動吸振器によるフラッタ抑止の効果について* Effect of Dynamic Vibration Absorber on the Suppression of Wing Flutter

川 島 孝 幸**・池 田 健**
Takayuki KAWASHIMA and Ken IKEDA

Abstract

The wing flutter phenomenon of the modern airplanes is mainly of torsion mode. The rotation dynamic absorber, which is attached to the elastic axis of the wing, can be considered to have a good effect for the suppression of the wing flutter. In this paper the problem is treated as three degree of freedom system, consisting of the bending of the wing and its torsion and the rotation of the dynamic absorber. The analysis shows the method to determine the following three values; the optimum natural frequency of the dynamic absorber, its optimum structural damping and the corresponding maximum flutter velocity. From these results, it is also explained that the increase of the flutter velocity due to the rotation dynamic absorber is approximately proportional to the square root the moment of inertia of the absorber.

1. ま え が き

動吸振器は 1909 年にフラームにより理論的に発明され、その防振効果が明らかにされて以来、各方面にその応用がなされている¹⁾。しかし、動吸振器による自励振動抑止の研究は、最近になって、動吸振器は自励振動系の安定限界を増すことにも役立つことが明らかにされた²⁾。したがって、航空機のフラッタ現象も自励振動であるから、フラッタに対するパッシブな抑止装置として動吸振器の利用が考えられる。

本研究は、2次元翼の曲げ振りフラッタに対して回転の動吸振器を用いて、動吸振器によるフラッタ抑止の効果を検討した。ふつうの航空機の主翼フラッタは振れ振動モードを主体としている。そこで、回転振動の動吸振器を翼の弾性軸に取り付け、問題となるフラッタ系を翼の曲げ、振りおよび動吸振器の回転の3自由度振動系として、安定の限界を最大限まで大きくする最適な動吸振器の固有振動数、構造減衰係数および最適な動吸振器により最大限まで増したときのフラッタ速度を求めるための解析法を明らかにし、動吸振器

によるフラッタ抑止の効果を調べ、抑止効果の限界、動吸振器の設計上の問題点について述べたものである。また、ふつうの航空機の主翼の曲げと振りの固有振動数比が比較的小さいことから問題を簡単化し、動吸振器の設計などに際し簡便な動吸振器の最適値およびフラッタ速度の最大値を求める経験式を求めた。

2. 動吸振器を取り付けた3自由度フラッタ系の解析

2.1 基礎式 振動系は、第1図に示すように、曲げおよび振り振動する2次元翼の弾性軸に回転振動の動吸振器を取り付けて3自由度フラッタ系とした。その運動方程式はつぎのように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} (m+m_p)\ddot{h}+S_a\ddot{\alpha}+K_h\dot{h} &= -L \\ S_a\ddot{h}+I_a\ddot{\alpha}+K_a\alpha-K_p(1+jq_p)(\varphi-\alpha) &= M_a \\ I_p\ddot{\varphi}+K_p(1+jq_p)(\varphi-\alpha) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 m は翼質量、 $S_a(=mbx_a)$ の静的モーメント、 $I_a(=mb^2r_a^2)$ は翼の慣性モーメント、 $K_h(=m\omega_h^2)$ は翼の曲げ振動のバネ定数、 $K_a(=I_a\omega_a^2)$ は翼の振り振動のバネ定数、 m_p は動吸振器質量、 I_p は動吸振器の慣性モーメント、 $K_p(=I_p\omega_p^2)$ は動吸振器の回転振動のバネ定数、 b は半翼弦長、 ω_h は翼の曲げ固有振動数、 ω_a は翼の振り固有振動数、 ω_p は動吸振器の固有振動数、 L 、 M_a は THEODORSEN 関数を含む揚力とピッチングモーメント、 $j=\sqrt{-1}$ 、 q_p は構造減衰係数で計算の便宜上振動数 ω の使用範囲を限定して構造減衰表示を用いた。

翼と動吸振器の運動は安定限界で調和振動するとして $h=\bar{h}e^{j\omega t}$ 、 $\alpha=\bar{\alpha}e^{j\omega t}$ 、 $\varphi=\bar{\varphi}e^{j\omega t}$ 、 $L=\bar{L}e^{j\omega t}$ 、 $M_a=\bar{M}_ae^{j\omega t}$ とおき(1)式に代入、整理するとフラッタ方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11}(\omega/\omega_a)^2-b_{11} & a_{12}(\omega/\omega_a)^2 & 0 \\ a_{21}(\omega/\omega_a)^2 & a_{22}(\omega/\omega_a)^2-b_{22} & b_{23} \\ 0 & b_{32} & (\omega/\omega_a)^2-b_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (\bar{h}/b) \\ \bar{\alpha} \\ \bar{\varphi} \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

