \sqrt{Z_l^2 - 1}) - 1}{\sqrt{Z_l^2 - 1}} \sum_{n=1}^{\infty} b_n (Z_l \\ & - \sqrt{Z_l^2 - 1})^{n-1} - 2\bar{Z}_l - 1 = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

が得られる。

はく離渦に関する第2の境界条件として、前報⁴⁾と同じくはく離渦の強さと位置の関係が必要で、これは(10)式の定数項間の関係で与えられ、次のようにな

る。

$$\begin{aligned}
 & -2\pi K_\alpha + Re \left(\frac{\Gamma_r}{\sqrt{Z_r^2 - 1}} - \frac{\Gamma_l}{\sqrt{Z_l^2 - 1}} \right) \\
 & + 2\pi K_\beta \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) \\
 & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} 2n \sum_{m=1}^n Im \left\{ \Gamma_r \frac{(Z_r - \sqrt{Z_r^2 - 1})^{2m-1}}{\sqrt{Z_r^2 - 1}} \right. \\
 & \left. - \Gamma_l \frac{(Z_l - \sqrt{Z_l^2 - 1})^{2m-1}}{\sqrt{Z_l^2 - 1}} \right\} \\
 & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) \\
 & \times \sum_{m=1}^n Im \left\{ \Gamma_r \frac{(Z_r - \sqrt{Z_r^2 - 1})^{2m-2}}{\sqrt{Z_r^2 - 1}} \right. \\
 & \left. - \Gamma_l \frac{(Z_l - \sqrt{Z_l^2 - 1})^{2m-2}}{\sqrt{Z_l^2 - 1}} \right\} + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} (2n+1) \\
 & - \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) Im \left(\frac{\Gamma_r}{\sqrt{Z_r^2 - 1}} - \frac{\Gamma_l}{\sqrt{Z_l^2 - 1}} \right) = 0
 \end{aligned} \quad (20)$$

境界条件の最後として、 Z 面に現われる渦は連続性より翼面を通して閉じており、その総和は零とならなければならない。したがって

$$-\Gamma_l + \Gamma_r + \int_{-1}^1 \gamma dy = 0 \quad (21)$$

より

$$\Gamma_r - \Gamma_l + \frac{\pi}{2} b_1 = 0 \quad (22)$$

が成立しなければならないことになる。

3.3 揚力係数 揚力係数は翼面の圧力差を積分することにより得られるが、(12)式を使うことにより張力と翼前縁の勾配によっても求められる。

$$\begin{aligned}
 \frac{C_N}{\epsilon^2} &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{dC_p}{\epsilon^2} dy = -\frac{a}{2\lambda} \int_{-1}^1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y'^2} dy \\
 &= \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} (2n)^2
 \end{aligned} \quad (23)$$

3.4 横揺れモーメント係数 第1図に示す方向を正とする横揺れモーメント係数 C_l は、翼面積および最大翼幅で無次元化し、揚力係数と同じく(12)式を使った結果、

$$\begin{aligned}
 \frac{C_l}{\epsilon^2} &= -\frac{1}{6} \int_{-1}^1 \frac{dC_p}{\epsilon^2} y dy = \frac{a}{6\lambda} \int_{-1}^1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y'^2} y dy \\
 &= -\frac{1}{3\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1)^2
 \end{aligned} \quad (24)$$

と求まる⁶⁾。

3.5 圧力分布、翼弧長 圧力分布は(8)式の $v_m/\epsilon U$ に $\pi(1/2)\gamma$ (−: 上面, +: 下面) を加えた後(13)式を使えば、翼上下面のそれぞれの値が計算できる。

また翼弧長 l は

$$l = \int_{-a}^a \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta'}{dy'} \right)^2} dy' \quad (25)$$

で与えられるが、 $d\eta'/dy' \ll 1$ を仮定すれば

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{l-2a}{2a} = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \left(\frac{d\eta'}{dy'} \right)^2 dy \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} (c_i)^2 \cdot i^2 \sum_{q=1,3,5}^{2i-1} \frac{1}{q} \\
 &+ \sum_{i=2,4,6}^{\infty} \sum_{j=2,4,6}^{i-1} c_i \cdot c_j (i \cdot j) \sum_{q=1,3,5}^{2j-1} \frac{1}{i-j+q} \\
 &+ \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \sum_{j=1,3,5}^{i-1} c_i \cdot c_j (i \cdot j) \sum_{q=1,3,5}^{2j-1} \frac{1}{i-j+q}
 \end{aligned} \quad (26)$$

