かに増加するが、これは K_α が大きいほど大きい。しかし同じく大きい K_α のとき、 $\lambda=0.02, 0.025$ では K_β とともに減少し特異な傾向を示す。またこのとき C_N を最大にする λ が存在し、この λ の値は K_β に依存している。

付着流では C_N は K_β にほとんど影響を受けず、その値もはく離流に比べてはるかに小さい。

3) はく離流、付着流ともに、横揺れモーメント係数 C_l はほぼ K_β に比例するが、はく離流の場合 $K_\alpha=2.0, 1.5$ では $\lambda=0.02, 0.025$ で非線形性を示す。またこのとき C_l を最大にする λ が存在し、 $K_\alpha=2.0, K_\beta=0.2$ ではこの最大値は付着流の3倍以上に達する。

4) 翼面形状、とくにその前縁勾配ははく離渦の位置に大きく影響され、付着流の場合とまったく異なった様子を示す場合がある。

最後に、本研究遂行中、絶えず有益適切なご助言を賜った大阪府立大学工学部、木田輝彦助教授に深甚

なる謝意を表する。

参考文献

- 1) THWAITES, B.: The Aerodynamic Theory of Sails. I. Two-Dimensional Sails, Proc. Roy. Soc. A., Vol. 261 (1961), pp. 402-422.
- 2) NIELSEN, J. N., KRJEBEL, A. R. and GOODWIN, F. K.: Theoretical Aerodynamics of One-Lobed Flexible Parawings at Low Speeds, J. Aircraft, Vol. 2, No. 2 (1965), pp. 127-135.
- 3) FINK, P. T.: Some Early Experiments on Vortex Separation (Part III), Further Experiments with 20 deg. Delta Wings, A. R. C. R. and M., No. 3489 (1967).
- 4) 山田哲也, 宮井善弘: 可撓面をもつ細長三角翼の前縁はく離流れ, 日本航空宇宙学会誌, 第29巻, 第326号 (1981. 3), pp. 146-153.
- 5) BROWN, C. E. and MICHAEL, W. H.: Effect of Leading-Edge Separation on the Lift of a Delta Wing, J. Aero. Sci., Vol. 21, No. 10 (1954), pp. 690-694 and 706.
- 6) 山田哲也, 宮井善弘: 横風を受ける三角翼の前縁はく離流れ, 日本航空宇宙学会誌, 第28巻, 第315号 (1980. 4), pp. 186-191.

一 論 文

渦動粘性の分布を考慮した乱流平面噴流の計算* A Calculation of a Plane Jet Using Eddy Viscosity with Lateral Change

桑 原 宏 成**
Kohseh KUWABARA

Abstract

Considering the lateral variation of eddy viscosity, a plane turbulent jet of an incompressible fluid is calculated. Approximating eddy viscosity as proportional to the lateral turbulence intensity and using simple functions like $(u/u_0)^n$ or $(1+\alpha\eta^m)^{-1}$ to express distributions of measured turbulence intensity, fair agreement is obtained between the calculated and some experimental results of the mean velocity distributions with constants such as $n=0.3$ or $\alpha=0.13$ and $m=4$.

In addition, a simple empirical formula for mean velocity distribution is given, which is analogous to the formula derived for a far wake flow and is corrected in the exponent to fit the measured profile in the central region of the jet. A numerical table of u/u_0 is presented comparing the known analytical solutions, empirical formulas and the present results.

1. ま え が き

自由乱流の一つである乱流噴流は多方面において実際に用いられる流れであるため、平面噴流をはじめとして円形、放射状、環状の噴流、さらに外部流を伴った複合噴流等多岐にわたり研究されてきた。これらに関しては、混合距離理論や一定渦動粘性係数の仮定に基づく古典的な解析とともに種々の実験結果が、RAJARATNAM¹⁾による総説に見ることができ、たま実験データは RODI²⁾により集められている。

ここで扱おうとする平面噴流の場合、理論的な研究としては TOLLMIE³⁾ や GÖRTLER⁴⁾ による解析が著明であり、このほか REICHARDT⁵⁾ による帰納理論も知られている。これらの解析は平均速度分布または乱れ成分も含んだ動圧の分布および乱流剪断応力の分布を与えるのみであるが、前者だけについて見ても計算結果は必ずしも測定値とよく一致しているとはいえない。すなわち混合距離理論によれば³⁾、分布形は中

