参考文献

- 1) HUTCHINSON, J. W. and BUDIANSKY, B.: Dynamic Buckling Estimate, AIAA J., Vol. 4 (1966), pp. 525-530.
- 2) ARBOCZ, J. and BABCOCK, C. D.: On the Role of Imperfections in Shell Buckling, Proc. XIII IUTAM Congress, Moscow (Aug. 1972).
- 3) TAMURA, Y. S. and BABCOCK, C. D.: Dynamic Stability of Cylindrical Shells under Step Loading, J. Appl. Mech., Vol. 42 (1975), pp. 190-194.
- 4) TAUB, J. and KONING, C.: Impact Buckling of Thin Bars in the Elastic Range Hinged at Both Ends, NACA TM 748 (1934).
- 5) LINDBERG, H. E.: Impact Buckling of Thin Bar, J. Appl. Mech., Vol. 32 (1965), pp. 315-322.
- 6) ELISHAKOFF, I.: Impact Buckling of Thin Bar Via Monte Carlo Method, J. Appl. Mech., Vol. 45 (1978), pp. 586-590.
- 7) ELISHAKOFF, I.: Axial Impact Buckling of a Column with Random Imperfection, J. Appl. Mech., Vol. 45 (1978), pp. 361-365.
- 8) LINDBERG, H. E. and HERBERT, R. E.: Dynamic Buckling of the Cylindrical Shells Subjected to Axial Impact, J. Appl. Mech., Vol. 33 (1966), pp. 105-112.
- 9) MAYMON, D. A. and LIBAI, A.: Dynamics and Failure of Cylindrical Shells Subjected to Axial Impact, AIAA J. Vol. 15 (1977), pp. 1624-1630.
- 10) RICE, S. O.: Mathematical Analysis of Random Noise, Tech. J., The Bell System, Vol. 23 (1944), pp. 282-332; Vol. 24 (1945), pp. 46-156.
- 11) 本部勢至朗, 砂川 恵: 衝撃軸圧縮荷重を受ける円筒殻の動的座屈荷重, 日本航空宇宙学会誌, 第30巻, 第345号(1982), pp. 597-605.
- 12) 木部勢至朗, 砂川 恵: 衝撃軸圧縮荷重を受ける円筒殻の単純化モデル, 日本航空宇宙学会誌, 第30巻, 第346号(1982), pp. 647-653.
- 13) 木部勢至朗: 衝撃軸圧縮荷重を受ける円筒殻の挙動に関する研究, 東京大学大学院工学系研究科学位論文 (1981).

—論 文—

積層複合円筒殻の軸圧縮座屈に及ぼすカップリング効果*
Coupling Effect on Axial Compressive Buckling of
Laminated Composite Cylindrical Shells

柏谷 平和**・植村 益次***
Hirakazu KASUYA and Masuji UEMURA

Abstract

In general, the laminated composite structures exhibit the coupling effect due to the anisotropy and the unsymmetric lamination. In the present paper, such coupling effects on the buckling stresses in the cross-ply and angle-ply laminated cylindrical shells subjected to axial compression are considered. That is, the effects of stacking sequence, number of lamination, boundary conditions and buckling modes on the buckling stresses are analysed by use of the equilibrium equation or of the energy method based on the DONNELL-type expressions.

The analytical predictions are verified by carrying out the buckling experiments on the thirteen kinds of carbon-fiber/epoxy (CFRP) laminated cylinders. The experiments show a good agreement with the analytical results. It is found that the coupling effects of laminates rapidly die out as the number of layers, N , increases and the buckling stresses become close

to higher values for homogeneous orthotropic cylinders. The buckling stresses in antisymmetric laminates with $N=2$ are especially much decreased.

1. ま え が き

高比強度, 高比剛性の高級繊維強化プラスチック材は, とくに航空宇宙関連の構造に数多く用いられるようになった。円筒殻構造は, 一般にフィラメント・ワインディング (FW) 法などによって, クロスプライ積層やアングルプライ積層 (ヘリカル巻き) などにより成形される。積層複合円筒殻の特色の一つは, 中央面に対する積層配列と強化繊維の配向等によって各種のカップリング効果があり, とくに積層数が少ない場合にはカップリング効果が顕著に現われ, 均質な直交異方性円筒殻とはかなり異なる力学的挙動を示す^{1), 2)}。

積層円筒殻の圧縮座屈に関する研究としては, FW円筒殻について TASH^{3), 4)}, CARD⁵⁾ および KHOT⁶⁾ の解析および実験結果の報告が見られるが, 圧縮座屈値に対する積層構成の影響などについて系統的な報告はなされていない。HIRANO⁷⁾ はアングルプライ積層円