* 昭和54年7月12日、第21回構造強度に関する講演会にて講演。昭和56年1月24日原稿受理

** 日本大学理工学部

第1図 3自由度フラッタ系の原理図

ここで、

$$a_{11} = \mu(1 + \sigma_1) + A_{hh}$$

$$b_{11} = \mu(\omega_h/\omega_a)^2$$

$$a_{12} = \mu x_a + A_{ha}$$

$$a_{21} = \mu x_a + A_{ah}$$

$$a_{22} = \mu r_a^2 + A_{aa}$$

$$b_{22} = \mu r_a^2 + \mu r_a^2 \sigma_2 (\omega_\phi/\omega_a)^2 (1 + jg_\phi)$$

$$b_{23} = (\omega_\phi/\omega_a)^2 (1 + jg_\phi)$$

$$b_{32} = (\omega_\phi/\omega_a)^2 (1 + jg_\phi)$$

$$b_{33} = (\omega_\phi/\omega_a)^2 (1 + jg_\phi)$$

$\mu (= m/\pi \rho b^2)$ は密度比, $\sigma_1 (= m_\phi/m)$ は質量比, $\sigma_2 (= I_\phi/I_a)$ は慣性モーメント比, $A_{hh}, A_{ha}, A_{ah}, A_{aa}$ は無次元複素数で無次元振動数 $k (= b\omega/U)$ の関数である³⁾.

2.2 最適な動吸振器とその解析

(2)式の係数の作る行列式を零とすると、つぎの振動数方程式を得る。

$$(\omega/\omega_a)^6 - (A_4 - jB_4)(\omega/\omega_a)^4 + (A_2 - jB_2)(\omega/\omega_a)^2 - (A_0 - jB_0) = 0 \quad (3)$$

ここで、

$$A_4 = \{(1 + K_3) + (K_1 + \sigma_1)f_{\phi a}^2 + K_2\sigma_2 f_{\phi a}^2 g_\phi\} / K_1$$

$$A_2 = \{(1 + K_3)f_{\phi a}^2 + (K_2 + K_4)f_{\phi a}^2 g_\phi + K_5 + (K_5 + K_6 g_\phi)\sigma_2 f_{\phi a}^2\} / K_1$$

$$A_0 = (K_5 + K_6 g_\phi)f_{\phi a}^2 / K_1$$

$$B_4 = \{(K_2 + K_4) + K_2\sigma_2 f_{\phi a}^2 - (K_1 + \sigma_2)f_{\phi a}^2 g_\phi\} / K_1$$

$$B_2 = \{(K_2 + K_4)f_{\phi a}^2 - (1 + K_3)f_{\phi a}^2 g_\phi + K_6 + (K_6 - K_5 g_\phi)\sigma_2 f_{\phi a}^2\} / K_1$$

$$B_0 = (K_6 - K_5 g_\phi)f_{\phi a}^2 / K_1$$

$$f_{ha} = \omega_h/\omega_a$$

$$f_{\phi a} = \omega_\phi/\omega_a$$

$$K_1 = (M_6^2 + M_7^2)/(M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$K_2 = (M_2 M_7 - M_3 M_6)/(M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$K_3 = (M_1 M_6 + M_5 M_7) f_{ha}^2 / (M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$K_4 = (M_1 M_7 - M_5 M_6) f_{ha}^2 / (M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$K_5 = M_4 M_6 f_{ha}^2 / (M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$K_6 = M_4 M_7 f_{ha}^2 / (M_2 M_6 + M_3 M_7)$$

$$M_1 = \mu[\mu r_a^2 + A_{aa}]$$

$$M_2 = \mu r_a^2[\mu(1 + \sigma_1) + A_{hh}]$$

$$M_3 = \mu r_a^2 A_{hh}, \quad M_4 = \mu^2 r_a^2, \quad M_5 = \mu A_{aa}$$

$$M_6 = [\mu(1 + \sigma_1) + A_{hh}] \cdot [\mu r_a^2 + A_{aa}] - A_{hh} \cdot A_{aa} - [\mu x_a + A_{ha}] [\mu x_a + A_{ah}] + A_{ha} \cdot A_{ah}$$