となる。

4. 付着流の解析

流れが翼前縁からはく離せず、完全に翼に沿って流れるとしたときの解析も、はく離流と同じ方法で行なうことができるが、この場合は翼面についての境界条件(9)、(12)式だけを取り扱えばよい。ただし翼前縁をまわる流れが生じるために、翼面の渦分布に特異性が生じ、(4)式を次のように改めなければならない。

$$\frac{\gamma}{\epsilon U K_\alpha} = b_r \cot \frac{\theta}{2} - b_l \tan \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta \quad (27)$$

ここで γ を K_α で割っているのは、付着流の場合渦分布、翼形状が K_α に比例する²⁾ためであり、したがってこの場合は K_β , λ の二つのパラメータで議論することができる。

(5)式を K_α で割ったものおよび(27)式と、渦の連続条件

$$\int_{-1}^1 \gamma(y) dy = \pi \left(b_r - b_l + \frac{b_1}{2} \right) = 0 \quad (28)$$

を使うと、(9)、(12)式の境界条件はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & b_r + \frac{b_1}{2} \left(\frac{1}{2} - \cos \theta \right) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\theta \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} \left(K_\beta \cdot 2n \cdot \frac{\sin 2n\theta}{\sin \theta} + 1 - \cos 2n\theta \right. \\
 & \left. + 2n \sin 2n\theta \cot \theta \right) \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} \left\{ K_\beta (2n-1) \frac{\sin (2n-1)\theta}{\sin \theta} \right. \\
 & \left. - \cos (2n-1)\theta + (2n-1) \sin (2n-1)\theta \cot \theta \right\} = 1
 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 & 4b_r \{ \sin \theta + (\cos \theta + K_\beta) \cot \theta \} + b_l \{ \sin \theta (1 - \cos \theta) \\
 & - (\cos \theta + K_\beta) \left(\tan \frac{\theta}{2} - 2 \sin \theta \right) \} \\
 & + \sum_{n=2}^{\infty} b_n \{ 2(\cos \theta + K_\beta) \sin n\theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{n^2-1} \{n \cos n\theta \sin \theta - \sin n\theta \cos \theta\} \\
& + \frac{1}{\lambda \sin^2 \theta} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} \cdot 2n(2n \cos 2n\theta - \sin 2n\theta \cot \theta) \\
& + \frac{1}{\lambda \sin^2 \theta} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} (2n-1) \{(2n-1) \cos (2n-1)\theta \\
& - \sin (2n-1)\theta \cot \theta\} = 0 \quad (30)
\end{aligned}$$

また揚力係数, 横揺れモーメント係数は, それぞれ (23), (24) 式で与えられる.

5. 計算結果

前縁はく離流れの境界条件 (10), (16), (18), (19), (20), (22) 式は, はく離渦の位置と強さに関して非線形であり数値計算上大きな制約を受ける. また前報⁴⁾で述べたように, はく離渦が翼面に接近するにつれ翼面の渦分布 γ に鋭い peak が生じ, (4) 式の級数で十分な精度を得るに必要な項数が急激に増大する. この項数が不適当な場合は, peak の影響により渦分布が振動したり, 極端な場合解が求まらないこともありうる. また非線形であることに加えて級数の項数の増大は, 精度の劣化と計算時間の増大のため実用的でない. そこで前報の結果から本論文でも, 渦分布に関して最大 50 項, また比較的滑らかな翼形状に関しては 30 項をとり, 前報で計算した $K_\beta=0$ の解を初期値として, NEWTON-RAPHSON 法により解いた.

これに対し付着流の場合は, b_n, c_n に関する線形連立方程式であり, それぞれ 30 項をとり計算を行なった.

第 3, 4 図に, $K_\alpha=1.5, 1.0$ での はく離渦の位置を示す. $\lambda=0$ は平板翼⁵⁾, $K_\beta=0$ は横風のない対称流れである⁴⁾. また風下側の渦位置は K_β に負号をつけ

第3図 はく離渦の位置 ($K_\alpha=1.5$)

第4図 はく離渦の位置 ($K_\alpha=1.0$)

て示した. 両図とも渦の動きは同様な傾向をもつが, その範囲は K_α が大きいほど広く, K_β の影響も大きくなる. λ が大きく (すなわち張力 T が小さく) になると, 渦は風上側, 風下側とも翼の前縁に接近するが, K_α, K_β が大きいほど風下側の軌跡は外側へふくらむ傾向を見せる. また同様に K_α, K_β が大きいとき, 風上側の渦は λ の増加とともに急速に前縁に接近し, $K_\beta=0.6, \lambda=0.025$ の場合, $K_\alpha=1.5$ の z 座標はほぼ $K_\alpha=1.0$ の z 座標と等しい. したがって K_α, K_β が大きくなるほど, 風上側の渦位置は λ の値に敏感であるといえる.