* 昭和56年4月7日, 日本航空宇宙学会第12期年会講演会にて一部講演。昭和57年1月19日原稿受理

** 東海大学工学部動力機械工学科

*** 東京大学工学部境界領域研究施設

筒殻について、また小林⁸⁾は各種の積層構成を有する CFRP 円筒殻について、座屈値の積層構成と積層角に対する変化について報告を行っている。しかし、いずれも積層方向は均質化し、積層構成によって生ずるカップリング項の影響の吟味はなされていない。JONES⁹⁾はクロスプライ積層円筒殻で逆対称積層についてのみカップリング効果が座屈に及ぼす影響について報告している。

本報告では、両端単純支持のクロスプライおよびアングルプライ積層円筒殻を例にとって一般的に理論解析し¹⁰⁾、CFRP 積層円筒殻について実験を行い、積層構成、積層数や寸法などの圧縮座屈に及ぼす影響を系統的に検討し、最適積層構成に対する参考資料とする。

2. 積層円筒殻の基礎式と座屈解析法

第1図に示すように各層が一方方向強化材から成る積層円筒殻を考える。任意の点のひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ と中央面のひずみ $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ 、曲率変化 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ は次の関係を仮定する (KIRCHHOFF の仮定)。

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\kappa_x, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + z\kappa_y, \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

中央面の x, y, z 軸方向での、座屈に伴って発生する付加の変位を u, v, w とし、中央面ひずみ、曲率との関係は微小変形を仮定すると次のとおりである。

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= u_{,x}, \quad \varepsilon_y^0 = v_{,y} + w/R, \quad \gamma_{xy}^0 = v_{,x} + u_{,y} \\ \kappa_x &= -w_{,xx}, \quad \kappa_y = -w_{,yy}, \quad \kappa_{xy} = -2w_{,xy} \end{aligned} \quad (2)$$

第2図に示すように、隣接層と積層角が異なるときには厚さと無関係に一層として考え、そのような直交異方性材の層が N 層からなると考える。 k 番目層での

第1図 積層円筒殻と座標

第2図 N 層積層円筒殻の積層順序

繊維方向座標の応力-ひずみの関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix}_{(k)} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_{(k)} \\ &= [Q]_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_{(k)} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $[Q]$ は一方方向強化材の弾性係数で、

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_L / (1 - \nu_L \nu_T) \\ Q_{12} &= \nu_T E_L / (1 - \nu_L \nu_T) \\ Q_{22} &= E_T / (1 - \nu_L \nu_T) \\ Q_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (4)$$

構造主軸 x, y 方向の応力-ひずみ関係は (3) 式を用いて、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} &= [T]_{(k)} [Q]_{(k)} [T]_{(k)}^T \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} \\ &= [\bar{Q}]_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $[T]$ は応力変換マトリックスであり、次式で示される。

$$[T]_{(k)} = \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & 2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & -2\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $\alpha = \cos \theta_k, \beta = \sin \theta_k$ (θ_k : k 層での x 軸となす巻き角度)

(5) 式における $\bar{Q}$ は次のように表示される。

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}\alpha^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\alpha^2\beta^2 + Q_{22}\beta^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\alpha^2\beta^2 \\ &\quad + Q_{12}(\alpha^4 + \beta^4) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\beta^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\alpha^2\beta^2 + Q_{22}\alpha^4 \\ \bar{Q}_{16} &= -(Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\alpha^3\beta \\ &\quad + (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\alpha\beta^3 \\ \bar{Q}_{26} &= -(Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\alpha\beta^3 \\ &\quad + (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})\alpha^3\beta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\alpha^2\beta^2 \\ &\quad + Q_{66}(\alpha^4 + \beta^4) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $\bar{Q}_{ij}$ ($i, j=1, 2, 6$) は対称マトリックスとなる。

合応力と合モーメントは、各層内で厚さ方向に積分し、 N 層を総計して次式で与えられる。

$$\begin{aligned} (N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}) \\ = \sum_{k=1}^N \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, \tau_{xy}^{(k)}, z\sigma_x^{(k)}, \\ z\sigma_y^{(k)}, z\tau_{xy}^{(k)}] dz \end{aligned} \quad (8)$$

したがって、合応力、合モーメント-ひずみ、曲率変化式は、次式となる。

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで、 A_{ij} は伸張剛性マトリックス、 D_{ij} は曲げ剛性マトリックス、 B_{ij} は伸張と曲げとのカップリング剛性マトリックスであり、次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} A_{ij} \\ B_{ij} \\ D_{ij} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \begin{pmatrix} (t_{k+1} - t_k) \\ (t_{k+1}^2 - t_k^2)/2 \\ (t_{k+1}^3 - t_k^3)/3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

一般的な積層材の場合、カップリング項として A_{16} , A_{26} , D_{16} , D_{26} , B_{11} , B_{12} , B_{22} , B_{16} , B_{26} , B_{66} が現われる¹¹⁾。これらの値はクロスプライ積層やアングルプライ積層など積層の種類、対称積層や逆対称積層など積層構成あるいは積層数などによって一般に異なる。