$$M_7 = [\mu(1 + \sigma_1) + A_{hh}] \cdot A_{aa} + [\mu r_a^2 + A_{aa}] \cdot A_{hh} - [\mu x_a + A_{ha}] \cdot A_{ah} - [\mu x_a + A_{ha}] \cdot A_{ah}$$

$$A_{hh} = A_{hh} + jA_{hh}, \quad A_{ha} = A_{ha} + jA_{ha}$$

$$A_{ah} = A_{ah} + jA_{ah}, \quad A_{aa} = A_{aa} + jA_{aa}$$

ここで、添字 r および i は実部、虚部を示す。

(3)式の各係数は、翼および動吸振器の諸元を含む k の複素関数であるから、つぎのように実部と虚部とに分ける。

$$(\omega/\omega_a)^6 - A_4(\omega/\omega_a)^4 + A_2(\omega/\omega_a)^2 - A_0 = 0 \quad (4)$$

$$B_4(\omega/\omega_a)^4 - B_2(\omega/\omega_a)^2 + B_0 = 0 \quad (5)$$

両式より ω を消去すると、無次元翼構造諸元 $\mu, r_a, \omega_h/\omega_a, a, x_a$ および質量比 σ_1 , 慣性モーメント比 σ_2 を設定した場合に ω_ϕ をパラメータとして g_ϕ と $1/k$ の関係により動的安定限界を示す判別関数 $T=0$ が得られる。

$$T = B_4^2[A_0 B_4^2 + B_0(B_2 - A_4 B_4)]^2 - B_2[A_0 B_4^2 + B_2(B_2 - A_4 B_4)] \times [B_4(A_2 B_4 - B_0) + B_2(B_2 - A_4 B_4)] + B_0[B_4(A_2 B_4 - B_0) + B_2(B_2 - A_4 B_4)]^2 \quad (6)$$

つぎに(4)式の左辺を変形してみると、つぎのように書ける。

$$(\omega/\omega_a)^6 - A_4(\omega/\omega_a)^4 + A_2(\omega/\omega_a)^2 - A_0 = [(\omega/\omega_a)^2/B_4 - (B_2/B_4 - A_4/B_4)] \times [B_4(\omega/\omega_a)^4 - B_2(\omega/\omega_a)^2 + B_0] + \{[(A_2 - B_0/B_4) + [(B_2/B_4 - A_4)(B_2/B_4)](\omega/\omega_a)^2 - [A_0 + (B_2/B_4 - A_4)(B_0/B_4)]\} \quad (7)$$

(5)式および(7)式の左辺が零であることから、動的安定限界時の振動数 ω_F を求める式はつぎのように得られる。

$$\left(\frac{\omega_F}{\omega_a}\right)^2 = \frac{A_0 B_4^2 + B_0(B_2 - A_4 B_4)}{B_4(A_2 B_4 - B_0) + B_2(B_2 - A_4 B_4)} \quad (8)$$

さらに、 $k = b\omega/U$ の関係を用いることでフラッタ速度 U_F を求める式がえられる。

$$\left(\frac{U_F}{b\omega_a}\right)^2 = \frac{A_0 B_4^2 + B_0(B_2 - A_4 B_4)}{B_4(A_2 B_4 - B_0) + B_2(B_2 - A_4 B_4)} \left(\frac{1}{k}\right)^2 \quad (9)$$

動的安定限界について、 ω_ϕ の値を種々変えて判別関数より g_ϕ と $1/k$ の関係を調べてみると、一般に、第2図のように、動的安定限界曲線は正符号の g_ϕ に

(+): Stable, (-): Unstable

第2図 $g_p \sim 1/k$ 曲線による動的安定境界図

第3図 $g_p \sim U_F/b\omega_0$ 曲線による動的安定境界図

より $1/k$ について3個の実根がある範囲と第1図の実根がある範囲とに分けることができる。動的安定境界曲線と ω_p の関係が注目すべきことは、動的安定境界曲線に3重根の点Aが現われるように ω_p を調整すると、3重根の点Aが最大限まで大きくなったフラッタ限界での値 $(1/k)_{cr}$ を示すことである。ここで、第2図の k_{F0} は翼のみの場合のフラッタ限界時の無次元振動数、 $k_{F0.1}$ は翼に動吸振器を固く結合した場合のフラッタ限界時の無次元振動数である。また、(+)は判別関数が正の符号をもつ領域(安定)、(-)は負の符号をもつ領域(不安定)である。