次に一定の λ について見ると, λ が大きいときほど K_β の増加に伴い, 風上側の渦はすみやかに前縁に向かい風下側は遠ざかるが, 移動距離はいずれの場合も風下側がまさっている. しかし $\lambda=0$ のときには, K_β が増加しても風上側の渦は翼中心部へ向かい, 前縁への接近傾向を見せないのは大きな相違である.

さらに $s=\text{const.}$ の線は, s (あるいは λ) が小さい間はほぼ $\lambda=\text{const.}$ の線と並行しており, このことは s が小さければ, 横風 K_β が変化しても翼面の張力はほとんど変わらないことを示している.

第5図は各パラメータに対するはく離渦の強さである. λ の値によって複雑なようすを見せるが, これは (20) 式からわかるように, はく離渦の強さがその位置だけでなく翼断面形状にも複雑に関連しているためである. 一般に K_α が大きいほど, 風上, 風下の差は大きくなるが, この差は λ にも強く依存している.

$K_\alpha=2.0$ について考えると, $\lambda=0.01$ で風上側が K_β とともに増加, 風下側は減少し $\lambda=0$ (平板翼) と同様であるが, $K_\beta<0.5$ の範囲では両側の渦とも

第5図 はく離渦の強さ Γ_r (風上側), Γ_l (風下側) と K_β の関係

平板翼を上まわっており, Γ の最大値を与える λ が存在する。また $\lambda=0.02$ になると, K_β が小さい間は風下側がわずかに増えるもののそれ以後は両者とも小さくなる。しかも風上, 風下側の渦の強さが逆転しており, λ がさらに大きくなると両者の差もそのまま増えていく。このことは他の K_α の値に対しても見られ, 両側の渦強さが逆転する λ の値はたとえば $K_\beta=0.4$ では, $K_\alpha=2.0, 1.5, 1.0$ でそれぞれ $\lambda \sim 0.019, 0.026, 0.036$ であり, K_α が大きいときほど小さい λ で逆転する。また, この λ の値は, ここで計算した範囲では K_β にはほとんど影響されない。渦強さの各 K_α における λ への依存性は, λ が増えたとき風上側の渦は K_β に対して増加からしだいに減少に移り, 風下側は逆の変化を見せる。この傾向はほぼすべての K_α を通して見られるが, K_α が大きいほど顕著である。

第6図は $K_\alpha=2.0$ で s を一定としたとき, K_β が翼面形状に与える影響を示したものである。ここに示した状態では, K_β が増えても翼形状には明白な非対称性は見られないが, 渦位置の変化に伴って翼前縁部にその影響が現われている。拡大図に見られるように, 風上側では K_β が増えてはく離渦が翼面に近くなるほど, その負圧により翼面はしだいに大きな曲率をもつようになり, それに応じて前縁勾配もわずかに大きくなる。しかしはく離渦の影響は K_β の増加とともにしだいに狭い範囲に限られてくる。このことは翼面の渦分布からもよくわかる。一方風下側は, K_β が増えて渦が遠ざかるにしたがい負圧が減じるため, 一様

第6図 K_β による翼形状, 渦分布の変化 (はく離流) ($K_\alpha=2.0, s=0.065$)

第7図 K_β による翼形状, 渦分布の変化 (付着流) ($K_\alpha=2.0, s=0.065$)

に勾配も小さくなる。またこれら両前縁部の形状変化に応じて, 中央部の膨らみも変化する。

第7図は比較のために計算した付着流解である。第6図と同じく $K_\alpha=2.0, s=0.065$ の場合であり, K_β が増加すると翼面の最大高さの位置が風上側に移動する。また全体の形状も, この最大高さの位置の移動に伴う変化が存在するだけで, はく離流れにあるような複雑な様子は見られない。

次に渦分布については, はく離流の場合, はく離渦が翼上面に前縁に向かう大きな速度を誘導するため, 付着流の渦分布とは逆符号になり, 分布の様子も付着

第8図 s による翼形状, 渦分布の変化 (はく離流)
($K_\alpha=2.0$, $K_\beta=0.4$)