* 昭和56年1月19日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科

心部において尖り、噴流外縁部における曲率は不連続である。また一定渦動粘性係数の仮説を用いると⁴⁾、半値幅より遠方でのずれは大きい。誤差曲線⁵⁾は測定値に最も近いが、外縁近傍ではやはりずれを生じ、全体的に大き目の値を与える(第1図)。また測定された速度分布曲線から逆算して求めた混合距離や渦動粘性係数は、噴流の断面内で一定ではなく、それらを一定とする仮説が正しくないことも知られている。

近年電子計算機を使い、乱流エネルギーを考慮して流れ場をより現実的に取り扱う試みがなされており、各種の乱流モデルが提案されている⁶⁾。RODIとSPALDING⁷⁾は $k-k_l$ モデルを適用して半噴流および平面、円形、放射状の各噴流に関する計算を行ない、平均風速、剪断応力、変動運動のエネルギー、エネルギー収支等の分布について測定値とかなりよく一致する結果を得ている。円形噴流を除きその一致は同一の定数を用いて得られているが、定数は7個あり、それらの選び方によってはどんな結果をも生み出せるとの意見もある⁸⁾。今後乱流モデルの精密化が図られ、数値も確定されることと思われるが、現在は発展途上にあると考えてよいであろう。

現在多くの研究者の関心は乱流の巨視的な取扱いには向けられていないと思われるが、流れの微細構造に立ち入らずに、平均流速の分布を測定値に近い形で与える表現を得ることは実用上有益と考える。これはたんに対称な噴流そのものに関してのみならず、湾曲噴流の解析においても有用である。すなわち、対称噴流を一次の解として曲率の影響を二次の解に含める微小擾乱法を適用した場合、従来のやり方で求めた一次の解に現われた測定値とのずれは、二次の解において増幅され、曲率の影響以外の要素が強調されるが⁹⁾、この欠点も改めることができる¹⁰⁾。さらに複合噴流の解析への適用も考えられる。

ここに示す解析は、渦動粘性係数の流れを横切る方向への変化を横方向の変動速度成分の実測値で近似表現する手法を適用したものであり、同じ方法はすでに遠方の平面後流に対して用いられ、欠損速度分布を適切に表現する単純な形の半経験式が得られている¹¹⁾。噴流の場合の解は後流と違い平均速度分布を閉じた形で表わすことはできないが、簡単な積分により求めることができる。

また TOWNSEND¹²⁾ が遠方後流に対して適用した例にならい、渦動粘性係数 ν_T の横方向分布を間欠係数で表わす方法も試みる。最終的に ν_T の分布を適切に表わす関数形を決定し、また平均速度分布を与える新たな実験式を示し、あわせてこれまでに提案された各種の解析解、実験式との比較を行なうことにする。

記 号

A : 係数((11)式)

a : 係数((15)式)

b : 噴流の幅、半値幅

f : 無次元流れ関数

m : 指数((8)式)

n : 指数((7)式)

R_T : 渦レイノルズ数 $= bu_0/\nu_T$

u, v : 平均速度成分

u_0 : 最大速度

u', v' : 変動速度成分

x, y : デカルト座標

α : 係数((8)式)

β : 係数((7)式)

γ : 乱れの間欠係数

η : 相似パラメータ

κ : 係数((1)式)

ν_T : 渦動粘性係数

ρ : 密度

σ : 噴流の拡がりパラメータ $= x/b = 0.104^{-1}$

φ : 無次元関数((1)式)

ψ : 流れ関数((11)式)

2. 渦動粘性係数の表現

渦動粘性係数の流れを横切る方向への変化を考慮した表現を

$$\nu_T = \kappa b u_0 \varphi(y/b) \quad (1)$$

と書くことにする。ここに b は噴流の代表幅、 u_0 は最大平均速度、 κ は実験定数であり、 φ が ν_T の横方向の変化を与える無次元関数である。

いま流れ方向の変動速度を平均流の勾配で表わすことにすると、 $u' = l' \cdot \partial u / \partial y$ となり、これをレイノルズ剪断応力の表現に代入して

$$-\rho \overline{u'v'} = -\rho l' \overline{v'} \cdot \partial u / \partial y \quad (2)$$