第2図の g_p と $1/k$ の関係は(9)式を用いることで第3図に示すように g_p と $U_F/b\omega_0$ の関係に書き換えることができる。 g_p と $U_F/b\omega_0$ の関係においても、一般に、正符号の g_p の値によって $U_F/b\omega_0$ が3個の範囲と1個の範囲とに分けられる。第3図において重要な安全領域は $U_F/b\omega_0$ の最も小さい値を示す動的安定境界曲線により囲まれた領域で斜線で示した。 U_{F0} は翼のみの場合のフラッタ速度、 $U_{F0.1}$ は動吸振器を翼に固く結合した場合のフラッタ速度、 U_D はダイバージェンス速度である。

第2図の3重根の点Aは第3図での3重根の点Aと

第4図 $g_p \sim 1/k$ 曲線による動的安定境界図 (ω_p を変えた場合)

第5図 $g_p \sim U_F/b\omega_0$ 曲線による動的安定境界図 (ω_p を変えた場合)

対応し、第3図の点Aが最大限まで大きくなったフラッタ速度の最大値 $(U_{Fmax}/b\omega_0)$ を示している。したがって、 ω_p を最適に調整して $(\omega_p)_{opt}$ とした場合にのみ、動的安定境界曲線に3重根の点が現われ、その点が、動吸振器の最適な構造減衰係数 $(g_p)_{opt}$ とそれに対応したフラッタ速度 $(U_{Fmax}/b\omega_0)$ を示している。

第4図および第5図は、 ω_p の値を最適な値とした場合および他の値とした場合の動的安定境界図を示した。 $\omega_p = 0.99(\omega_p)_{opt}$ の場合には g_p の値を $g_p = 0.25$ とすることでフラッタ速度を $U_F/b\omega_0 = 5.65$ (第5図のA'点) とすることができる。 $\omega_p = (\omega_p)_{opt}$ とすると動的安定境界はさらに増加することができ、3重根の点Aが現われる。すなわち、動吸振器の回転の固有振動数を $(\omega_p)_{opt} = 32.18 \text{ rad/sec}$ の構造減衰係数を $(g_p)_{opt} = 0.18$ とすることで、フラッタ速度は $U_{Fmax}/b\omega_0 = 5.79$ とすることができる。また、 $\omega_p = 1.01 \times (\omega_p)_{opt}$ とすると3重根の点は失われて動的安定境界はかえって減る。すなわち、 $g_p = 0.25$ としてもフラッタ速度は $U_F/b\omega_0 = 5.7$ (第5図のA'点) である。

以上のことから、 $(\omega_p)_{opt}$ 、 $(g_p)_{opt}$ および $(1/k)_{cr}$ あるいは $U_{Fmax}/b\omega_0$ は、判別関数が $1/k$ について3重

第6図 数 値 計 算 例

根の点を有するための条件, $T=0$, $T'=\partial T/\partial(1/k)=0$ および $T''=\partial^2 T/\partial(1/k)^2=0$ のもとに求めればよい。その計算法は3変数のニュートン法による。

$$T + \{\partial T/\partial(1/k)\} \delta(1/k) + \{\partial T/\partial\omega_p\} \delta\omega_p + \{\partial T/\partial g_p\} \delta g_p = 0 \quad (10)$$

$$T' + \{\partial T'/\partial(1/k)\} \delta(1/k) + \{\partial T'/\partial\omega_p\} \delta\omega_p + \{\partial T'/\partial g_p\} \delta g_p = 0 \quad (11)$$

$$T'' + \{\partial T''/\partial(1/k)\} \delta(1/k) + \{\partial T''/\partial\omega_p\} \delta\omega_p + \{\partial T''/\partial g_p\} \delta g_p = 0 \quad (12)$$