第9図 s による翼形状, 渦分布の変化 (付着流)
($K_\alpha=2.0$, $K_\beta=0.4$)

流とはまったく違ったものとなる。さらにははく離流の渦分布は K_β とともに非対称性を増し、前縁付近にははく離渦の影響が顕著に現われているのに対し、付着流では K_β の違いによる差は非常に小さい。このようにはく離流では、翼形状ならびに渦分布が、はく離渦の影響を大きく受けることがわかる。

第8図は $K_\alpha=2.0$, $K_\beta=0.4$ で、 s を変えたときの翼形状と渦分布の変化である。 s が小さい間、すなわち張力が大きいときは、翼面の最大高さの位置は風上側に寄っている。しかし s が大きくなり張力が増すにつれて、この位置はしだいに風下側に移ってい

き、 $s=0.15$ ($\lambda=0.05$) ではほぼ $y=-0.1$ で最大となる。これは s が (したがって λ が) 大きくなるとともに、風上側のはく離渦が急速に翼面に接近して、負圧の効果が前縁付近の狭い領域以外には作用なくなるが、風下側ではこれに比べて比較的渦が離れており、負圧は弱いが広範囲に及んでいることから翼面の張らみが大きくなるためである。しかしさらに s が増えると風下側の渦も前縁に接近し、風上側と同様その影響は局限されてくる。したがって最大高さの位置は再び翼中心に向かって戻り始める。

これに対して第9図に示す付着流では、 s が増えても最大高さの位置はほとんど変化せず、翼の張らみもほぼ一様に増加する。

また渦分布 γ も、付着流では K_β を変えたときと同様に s の影響も小さいが、はく離流では渦位置に大きく依存しており、 s とともに非対称性を増してその影響を明白に示している。

次に $K_\beta=0.4$, $s=0.05$ で、 K_α を変えたときの翼形状ならびに渦分布は、はく離流、付着流それぞれについて、第10, 11図のようになる。 K_α が変化しても翼形状がほとんど影響を受けない付着流に対して、はく離流ではとくに風上側の変化が大きく、翼面に近いところでははく離渦の動きが、翼形状に大きく影響することがわかる。

またはく離流の渦分布は、風上、風下側とも各 K_α での peak の差は小さく、渦と翼面との距離によって、はく離渦が翼面に影響を与える領域がどのように変わるかを最もはっきりと示す例となっている。一方、付着流の渦分布には、 K_α の増加に伴う前縁特異

第10図 K_α による翼形状, 渦分布の変化 (はく離流)
($K_\beta=0.4$, $s=0.05$)

第11図 K_α による翼形状、渦分布の変化 (付着流) ($K_\beta = 0.4$, $s = 0.05$)

第12図 $C_N / \epsilon^2 K_\alpha$ と K_β の関係

性の強さの変化が顕著に現われている。

第12図は各 K_α, λ での揚力係数であり、縦軸を $C_N / (\epsilon^2 K_\alpha)$ で表わしたものである。付着流と比較してはく離流では、 K_α が C_N の値に大きく影響し、また K_α が大きいほど λ の影響も大きいことがわかる。ほぼいずれの場合も K_β への依存は小さいが、 K_α が大きいほど上昇傾向が見られる。しかし $K_\alpha = 2.0, 1.5$ では $\lambda = 0.02, 0.025$ の曲線が逆の傾向を示し、 K_β とともに減少している。これは K_α, λ がこのような値のときは、 K_β が増加しても風上側前縁の勾配はほとんど変化せず、これに対し風下側前縁勾配はゆるやかに減少するため、このような K_β への依存性を示すものである。さらに $K_\alpha = 2.0, 1.5$ では、 C_N を最大にする $\lambda (> 0)$ が存在し、この λ の値は K_β に依存し

第13図 $C_L / \epsilon^2 K_\alpha$ と K_β の関係

第14図 $C_L / \epsilon^2 K_\alpha$ と λ の関係 ($K_\beta = 0.2$)

ている。これは $K_\alpha = 2.0, K_\beta = 0$ で $\lambda \sim 0.017$ で、 K_β が大きくなるにつれて小さくなり $K_\beta = 0.6$ では $\lambda \sim 0.01$ となる。 $K_\alpha = 1.5$ でも同様の傾向が見られ、 K_α が 1.0 より小さくなると、 $\lambda = 0$ の平板翼で C_N は最大となる。また付着流の C_N はかなり小さく、はく離渦の揚力への寄与は、 K_β の値にかかわらず非常に大きいことが知られる。