を得る。これを $-\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_T \cdot \partial u / \partial y$ と等置すれば、

$$\nu_T = -\overline{l'v'} = c |\overline{l'}| \cdot |\overline{v'}| \quad (3)$$

となる¹³⁾。ここに $|\overline{l'}|$ は混合距離の一種であり、これを噴流の幅 b に比例した量と考える。また $|\overline{v'}|$ はその大きさが流れ方向に u_0 に従って、また横方向に $(\overline{v'^2})^{1/2}$ に従って変化するものと仮定すると、

$$\nu_T = \kappa b u_0 \sqrt{\overline{v'^2} / (\overline{v'^2})_0} \quad (4)$$

と書くことができる。したがって(1)式と比べて次式を得る。

$$\varphi(y/b) = \sqrt{\overline{v'^2} / (\overline{v'^2})_0} \quad (5)$$

従来乱流境界層の外部領域や遠方後流に対して、 φ に乱れの間欠係数 γ を当てるやり方が採用されてき

た^{12),13)}. すなわち,

$$\varphi(y/b)=\gamma \quad (6)$$

遠方後流の解析¹¹⁾においては, (5)式の右辺を従属変数すなわち欠損速度のべき形 $(u_1/u_{10})^n$ で近似表現することにより,

$$u_1/u_{10}=[1-\beta(y/b)^2]^{1/n} \quad (7)$$

なる式を得, $1/n=2\sim 5$ と選ぶと測定値は適切に表わされた. この表現はもちろん複合噴流の十分下流の領域に対しても適用できるものであるが, ここで扱う単純な噴流に関してこの式に修正を施した実験式を後で示すことにする. 噴流では後流と異なり φ を従属変数で近似表現しても閉じた解は得られず方程式がわずかに簡化されるにとどまるが, この方法も試みる.

以下においては(5), (6)式の φ を次の単純な式で与えることにする.

$$\varphi(y/b)=(1+\alpha|y/b|^m)^{-1} \text{ または } \exp(-\alpha|y/b|^m) \quad (8)$$

3. 平面乱流噴流

非圧縮性流体の噴流を考え, 幅が無限小の二次元スロットの位置に原点を置き, 下流方向に x 軸を, それに直交して y 軸をとる. 各速度成分 u, v を時間平均量とすれば基礎方程式は次のように書かれる.

$$u_x + v_y = 0 \quad (9)$$

$$u u_x + v u_y = (\nu_T u_y)_y + (\overline{v^2} - \overline{u'^2})_x \quad (10)$$

添字 x, y はそれぞれによる微分を表わす. 乱流垂直応力 $\overline{v^2}, \overline{u'^2}$ は 1 オーダー小さい量であり省略できる.

A を有次元の係数として次の流れ関数, 相似変数を導入する.

$$\psi = A x^{1/2} f(\eta) \quad (11)$$

$$\eta = y/b \quad (12)$$

ここに $b = \sigma^{-1} x$ であり, b を半値幅としたとき, σ^{-1} は 0.103~0.104 であると報告されている⁸⁾.

(11)式より

$$u = \psi_y = A \sigma x^{-1/2} f'(\eta) \quad (13)$$

ゆえに渦動粘性係数: (1)式は

$$\nu_T = \kappa A x^{1/2} f_0' \varphi(\eta) \quad (14)$$

となるが, 係数 A を考慮すると $f_0' \equiv f'(0)=1$ ととることができる. a を定数として $4a\sigma\kappa=1$ とおくことにより(10)式は次のように書かれる.

$$(\varphi f'')' + 2a(f f'' + f'^2) = 0 \quad (15)$$

境界条件は

$$\eta=0: f=f''=0, \quad \eta \rightarrow \infty: f' \rightarrow 0 \quad (16)$$

と与えられる.

また乱流剪断応力 $-\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_T u_y$ を相似変数で書き直すと,

$$+\overline{u'v'}/u_0^2 = -\kappa \varphi f'' = +2\kappa a f f' = (1/2\sigma) f f' \quad (17)$$

となる.