(9)式の特性を呈する一般的な積層円筒殻が、軸圧縮を受けて座屈するときの付加的変位を用いて表示した DONNELL 型の平衡方程式は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} & A_{11}u_{,xx} + A_{12}(v_{,xy} + w_{,x}/R) \\ & + A_{16}(v_{,xz} + u_{,xy}) - B_{11}w_{,xxx} \\ & - B_{12}w_{,xyy} - 2B_{16}w_{,xzy} + A_{16}u_{,xy} \\ & + A_{26}(v_{,yy} + w_{,y}/R) + A_{66}(v_{,xy} + u_{,yy}) \\ & - B_{16}w_{,xzy} - B_{26}w_{,yyy} - 2B_{66}w_{,xyy} = 0 \\ & A_{16}u_{,xz} + A_{26}(v_{,xy} + w_{,x}/R) \\ & + A_{66}(v_{,xz} + u_{,xy}) - B_{16}w_{,xxx} \\ & - B_{26}w_{,xyy} - 2B_{66}w_{,xzy} + A_{12}u_{,xy} \\ & + A_{22}(v_{,yy} + w_{,y}/R) + A_{26}(v_{,xy} + u_{,yy}) \\ & - B_{12}w_{,xzy} - B_{22}w_{,yyy} - 2B_{26}w_{,xyy} = 0 \\ & B_{11}u_{,xxx} + B_{12}(v_{,xzy} + w_{,xx}/R) \\ & + B_{16}(v_{,xxx} + u_{,xzy}) - D_{11}w_{,xxxx} \\ & - D_{12}w_{,xxyy} - 2D_{16}w_{,xxzy} \\ & + 2\{B_{16}u_{,xz} + B_{26}(v_{,xyy} + w_{,zy}/R) \\ & + B_{66}(v_{,xz} + u_{,xyy}) - D_{16}w_{,xxx} \\ & - D_{26}w_{,xyy} - 2D_{66}w_{,xzy}\} \\ & + B_{12}u_{,xyy} + B_{22}(v_{,yyy} + w_{,yy}/R) \\ & + B_{26}(v_{,xyy} + u_{,yyy}) - D_{12}w_{,xxyy} \\ & - D_{22}w_{,yyyy} - 2D_{26}w_{,xyyy} \\ & - \{A_{12}u_{,x} + A_{22}(v_{,y} + w_{,y}/R) \\ & + A_{26}(v_{,x} + u_{,y}) - B_{12}w_{,xx} - B_{22}w_{,yy} \\ & - 2B_{26}w_{,xy}\}/R + \bar{N}_x w_{,xx} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、 $\bar{N}_x$ は座屈時の軸方向圧縮膜力 ($=P/2\pi R$)

境界条件を満足する座屈波形を仮定して、(11)式に代入して、変位係数のみの線形同次方程式となる場合には、座屈値は係数行列式から固有値として解析式で

求められる。しかしカップリング項があるため、係数行列式の形にならない場合には、ある程度筒長が長いとし、周期的座屈波形を仮定し、エネルギー法 (RITZ の方法) により次に示す全ポテンシャルエネルギー Π_p の変位係数に対する極値化操作によって近似的に座屈値を求めた。

$$\Pi_p, u_{mn} = \Pi_p, v_{mn} = \Pi_p, w_{mn} = 0 \quad (12)$$

ここで、 u_{mn} , v_{mn} , w_{mn} は後述の各座屈様式での u , v , w の変位係数

$$\Pi_p = U_M + U_B + W$$

ここで、

U_M : 中性面の伸張りひずみエネルギー

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \{N_x \varepsilon_x^0 + N_y \varepsilon_y^0 \\ &+ N_{xy} \gamma_{xy}^0\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \{A_{11} \varepsilon_x^{02} + A_{22} \varepsilon_y^{02} \\ &+ A_{66} \gamma_{xy}^{02} + 2A_{12} \varepsilon_x^0 \varepsilon_y^0 + 2A_{16} \varepsilon_x^0 \gamma_{xy}^0 \\ &+ 2A_{26} \varepsilon_y^0 \gamma_{xy}^0 + B_{11} \varepsilon_x^0 \kappa_x + B_{22} \varepsilon_y^0 \kappa_y \\ &+ B_{66} \gamma_{xy}^0 \kappa_{xy} + B_{12}(\varepsilon_x^0 \kappa_y + \varepsilon_y^0 \kappa_x) \\ &+ B_{16}(\varepsilon_x^0 \kappa_{xy} + \gamma_{xy}^0 \kappa_x) \\ &+ B_{26}(\varepsilon_y^0 \kappa_{xy} + \gamma_{xy}^0 \kappa_y)\} dx dy \end{aligned}$$