最初は任意の $1/k$, ω_p , g_p の値を仮定し, 上式より $\delta(1/k)$, $\delta\omega_p$ および δg_p を求め, 反復公式より最初の仮定した値を修正する。このような計算をくり返す。反復公式はつぎの式である。

$$(1/k)_{i+1} = (1/k)_i + \delta(1/k) \quad (13)$$

$$(\omega_p)_{i+1} = (\omega_p)_i + \delta\omega_p \quad (14)$$

$$(g_p)_{i+1} = (g_p)_i + \delta g_p \quad (15)$$

ただし, $i=1, 2, 3, \dots$ 。この繰返し計算は必ず収斂するが, 初期値の選び方によってはかなり面倒な手順を要する。

第6図は繰返し計算法を用いて行った計算例で, 固有振動数比 ω_h/ω_α と慣性モーメント比 σ_2 を変えた場合の (a) $U_{Fmax}/b\omega_\alpha$, (b) $(g_p)_{OPT}$ および (c) $(\omega_p)_{OPT}/\omega_\alpha$ について示した。とくに, 第6図 (a) より動吸振器の慣性モーメントは大きいほど抑止効果が高まることがわかる。

3. 簡単化した判別関数と経験式

最適な動吸振器とその効果についての先の繰返し計算法は比較的面倒である。これに比べて, 比較的簡単にしかも計算精度をあまり犠牲にせず求められれば便利である。そのためにつぎのように問題の簡単化を行う。

最初に, ふつうの航空機の主翼の固有振動数比 ω_h/ω_α は $1/3 \sim 1/5$ 程度の値をとることが多い。また, 振動数方程式のなかで ω_h/ω_α は2乗以上の形で含まれている。そこで, ω_h/ω_α についての微小項を省略す

ると, 振動数方程式 (3) は4次式となり, これを実部と虚部とに分けてつぎのように書く。

$$(\omega/\omega_\alpha)^4 - a_1(\omega/\omega_\alpha)^2 + a_0 = 0 \quad (16)$$

$$b_1(\omega/\omega_\alpha)^2 - b_0 = 0 \quad (17)$$

ここで,

$$a_1 = \{1 + (K_1 + \sigma_2)f_{\varphi\alpha}^2 + K_2\sigma_2 f_{\varphi\alpha}^2 g_p\} / K_1$$

$$a_0 = (1 + K_2 g_p) f_{\varphi\alpha}^2 / K_1$$

$$b_1 = \{K_2 + K_2\sigma_2 f_{\varphi\alpha}^2 - (K_1 + \sigma_2) f_{\varphi\alpha}^2 g_p\} / K_1$$

$$b_0 = (K_2 - g_p) f_{\varphi\alpha}^2 / K_1$$

$$f_{\varphi\alpha} = \omega_p/\omega_\alpha$$

(16)式および(17)式から ω を消去すると, つぎのような判別関数 $T=0$ の式を得る。

$$T = b_0^2 - a_1 b_1 b_0 + a_0 b_1^2 \quad (18)$$

また, フラッタ速度を求める式は(17)式からつぎのように書ける。

$$\left(\frac{U_F}{b\omega_\alpha}\right)^2 = \frac{(g_p - K_2) \{f_{\varphi\alpha}^2 / (K_1 + \sigma_2)\} \cdot (1/k)^2}{g_p - \{(1 + \sigma_2 f_{\varphi\alpha}^2) / (K_1 + \sigma_2)\} \cdot K_2} \quad (19)$$

つぎに, 動吸振器はフラッタ抑止のために翼へ取り付けることを考えると, σ_2 は1と比べてかなり小さい数値となる。そこで, σ_2 についての微小項を省略すると, (18)式よりさらに簡単化された判別関数 $T=0$ を得る。

$$T = K_1^2 K_2 f_{\varphi\alpha}^2 [g_p - f_1(1/k, f_{\varphi\alpha})] \times [g_p - f_2(1/k, f_{\varphi\alpha})] \quad (20)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} f_1(1/k, f_{\varphi\alpha}) &= \left\{ (\sigma_2 + 2K_1 K_2^2) + 2K_1 K_2 \sqrt{D} \right\} / 2K_1^2 K_2 f_{\varphi\alpha}^2 \\ f_2(1/k, f_{\varphi\alpha}) &= \left\{ (\sigma_2 + 2K_1 K_2^2) - 2K_1 K_2 \sqrt{D} \right\} / 2K_1^2 K_2 f_{\varphi\alpha}^2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$D(1/k, f_{\varphi\alpha})$$

$$= \left\{ \left(\frac{\sigma_2}{2K_1 K_2} + K_2 \right)^2 + \frac{\sigma_2 - 8K_1 \sigma_2 - 4K_1 K_2^2 (K_1 + \sigma_2)}{4K_1 (K_1 + \sigma_2)} \right\}$$

$$- \left\{ K_1 (K_1 + \sigma_2) f_{\varphi\alpha}^2 - \frac{2K_1 - \sigma_2}{2\sqrt{K_1 (K_1 + \sigma_2)}} \right\}^2 \quad (22)$$