従来解くべき常微分方程式の係数は整数で与えられてきたが, このことは解析解を求めえず最終的に数値積分を必要とする場合には重要ではない. ことにいまの場合のように $\varphi(\eta)$ を半値幅に基づいて与える必要があるときには, 得られた解が $\eta=1$ において $u/u_0 \equiv f'=0.5$ という条件を満足するよう係数 a を定めるほうが便利であり, また慣例に従い最終結果を半値幅を基準として図示するに際し結果を再計算するための手間を省くことができる. このような理由により(15)式に係数 a が残された. したがって以下では b は半値幅の意味で扱われる.

(15)式を一度積分して境界条件を適用すると,

$$\varphi f'' + 2a f f' = 0 \quad (18)$$

となる. φ を従属変数で表わすとさらに簡化される. すなわち $\varphi=(u/u_0)^n=f'^n$ を代入して積分すると,

$$\eta = \int_0^f [1-a(n+1)f^2]^{-1/(n+1)} df \quad (19)$$

$n=0$ すなわち $\varphi=1$ のとき渦動粘性係数は一定となり, GÖRTLER の解⁹⁾を得る.

$$u/u_0 = f' = 1 - \tanh^2(\sqrt{a'}\eta) = \text{sech}^2(0.88138\eta) \quad (20)$$

(15)式において, u_{yy} に相当する f''' の値について検討してみると, 噴流中心線上では $\varphi=1, \varphi'=0$ であるから $f_0''' = -2a$ (有限) となり, 混合距離理論解³⁾がもつ特異性をまぬがれている. 一方, 噴流の外縁では, f''' の値は卓越項 $-2a f f''/\varphi$ によって決定される. φ を(8)式のような関数で表わしたとき数値計算によれば f''' は有限の η において 0 に近づく傾向を有し, また $\varphi=f'^n$ とした場合には後流解と同様 $0 < n < 0.5$ に対し $f_0''' = 0$ となり, 速度分布は $u=0$ に滑らかに接続する.

第1図 従来の解析解, 実験式と測定値(ROBINS)との比較

4. 関数 $\varphi(\eta)$ の決定

平面噴流に関して過去になされた実験の紹介は石垣⁹⁾によってもなされているが、平均速度分布、最大速度の減衰、噴流の拡がり、 $\overline{u'^2}$ の分布に関するものが大部分であり、ここで必要とする $\overline{v'^2}$ や η についてのデータはあまり多くはない。

噴流の外縁近傍では相対的な乱れ強度がかなり大きいので、プローブの種類により測定値に明かな差を生ずるが、熱線計よりもピトー管を用いたほうが信頼性の高いデータを得ることができるといわれる⁷⁾。滑らかな収縮部を経て噴出した場合、平均速度分布の相似性はスロット幅の約10倍下流においてすでに認められるが、自己保存性は約30倍下流に至って初めて達成される。

後に示す種々の関数 $\varphi(\eta)$ の妥当性を検討するために必要な平均速度分布についてここで述べよう。

まず、MILLER と COMINGS¹⁴⁾ の報告は流れの変動強度を測定した早期の実験と思われるが、平均速度分布は誤差曲線⁹⁾

$$f'(\eta) = \exp(-0.69315\eta^2) \quad (21)$$

により表わされている。測定は熱線に依っており縁近傍の分布は連続方程式を適用して修正された。

BRADBURY¹⁵⁾ は外縁近傍の測定精度を高めるために弱い外部流を伴う複合噴流の実験を行ない、外側の一樣流速度 U_1 と噴出速度 U_j との比が0.16である場合をおもに測定した。この流れは本質的に非相似のはずであるが平均速度分布は相似性を示し次式で表わされた。

$$f' = \exp[-0.6749\eta^2(1+0.0269\eta^4)] \quad (22)$$

静止流体中の噴流に比べて噴流の拡がりは抑えられている。この実験式は中心部において測定値よりやや膨んだ形の分布を与えるが、縁近傍の表現は適切である。測定はピトー管と静圧管によって行なわれている。