第13図は各パラメータに対する横揺れモーメント C_l と K_β の関係である。 C_N と同様 K_α に対して非線形であり $K_\alpha = 1.0$ で λ による差が最も小さく、 K_α がここからはずれるに従い λ による差も増す。たとえば $K_\alpha = 2.0$ では $\lambda = 0$ の平板翼がほぼ $K_\alpha = 1.0, \lambda = 0.025$ の場合と一致し、 $0 < K_\beta < 0.6$ の範囲では λ が増えると C_l は急増し、 $\lambda = 0.02$ 前後で最大となったあと再び減少する。 $K_\alpha = 1.5$ でもやはり同じ傾向をもち、また $K_\alpha = 2.0, 1.5$ では $\lambda = 0.02, 0.025$ が K_β に対して非線形性をもつのも C_N のときと同

第15図 はく離流の圧力分布 ($K_\alpha=1.0$, $\lambda=0.025$) 第16図 s と λ の関係

じ理由であるが、 C_l の場合は左右の前縁勾配の差が関連しており、この差の K_β に対する変化に基づくものである。 λ がさらに増えると C_l は急激に減少し、 $K_\alpha=2.0$, $K_\beta=0.2$ では $\lambda \sim 0.07$ で符号を変え、横揺れモーメントは正となる。この様子を見るために $K_\beta=0.2$ における C_l と λ の関係を第14図に示した。 K_α が大きいほど C_l の変化が急であるが、 $K_\alpha=0.5$ では最大値は存在せず、 λ とともにほぼ一様に減少する。

第15図は、 $K_\alpha=1.0$, $\lambda=0.025$ での はく離流の圧力分布を、3種の K_β の値について計算したものである。翼下面および上面中央部では、 K_β が大きくなると翼幅方向の傾斜が強くなっているもののそれほど

差は存在しない。しかし はく離渦による負圧は、風上側で渦が接近し、風下側で遠ざかるのに対応してその影響を明白に示している。

また第16図は、張力パラメータ λ と s の関係を、 K_α , K_β をパラメータとして示したものである。ただし付着流の場合は縦軸の読みが s/K_α^2 となっている。これによると λ が小さいほど、または はく離流ではこれに加えて K_α が小さいほど、 s は K_β の影響を受けにくいことがわかる。

ところで本解析のような横風問題では、 λ (あるいは s) が十分大きくなった場合、 K_α に比して K_β が大きければ、空気力の影響により翼面が $-1 \leq \gamma \leq 1$ をはずれて外側に突出した形状をとる可能性があるが、このような場合は本解析では取り扱うことができず、別な解法を必要とする。またたとえ翼面がこのような形状をとらない場合でも、 λ や s が大きくなると一般に翼面の脹らみが大きくなり、ここで行った翼面の線形化が成立しなくなるため、やはり本解析の対象外となる。

最後に、まえがきにも述べたように迎角、偏揺角に基づく Z 面の速度成分を合成し、

$$K_r = \sqrt{K_\alpha^2 + K_\beta^2}$$

とすると、 K_r は横揺角 $\phi_r = \tan^{-1}(K_\beta/K_\alpha)$ をもつ翼の一樣流による迎角成分を表わし、本解析のパラメータの換算により定常横揺時の可撓面三角翼の特性を求めることができる。たとえば第14図では、 $K_\alpha=2.0$ の場合 $K_r=2.01$, $\phi_r=5.7^\circ$ となり、 $\lambda=0.02$ のとき、はく離流では付着流の場合の3倍以上の復元モーメントを生じるが、 λ が大きくなるとはく離流では横揺モーメントが正となり、横揺に対して不安定となる。

6. 結 論

前報⁴⁾と同じく、可撓面をもつ低縦横比三角翼まわりの前縁はく離流れについて、BROWN and MICHAEL のモデルを使い、細長物体理論ならびに conical な流れ場の仮定により、おもに横風の影響について解析を行なった。また合わせて付着流の計算も行ない、その結果次のことがわかった。

1) 横風角 K_β は、迎角 K_α 、張力パラメータ λ とともに、はく離渦の位置および強さに大きな影響を与える。また平板翼 ($\lambda=0$) では、風上側の渦は K_β が増えると翼中心部へ向かうが、可撓翼では前縁に接近して異なった挙動を示し、この傾向は λ が大きいほど顕著になる。さらに λ が小さい間は、 K_α , K_β が大きいほど風上側の渦位置は λ の値に敏感である。