(21)式および(22)式は無次元翼構造諸元, σ_1 および σ_2 があらかじめ設定されていれば, $1/k$ と $f_{\varphi\alpha}$

第7図 $K_1 \sim 1/k$ の関係 第8図 $K_2 \sim 1/k$ の関係

$(=\omega_p/\omega_a)$ の関数とみなせる。また、 K_1, K_2 は第7図、第8図に示すように、 $1/k$ を変数とすると直線に近い曲線で表わされるから、 K_1, K_2 をつぎのように直線の式で近似する。

$$K_1 = \xi_1 \cdot \Delta(1/k) + \zeta_1 \quad (23)$$

$$K_2 = \xi_2 \cdot \Delta(1/k) \quad (24)$$

ここで、

$$\Delta(1/k) = (1/k)_{cr} - (1/k_{Fo1}) \quad (25)$$

であり、 ξ_1, ξ_2 および ζ_1 は無次元翼構造諸元、 σ_1 および σ_2 により決定される量である。

最も簡単化された判別関数(20)式は、第9図に破線で示すように2本の $g_p \sim 1/k$ 曲線による安定限界図となる。 ω_p を適切に調整した場合、2本の $g_p \sim 1/k$ 曲線の交点での $1/k$ は最大となり、したがって、 U_F の最大値に対応しているこの交点は正確値とかなりよい近似を示す。

以上のことから、2曲線の交点での g_p は、 $D(1/k, f_{\phi a}) = 0$ を条件として、つぎの式より求めることができる。

$$g_p = (\sigma_2 + 2K_1K_2^2)/2K_1^2K_2f_{\phi a}^2 \quad (26)$$

また、交点での $1/k$ を最大にならしめる $f_{\phi a}$ は $\partial(1/k)/\partial f_{\phi a} = 0$ を条件として、(25)式を $f_{\phi a}$ で偏微分し

第9図 簡単化した判別関数による動的安定限界図

た式を零とすると、つぎの式より求めることができる。

$$f_{\phi a}^2 = (\omega_p/\omega_a)^2 = (2K_1 - \sigma_2)/\{2K_1(K_1 + \sigma_2)\} \quad (27)$$

(27)式を(22)式へ代入すると、 $1/k$ の最大値はつぎの式より求めることができる。

$$4K_1^2K_2^2 - 5K_1K_2^2\sigma_2 - K_1\sigma_2 - \sigma_2^2 = 0 \quad (28)$$

(28)式は、(23)式と(24)式を代入して整理すると、 $\Delta(1/k)$ についての4次方程式に書き換えられる。

$$4\xi_1^2\xi_2^2[\Delta(1/k)]^4 + (8\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_1\xi_2^2[\Delta(1/k)]^3 + (4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1[\Delta(1/k)]^2 - \sigma_2\xi_1[\Delta(1/k)] - (\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2 = 0 \quad (29)$$

一般に、この(29)式の $\Delta(1/k)$ の正根は1根のみである。この根の近似値は(29)式の第1項、第2項および第4項は他項に比して比較的小さいとして求められる。すなわち、 $\Delta(1/k)$ の最大値は

$$\Delta(1/k) = \{(\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2/(4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1\}^{1/2} \quad (30)$$

K_1, K_2 および $(1/k)_{cr}$ は

$$K_1 = \xi_1 \{(\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2/(4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1\}^{1/2} + \zeta_1 \quad (31)$$

$$K_2 = \xi_2 \{(\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2/(4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1\}^{1/2} \quad (32)$$

$$(1/k)_{cr} = \{(\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2/(4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1\}^{1/2} + (1/k_{Fo1}) \quad (33)$$

となる。したがって、(27)式から動吸振器の固有振動数の最適値 $(\omega_a)_{opt}$ の近似値 $(\omega_p)_{ap}$ はつぎの式より求まる。

$$(\omega_p)_{ap} = \omega_a \{2K_1 - \sigma_2\}/2K_1(K_1 + \sigma_2)^{1/2} \quad (34)$$