同様の実験を水流を用いて行なったのが ANWER と WELLER¹⁶⁾ である。 $U_1/U_j = 0.0087 \sim 0.115$ の流れを光学的な測定法により調べ次式を得た。

$$f'(\eta) = \exp[-0.685\eta^2(1+0.012\eta^4)] \quad (23)$$

この式は分布形の裾野の部分(22)式よりも広く与えるが、(21)式が与える形よりは、なお狭い。

その他、静止流体中の噴流に関する HESKESTAD¹⁷⁾、ROBINS¹⁸⁾、GUTMARK と WYGNANSKI¹⁹⁾ (第5図参照) や KNYSTAUTAS²⁰⁾ らの測定結果をも参照すると、平均速度の分布は $\eta \leq 1$ では(17)ないし(18)式により与えられ、 $\eta > 1$ では(18)式をやや下回り、(20)式が与える値に近いと見てよさそうである。平均速度分布に関する測定例として ROBINS¹⁸⁾ のピトー管による実

第2図 測定された $\sqrt{v'^2}/(\overline{v'^2})_0$ の分布 (実線) とそれを近似表現する関数 φ (○印)
1: MILLER $\varphi = \exp(-0.22\eta^4)$, 2: BRADBURY $\varphi = (1+0.25|\eta|^3)^{-1}$, 3: HESKESTAD $\varphi = \exp(-0.1|\eta|^{3.1})$, 4: GUTMARK $\varphi = \exp(-0.17|\eta|^4)$, 5: ROBINS $\varphi = \exp(-0.34|\eta|^{4.4})$

第3図 $\sqrt{v'^2}/(\overline{v'^2})_0$ を近似表現する f'^n

験結果を採用することにする。第1図は前記の理論曲線ならびに実験式と ROBINS の実験結果を比較したものである。

4.1 $\sqrt{v'^2}$ の分布を模擬する場合 $\overline{v'^2}$ についての測定例としては、MILLER ら¹⁴⁾、BRADBURY¹⁵⁾、HESKESTAD¹⁷⁾、ROBINS¹⁸⁾、GUTMARK ら¹⁹⁾ が挙げられる。 $[\overline{v'^2}/(\overline{v'^2})_0]^{1/2}$ を求め測定点を滑らかに結んだのが第2図の実線であり、数字は説明文中の測定者名と対応している。ばらつきが大きくとくに ROBINS (5) のずれは大きい、BRADBURY (2) と GUTMARK ら (4) との類似性は大きい。各曲線は測定者名の後に示した簡単な関数により割合よく表わすことができ、その値が○印で示されている (■印については後述)。

同様に平均速度分布が関数で与えられた2例、すなわち MILLER ら ((21)式) と BRADBURY ((22)式) について $[\overline{v'^2}/(\overline{v'^2})_0]^{1/2}$ を f'^n で表わすと第3図の

第4図 間欠係数 γ の分布とその近似関数

▼: $\varphi = (1 + 0.015\eta^*)^{-1}$, △: $\varphi = (1 + 0.031|\eta|^{4.3})^{-1}$,
 +: $\varphi = \exp(-0.08\eta^*)$

○印となり, $n=0.3$ ないし 0.4 と選べばよいことがわかる。

4.2 γ の分布を模擬する場合 間欠係数 γ に関する BRADBURY¹⁵⁾, HESKESTAD¹⁷⁾, GUTMARK ら¹⁹⁾ の測定結果が第4図に曲線として示されている。HESKESTAD の値が噴流中心近傍よりすでに1より小さい値をもつのは、彼の扱った流れがダクトの下流端に設けられたオリフィスからの噴流であって、他のとは異なっていることに起因するものと思われる。また BRADBURY の測定値が縁近傍で他の二つと違っているのは外部流を伴ったことによる噴流の狭まりに対応している。この他ばらつきはあるが ROBINS のデータをも参照すると, γ は $\eta \leq 1$ ではほぼ1であり外縁に向けて急速に値を小さくする特性をもち, GUTMARK ら¹⁹⁾の測定値で代表されるところでよいであろう。各曲線を近似的に表現する関数が図の下に, またそれらの値が図中に記号で示されている。

5. 計算値と測定値の比較

第2図～第4図に示した近似関数 $\varphi(\eta)$ を(18)式に代入し, 積分して得た結果が第5図～第7図に示されている。曲線が計算値を, 記号が測定値を表わしており, 比較の基準として ROBINS の実験値が黒丸で示されている。なお測定値として示されたのは, 測定点を滑かに結んだ曲線上の点を表わすものである。