U_B : 曲げひずみエネルギー

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \{M_x \kappa_x + M_y \kappa_y \\ &+ M_{xy} \kappa_{xy}\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \{D_{11} \kappa_x^2 + D_{22} \kappa_y^2 \\ &+ D_{66} \kappa_{xy}^2 + 2D_{12} \kappa_x \kappa_y + 2D_{16} \kappa_x \kappa_{xy} \\ &+ 2D_{26} \kappa_y \kappa_{xy} + B_{11} \varepsilon_x^0 \kappa_x + B_{22} \varepsilon_y^0 \kappa_y \\ &+ B_{66} \gamma_{xy}^0 \kappa_{xy} + B_{12}(\varepsilon_x^0 \kappa_y + \varepsilon_y^0 \kappa_x) \\ &+ B_{16}(\varepsilon_x^0 \kappa_{xy} + \gamma_{xy}^0 \kappa_x) \\ &+ B_{26}(\varepsilon_y^0 \kappa_{xy} + \gamma_{xy}^0 \kappa_y)\} dx dy \end{aligned}$$

W : 外力のポテンシャルエネルギー

$$= -\frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \bar{N}_x(w, z)^2 dx dy$$

3. 軸圧縮座屈値の解析と数値計算例

本文では両端単純支持の境界条件の下での座屈を取り扱う。

3.1 数値計算例に用いた材料特性値 数値計算例としては、後述の実験に用いたカーボン繊維強化プラスチック (CFRP) 材を考える。その基本の弾性材料定

数は、筆者の一人が提案した平均化近似解析による式¹²⁾により計算され、実験で確かめられた次の値である。

$$E_L = 13,940 \text{ kg/mm}^2, E_T = 833 \text{ kg/mm}^2,$$

$$G_{LT} = 484 \text{ kg/mm}^2, \nu_L = 0.316, \nu_T = 0.0189$$

3.2 クロスプライ積層円筒殻の座屈特性 クロスプライ積層円筒殻は、軸方向 (0°) と円周方向 (90°) の2層を交互に積層したもので、数値計算では最内層を0°とした場合の結果を示す。その場合には $A_{i6} = B_{i6} = D_{i6} = 0$ ($i=1, 2$) となる。対称積層の場合にはさらに $B_{11} = 0$ となり、逆対称積層の場合には $B_{12} = 0$ ($B_{11} = -B_{22}$) となる。したがって、クロスプライ積層の場合は、後述のように境界条件を満足する u, v, w を用いて線形同次方程式 (11) 式を解けば、座屈値が求められる。

3.2.1 非対称変形座屈 単純支持端の境界条件 (S-2) として、 $x=0, L$ において

$$\left. \begin{aligned} w=0, v=0 \\ M_x=0 &= -D_{11}w_{,xx} - D_{12}w_{,yy} \\ &= B_{11}u_{,x} - D_{11}w_{,xx} - D_{12}w_{,yy} \\ N_x=0 &= A_{11}u_{,x} + A_{12}(v_{,y} + w/R) \\ &= A_{11}u_{,x} + A_{12}(v_{,y} + w/R) \\ &\quad - B_{11}w_{,xx} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(対称積層)
(逆対称積層)
(対称積層)
(逆対称積層)

を考えると、これを満足する座屈開始時のたわみ変形

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \cos(m\pi x/L) \sin(ny/R) \\ v &= v_m \sin(m\pi x/L) \cos(ny/R) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \sin(ny/R) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

を座屈方程式に代入すれば、固有値方程式を解いて、座屈値 $\bar{N}_x$ が m, n の関数として得られる。

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \left(T_{33} + \frac{2T_{12}T_{13}T_{23} - T_{11}T_{23}^2 - T_{22}T_{13}^2}{T_{11}T_{22} - T_{12}^2} \right) \quad (16)$$

ここで、係数 T_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{対称, 逆対称積層とも} \\ T_{11} &= A_{11}(m\pi/L)^2 + A_{66}(n/R)^2 \\ T_{12} &= (A_{12} + A_{66})(m\pi/L)(n/R) \\ T_{22} &= A_{22}(n/R)^2 + A_{66}(m\pi/L)^2 \\ \text{対称積層では} \\ T_{13} &= -A_{12}(m\pi/L)/R \\ T_{23} &= -A_{22}(n/R)/R \\ T_{33} &= D_{11}(m\pi/L)^4 \\ &\quad + 2(D_{12} + 2D_{66})(m\pi/L)^2(n/R)^2 \\ &\quad + D_{22}(n/R)^4 + A_{22}/R^2 \\ \text{逆対称積層では} \\ T_{13} &= -\{A_{12}(m\pi/L)/R + B_{11}(m\pi/L)^3\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{23} &= -\{A_{22}(n/R)/R - B_{11}(n/R)^3\} \\ T_{33} &= D_{11}(m\pi/L)^4 \\ &\quad + 2(D_{12} + 2D_{66})(m\pi/L)^2(n/R)^2 \\ &\quad + D_{22}(n/R)^4 + A_{22}/R^2 - 2B_{11}(n/R)^2/R \end{aligned} \right\}$$