動吸振器の最適な構造減衰係数 $(g_p)_{opt}$ の近似値 $(g_p)_{ap}$ は(26)式からつぎの式より求まる。

$$(g_p)_{ap} = (K_1 + \sigma_2)(2K_1K_2^2 + \sigma_2)/K_1^2K_2(2K_1 - \sigma_2) \quad (35)$$

最適な動吸振器を翼に取り付けた場合、最大のフラッタ速度の近似値 $(U_{Fmax}/b\omega_a)_{ap}$ は、(19)式に(26)式と(27)式を用いてつぎのように求まる。

$$\left(\frac{U_{Fmax}}{b\omega_a}\right)_{ap} = \left\{ \frac{1}{k_{Fo1}} + \left[\frac{(\zeta_1 + \sigma_2)\sigma_2}{(4\xi_1 - 5\sigma_2)\xi_2^2\zeta_1} \right]^{1/2} \right\}$$

$$\times \left\{ \frac{1+3K_1K_2^2/(K_1+\sigma_2)}{K_2+\sigma_2+3K_1K_2^2\cdot\sigma_2/(K_1+\sigma_2)} \right\}^{1/2} \quad (36)$$

問題の簡単化により得られた三つの近似式は、その精度を検討するために、繰返し計算法より得られた精確値との比較検討を行った。翼と動吸振器の無次元量の範囲は $\mu=20\sim50$, $\omega_h/\omega_a=0\sim1/3$, $\alpha=0\sim-0.4$, $x_a=0\sim0.2$, $r_a=0.6\sim1$, $\sigma_1=0.025\sim0.1$, $\sigma_2=0.025\sim0.1$ で、この範囲のなかから、54 個の翼と動吸振器の組合せについて計算を行った。その結果、問題を簡単化したことによる近似式の計算精度へ与える影響は比較的小さく、たんに ω_h/ω_a の値が比較的大きい場合に誤差が目につく程度である。たとえば、第 9 図の計算例では精確値と比較して、 $(\omega_p)_{ap}$ は 1.2% 大、 $(g_p)_{ap}$ は 1.6% 大、 $(U_{Fmax}/b\omega_a)_{ap}$ は 1.5% 小であるが、 $\omega_h/\omega_a=0.28$ (第 2 図の計算例) とした場合、 $(\omega_p)_{ap}$ は 5% 小、 $(g_p)_{ap}$ は 7% 大、 $(U_{Fmax}/b\omega_a)_{ap}$ は 0.5% 程度大きく計算される。そこで、近似値と精確値との比較検討の結果をもととして、つぎのような経験式を得た。

$$(\omega_p)_{opt} = \{0.987 + 0.82(\omega_h/\omega_a)^2\} (\omega_p)_{ap} \quad (37)$$

$$(g_p)_{opt} = \{0.984 - 0.65(\omega_h/\omega_a)^2\} (g_p)_{ap} \quad (38)$$

$$(U_{Fmax}/b\omega_a) = \{1.015 - 0.18(\omega_h/\omega_a)^2\} \cdot (U_{Fmax}/b\omega_a)_{ap} \quad (39)$$

参考のために経験式と精確値との比較を第 6 図に示した。また ξ_1, ξ_2 および ζ_1 の値は、第 7 図、第 8 図の $K_1 \sim 1/k$, $K_2 \sim 1/k$ のグラフより求めても、経験式はかなりよい精度で計算される。

4. 動吸振器とフラッタ抑止の効果

4.1 慣性モーメント比 σ_2 について 第 10 図は動吸振器の質量を一定として、回転半径により動吸振器の慣性モーメントを変えた場合のフラッタ速度の増加率 η_{max} を調べたものである。 η_{max} のなかには動吸

第 10 図 σ_2 とフラッタ抑止の効果について (動吸振器の質量を一定とした場合)

第 11 図 σ_2 とフラッタ抑止の効果 (動吸振器の回転半径一定の場合)