まず第5図において, MILLER に関してはかなりよく計算されているといえ, 外縁を除いて基準値 (ROBINS) との一致もよい。BRADBURY についても噴流が狭まる傾向を示している (点線については後述)。HESKESTAD と GUTMARK らの例では基準値と比べ測定値それ自体のずれが目立ち, 計算値はむしろ基準値と類似している。また ROBINS に関しては, 外縁部での不一致の程度から考えると, 彼の $\sqrt{v'^2}$ の測定値にはふくらみが少なすぎるといえそうである。全体的に見て, $\sqrt{v'^2}$ をある程度忠実に模擬すると, 計算さ

第5図 第2図の近似関数 φ に基づく解 第6図 第3図の近似表現 $\varphi = f'^n$ に基づく解 第7図 第4図の近似関数 $\varphi \sim \gamma$ に基づく解

れた u/u_0 は基準値よりも中央部で幾分大き目の値をもち, 外縁部では $\sqrt{v'^2}$ の大小に応じ基準値より大または小となる。

次に第6図においては, $n=0.3$ は MILLER らの測定値と, また $n=0.4$ は BRADBURY の値と類似しており, 前者は誤差曲線 (式(21)) よりもすぐれている (第1表参照)。これは φ を $\sqrt{v'^2}$ で近似することの有効性を示すものといえよう。

次に $\varphi = \gamma$ とした場合の結果である第7図について見ると, 3種類の表現の違いから生ずる差違はわずか

第8図 逆渦レイノルズ数: $R_T^{-1} = (bU_0/\nu_T)^{-1}$ の分布¹⁵⁾●: $R_T^{-1} = R_{T0}^{-1}\phi_1$, $\phi_1 = (1+0.13|\eta|^{4.7})^{-1}$

であり, ROBINS の測定値をかなりよく表現している。しかし γ の代表値と考えた GÖTMARK らのデータに基づく計算値 (破線) に注目すると, $1.1 \leq \eta \leq 1.7$ では計算値のほうが大であることがわかる。このずれは渦動粘性係数を一定としたときに現われた特性 (第1図破線) と共通するものであり, $\eta \leq 1$ で γ が一定であることの影響と考えられる。3本の曲線のなかでは HESKESTAD の γ (第4図破線) を用いた結果が最も優れていると判断される。

ここで渦レイノルズ数 $R_T = b u_0 / \nu_T$ について考えてみよう。 $-u'v'/u_0^2 = g(\eta)$, $-u'v' = \nu_T u_\eta$, $u/u_0 = F(\eta)$ を代入すると $R_T^{-1} = g(\eta)/F'(\eta)$ となる。BRADBURY¹⁵⁾ は g, F' に測定値を適用して R_T^{-1} を求めた結果, 第8図のように一定値とはほど遠いが, これに

第9図 平均速度分布の比較

γ^{-1} を乗じた $(\gamma R_T)^{-1}$ は大まかに一定となることを示した。では ϕ^{-1} を乗じた $(\phi R_T)^{-1}$ はどうであろうか。 ϕ として第2図に示した彼の実測値を使うと, 前者と比べ顕著に改良されたとはいえないが, 少なくとも同程度に一定値に近づいたとは述べてよいであろう。このことより ϕ を $\sqrt{v'^2}$ の分布で表わした渦動粘性係数: $\nu_T = \kappa b u_0 \phi$ なる表現の妥当性が示されたといえよう。

第8図の $R_T^{-1} \equiv \nu_T / b u_0$ を ϕ に組み込むと原理的に BRADBURY の u 分布が計算されるはずである。試みに $R_T^{-1} = (R_T^{-1})_0 \phi(\eta)$, ここに $\phi = (1+0.13\eta^{4.7})^{-1}$ とすると R_T^{-1} は第8図の●印で近似され, u/u_0 を求めた結果は第5図の点線となり, 測定値をさらにいい近似で表わしている。

これまでに見てきた事柄より, u 分布を正しく与える $\phi(\eta)$ の特性として次の事項が挙げられる。すなわち $\phi \propto \sqrt{v'^2}$ としたときに現われた u 分布の中央部に