$R/t, Z=L^2/Rt$ が与えられたとき、各種の m, n 値に対して最小値が座屈値である。

3.2.2 軸対称変形座屈 軸対称の変形を呈する場合は、変位 u, v, w は x のみの関数となり、 y に関する偏微係数は零となり、前述の (11), (14) 式はさらに簡化され、(15) 式の座屈変形として

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \cos(m\pi x/L) \\ v &= v_m \sin(m\pi x/L) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

を考えればよく、座屈値 $\bar{N}_x$ は m の関数として次式で得られる。

対称積層では

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = (L/m\pi)^2 \{-A_{12}^2/A_{11}R^2 + A_{22}/R^2 + D_{11}(m\pi/L)^4\} \quad (19)$$

逆対称積層では

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = (L/m\pi)^2 \{-A_{12}^2/A_{11}R^2 + A_{22}/R^2 + D_{11}(m\pi/L)^4 - (A_{12}B_{11}/A_{11}R)(m\pi/L)^2 - B_{11}(m\pi/L)^3\} \quad (20)$$

$R/t, Z=L^2/Rt$ が与えられたとき、各種の m 値に対して最小値が座屈値である。

3.2.3 数値計算による解析結果の検討 3.1 で述べた CFRP の材料特性を用い、 $R/t=100$ の場合について示す。ただし Z の大きい領域は R/t に無関係である。

座屈現象は軸対称変形座屈と非対称変形座屈のうち低いほうのモードで起こる。クロスプライ積層の場合は非対称変形座屈値が軸対称変形座屈値よりはるかに低いため、非対称変形座屈の数値計算結果のみを第3図に示す。座屈値を無次元座屈係数 $K = \sigma_x R/E_T t$ の形で示し、殻の形状パラメータ $Z=L^2/Rt$ および R/t の下で積層数 N の変化による影響を示している。

(1) 形状パラメータ Z の影響: 対称積層、逆対称積層の場合ともに、 Z の大きい領域 ($Z > 100$) では K 値は Z に無関係に一定となり、等方性円筒殻の場合と同様に、軸圧縮座屈値は軸長 L に無関係に t/R に比例する。しかし Z の小さい領域では、平板座屈に近づき、 L の減少とともに K 値は増加する。

(2) 積層数 N の影響: 対称積層 (第3図 (a)) の場合には、カップリング項 $B_{11} = (-B_{22})$ がいないため、同一の肉厚 t の下で積層数 N の K 値に及ぼす影響は Z の大きい領域では大きくないが、 N の増加とともに K 値は増加する。しかし Z の小さい領域では積層数 N の影響は逆で、 N の増加とともに K 値は低下する。

第3図 クロスプライ積層円筒殻の非対称変形座屈における座屈係数 K の積層数 N , 形状パラメータ Z による変化

(a) 対称積層の場合, (b) 逆対称積層の場合

逆対称積層 (第3図(b)) の場合には, 積層数が少ないと, 中央面と中立面とが異なるために生ずるカップリング効果が大きいので K 値は低下し, とくに Z が小さい領域での低下は大きい. しかし積層数が増えると, $B_{11} (= -B_{22}) = 0$ となり直交積層理論による K と一致する. 積層数 N の影響は, Z と無関係に N の小さいほうが K 値が小さいのは, 対称積層の場合とは異なる.

(3) 座屈波形の検討: 最小座屈値を与える座屈波数 (軸方向および円周方向の波数 m, n) は第3図中に記入したが, 積層数 N および Z により変化するが, とくに筒長の増加とともに m が増すのは当然である.

(4) 積層順序の影響: 対称積層では, 最内層を 0° とした場合の結果を第3図(a)に示した. 最内層を 90° とした場合には, $Z < 10$ の領域では, 両者で座屈

波数 m, n が大体同程度なので, 座屈値は低下するが, $Z > 10$ の領域になると m 値が大きくなり, 座屈値としては両者の差はほとんどなくなり, 積層順序が座屈値に及ぼす影響は無視できるようになる. また, 逆対称積層の場合には, 伸張剛性 A_{11} と A_{22} および曲げ剛性 D_{11} と D_{22} の値が同一になるため, 積層順序が座屈値に与える影響はまったくない.