振器を翼に取り付けたことで、翼の密度比が $\mu(1+\sigma_1)$ と増加したことによる効果 (動吸振器を翼に固く結合させた場合の効果と一致する) が含まれている。したがって、動吸振器の質量によるフラッタ速度の増加率を $\eta_{\sigma 1}$ とすると、動吸振器本来の効果は

$$\eta_{\sigma 2} = \eta_{max} - \eta_{\sigma 1} \quad (40)$$

である。ここで、

$$\eta_{\sigma 1} = (U_{F\sigma 1} - U_{FO}) / U_{FO} \quad (41)$$

$$\eta_{max} = (U_{Fmax} - U_{FO}) / U_{FO} \quad (42)$$

また、第 11 図は回転半径を固定し、質量により動吸振器の慣性モーメントを変えた場合のフラッタ速度の増加率を調べたものである。

動吸振器による抑止効果は σ_2 の大きさに応じて大きくなる。第 10 図、第 11 図においても、 η_{max} は大体 $\sqrt{\sigma_2}$ に比例して増加しているから、 σ_2 が小さいときはその割合に比較的大きな抑止効果を生ずるが、 σ_2 をあまり大きくしてもその割には抑止効果が大きくなっていない。 σ_2 は動吸振器の回転半径によっても大きくできるが、動吸振器を翼に取り付ける都合によって、回転半径の大きさに限界がある。一方、動吸振器の質量すなわち σ_1 をあまり大きくすることは、機体重量の増加、しいては飛行性能の低下をもたらす。したがって、動吸振器によるフラッタ抑止法はフラッタ速度を 10% から 20% 程度増加させたい場合には比較的有效な方法であるが、それより非常に大きな抑止効果を期待する場合はかえって不都合である。

4.2 ω_p と g_p の抑止効果へ与える影響 第 12 図は $g_p = (g_p)_{opt}$ として ω_p を変えた場合のフラッタ速度の増加率 η を調べた 1 例で、 $\omega_p / (\omega_p)_{opt} = 1$ のとき $\eta = \eta_{max}$ となる。ここで、

$$\eta = (U_F - U_{FO}) / U_{FO} \quad (43)$$

動吸振器による抑止効果は ω_p に対してかなり敏感であり、第 12 図に示すように ω_p の値が理想値よりも

第12図 ω_p によるフラッタ抑止の影響 第13図 g_p によるフラッタ抑止の影響

5% ほどズレても抑止効果が半減してしまう。一般に動吸振器の製作値はできるかぎり $(\omega_p)_{opt}$ へと近づけることが望ましいことを示している。

第13図は $\omega_p = (\omega_p)_{opt}$ として、 g_p とフラッタ速度の増加率 η で調べたものである。 g_p は抑止効果へ与える影響が ω_p ほどに敏感でなく、 g_p の値が理想値より 5% 大きい場合には 7% 程度の損失、5% 小さい場合でも 10% 程度の損失ですんでいる。製作上においては減衰を適確に与えることは比較的困難であることから、この性質は製作面において好都合といえる。なお、動吸振器の製作でその適正な構造減衰係数を得るためには、フラッタ振動数 ω_F 付近の値で

決める必要がある。例題でみるように、 ω_F は $(\omega_p)_{opt}$ に近い。動吸振器のみを取り出して、 ω_F 付近についての強制振動実験の結果から、動吸振器が最適値を得るように調整すればよい。その際には、共振率は $1/q_p$ となることを利用するのもよい。

5. む す び

パッシブなフラッタ抑止法の一つとして動吸振器を用いた場合について、もっとも効果を発揮しうる適切な動吸振器を設計するための解析法を明らかにし、動吸振器によるフラッタ抑止の効果とその限界および設計上の問題点について考察した。その結果、動吸振器を用いたフラッタ抑止法ではつぎのことがいえる。

動吸振器の抑止効果は翼と動吸振器の慣性モーメント比の平方根に比例して増加する。動吸振器を大きくすることで抑止効果を高めることができるが、あまり大きくしてもその割合には大きな効果が得られないことを示している。

動吸振器の抑止効果はその固有振動数に対してかなり敏感であるが、その減衰係数についてあまり敏感でない。

本研究での動吸振器によるフラッタ抑止法では、制御工学を用いたアクティブなフラッタ抑止法のように非常に大きなフラッタ抑止の効果を期待することはできないが、ダイバージェンスに対する安全を確認のうえ、本研究で示した計算例程度のフラッタ速度の増加を期待する場合には有効な方法といえる。

参 考 文 献

- 1) Den Hartog, J.P.: Mechanical Vibrations, McGraw-Hill, New York (1947), p. 112.
- 2) 池田 健, 五百井俊宏: 動吸振器による自動振動の防止法について, 日本機械学会論文集, 第43巻, 371号 (1977.7), pp. 2551-2556.
- 3) 鷲津久一郎: 空力弾性学, 共立出版 (1965), p. 32.