第1表 各種の噴流解, および実験式による平均速度 u/u_0 の分布

η	噴 流 解			実 験 式				$\nu_T(\eta)$, 噴流解		
	TOLLMIE ¹⁾	GÖRTLER Eq. (20)	REICHARDT Eq. (21)	BRADBURY Eq. (22)	ANWER <i>et al.</i> Eq. (23)	八田ら ¹¹⁾ *	PRESENT Eq. (25)	$\phi = f'^n$ $n=0.3$	$\phi = \tau$ **	$\phi \propto \sqrt{v'^2}$ Eq. (24) $m=4$
0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
.1	.9805	.9923	.9931	.9933	.993	.9915	.9909	.9931	.9923	.9926
.2	.9454	.9696	.9727	.9734	.973	.9679	.9675	.9725	.9698	.9708
.4	.8510	.8853	.8950	.8976	.896	.8849	.8867	.8947	.8861	.8898
.5	.7962	.8284	.8409	.8445	.843	.8301	.8329	.8406	.8296	.8345
.6	.7386	.7653	.7792	.7836	.781	.7692	.7725	.7789	.7667	.7727
.8	.6191	.6308	.6417	.6462	.644	.6366	.6390	.6417	.6324	.6378
1.0	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
1.2	.3870	.3841	.3686	.3584	.364	.3702	.3676	.3678	.3789	.3694
1.4	.2843	.2881	.2570	.2324	.245	.2551	.2515	.2543	.2715	.2528
1.5	.2378	.2478	.2102	.1781	.195	.2049	.2016	.2060	.2228	.2015
1.6	.1949	.2123	.1696	.1310	.151	.1601	.1577	.1638	.1773	.1558
1.8	.1211	.1543	.1058	.0606	.082	.0881	.0887	.0969	.0980	.0831
2.0	.0642	.1111	.0625	.0210	.038	.0396	.0432	.0512	.0401	.0364
2.2	.0250	.0794	.0349	.0049	.014	.0123	.0171	.0231	.0098	.0123
2.4	.0039	.0565	.0185	.0006	.004	.0016	.0050	.0080	.0010	.0029

* $u/u_0 = 1 - 6(\alpha\eta)^2 + 8(\alpha\eta)^3 - 3(\alpha\eta)^4$, $\alpha = 0.3857$ ** $\phi = (1+0.031|\eta|^{6.5})^{-1}$

おけるふくらみを減じ、また $\varphi=\gamma$ と置いた場合に生じた $\eta \approx 1.4$ 近傍における過大な u の値を抑えるためには、おおよそ $\eta < 0.6$ において $\varphi \approx 1$ であり、 $\eta > 1$ で漸減するが、 γ ほどには急速に 0 とならないことが必要である。

一つの試みとして上記の R_T^{-1} に手を加えた

$$\varphi(\eta) = (1 + 0.13\eta^m)^{-1} \quad (24)$$

について検討した結果、 $m=3.5$ ないし 4 になるときに好結果が得られた。第 9 図にそれが実線として示されており、 m は 4 と選ばれた。この場合 (18) 式の係数 a は 0.74352 であった。このときの φ 分布は第 2 図に ■ 印として示されているが、HESKESTAD と GUTMARK らの $\sqrt{v'^2}$ 分布に近いものであり、(24) 式の φ は $\sqrt{v'^2}$ を模擬したものと述べていいであろう。

第 9 図には $\varphi = f'^{0.3}$ なる場合の結果も × 印として表示され比較されている。

また同じ図に次の単純な形の実験式が ○ 印として示されている。

$$f' = (1 - 0.12945|\eta|^{1.85})^5 \quad (25)$$

この式は複合噴流の十分下流で成立する (7) 式の指数に修正を加えて、分布形の中央部が実験値と適合するよう 2 を 1.85 に改め、 $1/n=5$ と選んだものである。これは $\eta=0$ で尖り過ぎとなる特性を有するが、図上では目立たない程度のものであり、他とのよい一致が見られる。

第 1 表は各種の解析解、実験式、および $\nu_T(y)$ として得た本計算結果を数表として示したものであり、八田ら²¹⁾による多項式表現の実験式も比較のために含まれた。