3.3 アングルプライ積層円筒殻の座屈特性 ($-\theta$) 層と ($+\theta$) 層の等厚のアングルプライ積層では, カップリング項としては, 対称積層 (奇数層) では A_{16} , A_{26} , D_{16} , D_{26} が現われ, 逆対称積層 (偶数層) では B_{16} , B_{26} が現われる. 両端単純支持の境界条件として (S-2), (S-3) の両者を考える. アングルプライ積層の場合には, 周期的座屈波形を仮定すると, 逆対称積層の場合に限って (S-3) の境界条件は満足するが,

一般に(11)式の線形同次方程式を用いて座屈値を閉じた形の解析式で求めることができないので、エネルギー法によって近似解を求める。境界条件を満足する場合の解は次報に譲るので、本報ではある程度筒長の長い場合のカップリング効果の影響を近似的に検討したものであることを了解されたい。

3.3.1 非対称変形座屈

(1) 境界条件(S-2)の場合：単純支持端の境界条件(S-2)の場合は、 $x=0, L$ において

$$\left. \begin{aligned} w &= 0, v = 0 \\ M_x &= 0 = -D_{11}w_{,xx} - D_{12}w_{,yy} \\ &\quad - 2D_{16}w_{,xy} \quad (\text{対称積層}) \\ &= B_{16}(v_{,x} + u_{,y}) - D_{11}w_{,xx} \\ &\quad - D_{12}w_{,yy} \quad (\text{逆対称積層}) \\ N_x &= 0 = A_{11}u_{,x} + A_{12}(v_{,y} + w/R) \\ &\quad + A_{16}(v_{,x} + u_{,y}) \quad (\text{対称積層}) \\ &= A_{11}u_{,x} + A_{12}(v_{,y} + w/R) \\ &\quad - 2B_{16}w_{,xy} \quad (\text{逆対称積層}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

で与えられるが、 A_{16} , B_{16} , D_{16} のカップリング項があるため、次の周期的座屈波形

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \cos(m\pi x/L) \sin(ny/R) \\ v &= v_m \sin(m\pi x/L) \cos(ny/R) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \sin(ny/R) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

は、(21)式の境界条件を満足しないのでエネルギー法で近似解析する。座屈値は m, n の関数として(16)式と同形で、また T_{11} も(17)式と同形で与えられる。

(2) 境界条件(S-3)の場合：単純支持端の境界条件(S-3)の場合は、 $x=0, L$ において

$$\left. \begin{aligned} w &= 0, u = 0 \\ M_x &= 0 = -D_{11}w_{,xx} - D_{12}w_{,yy} \\ &\quad - 2D_{16}w_{,xy} \quad (\text{対称積層}) \\ &= B_{16}(v_{,x} + u_{,y}) - D_{11}w_{,xx} \\ &\quad - D_{12}w_{,yy} \quad (\text{逆対称積層}) \\ N_{xy} &= 0 = A_{16}u_{,x} + A_{26}(v_{,y} + w/R) \\ &\quad + A_{66}(v_{,x} + u_{,y}) \quad (\text{対称積層}) \\ &= A_{66}(v_{,x} + u_{,y}) - B_{16}w_{,xx} \\ &\quad - B_{26}w_{,yy} \quad (\text{逆対称積層}) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

で与えられる。座屈波形として次の形

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \sin(m\pi x/L) \cos(ny/R) \\ v &= v_m \cos(m\pi x/L) \sin(ny/R) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \sin(ny/R) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

を仮定すると対称積層の場合には、 A_{16} , A_{26} , D_{16} の項があるため(23)式の境界条件を満足しないし、逆対称積層の場合には境界条件を満足するが、(11)式の線形同次方程式を満足しないのでエネルギー法によって解析した。座屈値は(16)式と同形で与えられる。ここで T_{11} , T_{12} , T_{22} は(17)式と同一であるが、 T_{13} , T_{23} , T_{33} は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{対称積層では} \\ T_{13} &= -A_{26}(n/R)/R \\ T_{23} &= -A_{26}(m\pi/L)/R \\ \text{逆対称積層では} \\ T_{13} &= -\{3B_{16}(m\pi/L)^2 \\ &\quad + B_{26}(n/R)^2\}(n/R) \\ T_{23} &= -\{B_{16}(m\pi/L)^2 \\ &\quad + 3B_{26}(n/R)^2\}(m\pi/L) \\ \text{対称積層, 逆対称積層とも} \\ T_{33} &= D_{11}(m\pi/L)^4 \\ &\quad + 2(D_{12} + 2D_{66})(m\pi/L)^2(n/R)^2 \\ &\quad + D_{22}(n/R)^4 + A_{22}/R^2 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

R/t , $Z=L^2/Rt$ が与えられたとき、各種の m, n 値を与えて計算し、最小値を座屈値とする。

3.3.2 軸対称変形座屈 軸対称変形座屈を呈する場合は、変位成分は x のみの関数となり、前述の境界条件(21), (23)式はさらに簡単化される。

境界条件(S-2)の場合の座屈変形(22)式は

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \cos(m\pi x/L) \\ v &= v_m \sin(m\pi x/L) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となる。やはり A_{16} , B_{16} の項が残るため境界条件を完全には満足しないので、エネルギー法によると、座屈値は

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = (L/m\pi)^2 \{-A_{12}^2/A_{11}R^2 + A_{22}/R^2 + D_{11}(m\pi/L)^4\} \quad (27)$$