2) はく離流の揚力係数 C_N は、 K_β とともにわず

かに増加するが、これは K_α が大きいほど大きい。しかし同じく大きい K_α のとき、 $\lambda=0.02, 0.025$ では K_β とともに減少し特異な傾向を示す。またこのとき C_N を最大にする λ が存在し、この λ の値は K_β に依存している。

付着流では C_N は K_β にほとんど影響を受けず、その値もはく離流に比べてはるかに小さい。

3) はく離流、付着流ともに、横揺れモーメント係数 C_l はほぼ K_β に比例するが、はく離流の場合 $K_\alpha=2.0, 1.5$ では $\lambda=0.02, 0.025$ で非線形性を示す。またこのとき C_l を最大にする λ が存在し、 $K_\alpha=2.0, K_\beta=0.2$ ではこの最大値は付着流の3倍以上に達する。

4) 翼面形状、とくにその前縁勾配ははく離渦の位置に大きく影響され、付着流の場合とまったく異なった様子を示す場合がある。

最後に、本研究遂行中、絶えず有益適切なご助言を賜った大阪府立大学工学部、木田輝彦助教授に深甚

なる謝意を表する。

参考文献

- 1) THWAITES, B.: The Aerodynamic Theory of Sails. I. Two-Dimensional Sails, Proc. Roy. Soc. A., Vol. 261 (1961), pp. 402-422.
- 2) NIELSEN, J. N., KRJEBEL, A. R. and GOODWIN, F. K.: Theoretical Aerodynamics of One-Lobed Flexible Parawings at Low Speeds, J. Aircraft, Vol. 2, No. 2 (1965), pp. 127-135.
- 3) FINK, P. T.: Some Early Experiments on Vortex Separation (Part III), Further Experiments with 20 deg. Delta Wings, A. R. C. R. and M., No. 3489 (1967).
- 4) 山田哲也, 宮井善弘: 可撓面をもつ細長三角翼の前縁はく離流れ, 日本航空宇宙学会誌, 第29巻, 第326号 (1981. 3), pp. 146-153.
- 5) BROWN, C. E. and MICHAEL, W. H.: Effect of Leading-Edge Separation on the Lift of a Delta Wing, J. Aero. Sci., Vol. 21, No. 10 (1954), pp. 690-694 and 706.
- 6) 山田哲也, 宮井善弘: 横風を受ける三角翼の前縁はく離流れ, 日本航空宇宙学会誌, 第28巻, 第315号 (1980. 4), pp. 186-191.

一 論 文

渦動粘性の分布を考慮した乱流平面噴流の計算* A Calculation of a Plane Jet Using Eddy Viscosity with Lateral Change

桑 原 宏 成**
Kohseh KUWABARA

Abstract

Considering the lateral variation of eddy viscosity, a plane turbulent jet of an incompressible fluid is calculated. Approximating eddy viscosity as proportional to the lateral turbulence intensity and using simple functions like $(u/u_0)^n$ or $(1+\alpha\eta^m)^{-1}$ to express distributions of measured turbulence intensity, fair agreement is obtained between the calculated and some experimental results of the mean velocity distributions with constants such as $n=0.3$ or $\alpha=0.13$ and $m=4$.

In addition, a simple empirical formula for mean velocity distribution is given, which is analogous to the formula derived for a far wake flow and is corrected in the exponent to fit the measured profile in the central region of the jet. A numerical table of u/u_0 is presented comparing the known analytical solutions, empirical formulas and the present results.

1. ま え が き

自由乱流の一つである乱流噴流は多方面において実際に用いられる流れであるため、平面噴流をはじめとして円形、放射状、環状の噴流、さらに外部流を伴った複合噴流等多岐にわたり研究されてきた。これらに関しては、混合距離理論や一定渦動粘性係数の仮定に基づく古典的な解析とともに種々の実験結果が、RAJARATNAM¹⁾による総説に見ることができ、たまた実験データは RODI²⁾により集められている。

ここで扱おうとする平面噴流の場合、理論的な研究としては TOLLMIE³⁾ や GÖRTLER⁴⁾ による解析が著明であり、このほか REICHARDT⁵⁾ による帰納理論も知られている。これらの解析は平均速度分布または乱れ成分も含んだ動圧の分布および乱流剪断応力の分布を与えるのみであるが、前者だけについて見ても計算結果は必ずしも測定値とよく一致しているとはいえない。すなわち混合距離理論によれば³⁾、分布形は中

* 昭和56年1月19日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科