6. あ と が き

種々の流れの解析において渦動粘性係数 ν_T を一定とおくことから生ずる不都合を解消するために、これまで乱れの間欠係数 γ の分布でもって ν_T の横方向の変化を表わす手法がとられてきたが、平面噴流の場合には $\nu_T \propto |\overline{u'}| |\overline{v'}|$ なる関係において $|\overline{v'}|$ に $\sqrt{v'^2}$ の分布を当てはめると、平均速度分布は γ 分布を使った場合と同程度に、あるいはさらに良好に表現されることが示された。 ν_T の変化を表わす無次元関数として $\varphi = f'^{0.3}$ あるいは $\varphi = (1 + 0.13\eta^4)^{-1}$ を得、また実験式として (25) 式を得た。また従来の解、実験式とともに本計算結果が数表として示された。

参 考 文 献

1) RAJARATNAM, N.: Turbulent Jets, Elsevier, Am-

sterdam (1976).

- 2) RODI, W.: A Review of Experimental Data of Uniform Density Free Turbulent Boundary Layers, in Studies in Convection, Vol. 1 (B.E. LAUNDER, ed.), Academic Press, London (1975), pp. 79-165.
- 3) TOLLMIE, W.: Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, ZAMM, Vol. 6, No. 6 (1926), pp. 468-478.
- 4) GÖRTLER, H.: Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes, ZAMM, Vol. 22, No. 5 (1942), pp. 244-254.
- 5) REICHARDT, H.: Gesetzmäßigkeiten der freien Turbulenz, VDI Forschungsheft 414 (1942).
- 6) 大路通雄: 乱流の計算, 流体力学の進歩—乱流 (谷一郎編), 第 4 章, 丸善 (1980), pp. 129-176.
- 7) RODI, W. and SPALDING, D.B.: A Two-Parameter Model of Turbulence, and Its Application to Free Jets, Wärme- und Stoffübertragung, Vol. 3, No. 2 (1970), pp. 85-95.
- 8) 石垣 博: 乱流噴流の数値計算, 日本航空宇宙学会誌, 第 28 巻, 第 313 号 (1980), pp. 102-110.
- 9) 桑原宏成, 内田茂男: 非圧縮性流体に関する湾曲した乱流平面噴流の解析, 日本航空宇宙学会誌, 第 28 巻, 第 322 号 (1980), pp. 554-561.
- 10) 桑原宏成, 内田茂男: 渦動粘性の変化を考慮した湾曲噴流の計算, 日本航空宇宙学会誌, 受理.
- 11) 桑原宏成: 渦動粘性係数の横方向変化を考慮した平面後流の解析, 日本航空宇宙学会誌, 第 28 巻, 第 323 号 (1980), pp. 582-588.
- 12) TOWNSEND, A.A.: The Fully Developed Turbulent Wake of a Circular Cylinder, Australian J. Sci. Res., Vol. A2, No. 4 (1949), pp. 451-468.
- 13) SCHLICHTING, H.: Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, New York (1979), 7th ed., p. 581, p. 584.
- 14) MILLER, D.R. and COMINGS, E.W.: Static Pressure Distribution in the Free Turbulent Jet, J. Fluid Mech., Vol. 3 (1957), pp. 1-16.
- 15) BRADBURY, L.J.S.: The Structure of a Self-Preserving Turbulent Plane Jet, J. Fluid Mech., Vol. 23 (1965), pp. 31-64.
- 16) ANWER, H.O. and WELLER, J.A.: A Thin Rectangular Jet Discharging into a Slow-Moving Stream, Water Power, Vol. 21, No. 6 (1969), pp. 214-219.
- 17) HESKESTAD, G.: Hot-Wire Measurements in a Plane Turbulent Jet, J. Appl. Mech., Vol. 32, No. 12 (1965), pp. 721-734.
- 18) ROBINS, A.G.: The Development and Structure of a Two-Dimensional Free Turbulent Jet, Ph. D. Thesis, London Univ. (1973).
- 19) GUTMARK, E. and WYGNANSKI, I.: The Planar Turbulent Jet, J. Fluid Mech., Vol. 73 (1976), pp. 465-495.
- 20) KNYSTAUTAS, R.: The Turbulent Jet from a Series of Holes in Line, The Aeronaut. Quart., Vol. 15 (1964), pp. 1-28.
- 21) 八田圭爾, 野崎 勉: 有限幅ノズルから流出する二次元噴流, 日本機械学会論文集 (第 2 部), Vol. 38, No. 314 (1972), pp. 2593-2599.