で与えられる。

境界条件(S-3)の場合の座屈変形(24)式は

$$\left. \begin{aligned} u &= u_m \sin(m\pi x/L) \\ v &= v_m \cos(m\pi x/L) \\ w &= w_m \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。逆対称積層の場合のみ、境界条件を満足するが、線形同次方程式を満足しないので、すべてエネルギー法で解く。この場合の座屈値は次式で与えられる。

対称積層では

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = (L/m\pi)^2 \{A_{22}/R^2 - A_{26}^2/A_{66}R^2 + D_{11}(m\pi/L)^4\} \quad (29)$$

逆対称積層では

$$\bar{N}_x = \sigma_x t = (L/m\pi)^2 \{A_{22}/R^2 - (B_{16}^2/A_{66})(m\pi/L)^4 + D_{11}(m\pi/L)^4\} \quad (30)$$

R/t , $Z=L^2/Rt$ が与えられたとき、各種の m 値に対して最小値が座屈値である。

3.3.3 数値計算による解析結果の検討 アングルブライ積層円筒での座屈係数 $K=\sigma_x R/E_T t$ と積層角 θ との関係を $R/t=100$ の場合について第4～6図に示す。 $R/t=200$ の場合も $K \sim \theta$ の関係は変わらず、ただ付記した m 値が異なるだけである。クロスプライ積層円筒の場合と同様に、最小座屈値は、通常の円筒殻寸法の場合のように $Z>100$ になるとほとんど一定で

ある。したがって本解析では、ある程度筒長は長いとしてエネルギー法によっているので、 Z についての議論は省略し、 Z 値の大きい領域の座屈値のみを示した。

(1) 境界条件 (S-2) の場合：実際の実験における境界条件は (S-2) の場合に近いと思われるが、対称お

第4図 境界条件 (S-2) の場合のアングルプライ積層円筒殻の軸対称および非対称変形座屈における座屈係数 K の積層角 θ による変化

び逆対称積層の場合について、軸対称および非対称変形の座屈係数 K 値の積層角 θ による変化を第4図に示す。この場合には、カップリング項 A_{16}, B_{16}, D_{16} ($i=1, 2$) が計算式中には存在しないため、積層構成および積層数の K 値に及ぼす影響は現れない。

軸対称変形座屈 (実線) では下に凸の形の曲線で $\theta=45^\circ$ で最小値を示す。しかし非対称変形座屈 (一点鎖線) では、 $\theta \approx 20^\circ, 70^\circ$ で座屈波形が変わり、 θ の増大とともに軸方向波数 m が多くなり、周方向波数 n が小さくなり、 $n=(1), 2$ がほとんど同じ最小の K 値を与える。そして $\theta < 20^\circ$ および $\theta > 70^\circ$ では上に凸の形の曲線で、軸対称変形の場合よりはるかに低い座屈値を示し、 $20^\circ < \theta < 70^\circ$ では軸対称変形とほぼ同じ形と座屈値で下に凸の形の曲線で $\theta=45^\circ$ で最小値を示し、 $\theta \approx 20^\circ, 70^\circ$ で最大値を示す。

非対称変形座屈についての従来の研究^{7), 8)} によると、 $\theta \approx 20^\circ, 70^\circ$ で座屈変形波数の変化はなく、 $\theta < 20^\circ$ および $\theta > 70^\circ$ の曲線をそのまま延長して $\theta=45^\circ$ で最大値を示すような上に凸の曲線が示されているが、本計算による座屈値ははるかに低く、異なった結果を示している。従来の研究は固有値を座屈波数に対して解析的に極限操作を行ったため、平野も指摘しているように¹³⁾、極小値でなく極大値を示していると思われる、注意する必要がある。

(2) 境界条件 (S-3) の場合：軸対称変形座屈の対称積層の場合を第5図(a)に、逆対称積層の場合を第

第5図 境界条件 (S-3) の場合のアングルプライ積層円筒殻の軸対称変形座屈における座屈係数 K の積層数 N 、積層角 θ による変化

(a) 対称積層の場合、(b) 逆対称積層の場合

第6図 境界条件 (S-3) の場合のアンギュラプライ積層円筒殻の非対称変形座屈における座屈係数 K の積層数 N 、積層角 θ による変化

(a) 対称積層の場合, (b) 逆対称積層の場合

5図(b)に示す。また同様に、非対称変形座屈の対称積層の場合を第6図(a)に、逆対称積層の場合を第6図(b)に示す。

① 境界条件 (S-2) の場合と比較して、逆対称積層で $N=2$ の場合を除いて、(S-3) の場合は高い座屈値を与え、実際の実験でも (S-2) の境界条件のほうが、現実的である。

② 座屈変形の検討：軸対称変形座屈のほうが非対称変形座屈よりも多少低い値を示すが、両者の傾向はまったく同一である。座屈係数 K は $\theta=45^\circ$ で最大値をとるが、ただ逆対称積層で積層数 N が2のようにきわめて少ない場合には $N>4$ の場合とは著しく異なり、 B_{16} , B_{26} のカップリング効果により K 値はかなり低下し、 $\theta \approx 20^\circ$ で最小値をとる。座屈波形として m 値は積層角 θ の増加とともに多くなるが、 n 値は $n=1, 2$ がほとんど同じ最小の K 値を与え、物理的に $n=2$ とした。

③ 積層構成の影響：積層数 $N=2$ の場合を除き、対称積層か逆対称積層かによって K 値に大差はない。積層数 N が増すに従ってカップリング効果が減少するため、かなり均質な直交異方性 ($N=\infty$) の場合に近づき、積層構成の影響はなくなる。

④ 積層数 N の影響：上述のように積層数 N が増すとともにカップリング効果は減少し、座屈係数 K 値は増加する。

⑤ R/t の影響：ここでは $R/t=100$ の場合の計算結果を示したが、 Z の大きい場合、座屈係数 K 値の形で示すと R/t の影響はない。

4. CFRP 積層円筒殻の座屈実験

前章で求めた座屈強度の理論値を実験的に確かめるため、炭素繊維/エポキシ樹脂 (CFRP) 積層円筒殻試験片で軸圧縮座屈試験を行った。

4.1 実験要領

(1) 試験片：一方向 プリプレグ CFRP 材を巻いて積層円筒殻を成形したが、素材と形状寸法を次に示す。

CFRP プリプレグ：東レ T 300 A (高強度用)

樹脂：エポキシ樹脂

繊維容積含有率： V_f = 約 60 %

円筒殻形状：全長 $L=300$ mm あるいは 600 mm

$R/t=100$ (肉厚 $t=1$ mm, 8 層積層)

$R/t=200$ (肉厚 $t=0.5$ mm, 4 層積層)

積層円筒殻試験片は、両端面を機械加工して、軸に対して直角になるように仕上げる。積層の種類・構成、積層角 θ 、積層数 N 、板厚 t を種々変え、第1表に示すような各種の試験円筒殻を成形した。各種類ごとに試験片数は1, 2あるいは4個である。

(2) ひずみ・変形の測定と負荷方法：負荷方法は円筒殻試験体の上下に端板を置き、球座を介して曲げ

第1表 座屈応力値の理論値と実験値の比較

積層 の 種類	積層構成 S: 対 称 A: 逆対称	積層角 θ	積層数 N	積層数 t (mm)	試験片記号	理 論 値 (kg/mm ²)				実 験 値		材料破 壊の予 想値 (kg/ mm ²)
						境 界 条 件 (S-2) の場合		境 界 条 件 (S-3) の場合		(kg/mm ²) () **		
						軸対称 変 形	非対称 変 形	軸対称 変 形	非対称 変 形			
クロス プ ラ イ 積 層 (C)	S	0+90	8	1	C S-0+90-8-1	46.3	16.0	—	—	13.7 13.4 10.5 10.7	(85.6) (83.8) (96.3) (98.2)	—
	A	0+90	2	1	C A-0+90-2-1	245.	10.9	—	—			
	A		2	0.5	A A-20-2-0.5	9.11	9.13	7.14	7.15	3.95 9.23 8.98	(55.3) (64.5) (62.8)	
A	20	2	1	A A-20-2-1	18.2	18.3	14.3	14.3	13.4	(73.6)		
A		8	1	A A-20-8-1	18.2	18.3	19.9	20.3				
ア ン グ ル プ ラ イ 積 層	S		4	0.5	A S-45-4-0.5	7.88	7.93	12.5	12.6	4.30	(54.6)	15.4
	A	45	2	0.5	A A-45-2-0.5	7.88	7.93	8.62	8.64	4.30	(54.6)	
	A		2	1	A A-45-2-1	15.8	16.0	17.3	17.3	7.96	(50.4)	
	A		8	1	A A-45-8-1	15.8	16.0	24.6	24.8	9.23 9.23	(58.4) (58.4)	
(A)	S		8	1	A S-70-8-1	18.2	18.3	20.3	20.4	12.9(70.9), 12.7(69.8)	12.1(66.5), 12.7*(69.8)	12.5
	A	70	4	0.5	A A-70-4-0.5	9.10	9.12	9.96	9.98	6.05	(66.5)	
	A		2	1	A A-70-2-1	18.2	18.3	18.8	18.9	9.55 9.55	(52.5) (52.5)	
	A		8	1	A A-70-8-1	18.2	18.3	20.2	20.3	13.1 12.7	(72.0) (69.8)	

* 印のみ $L=600\text{mm}$, それ以外は $L=300\text{mm}$

** 実験値の () の値は, 理論値のうちの最小値に対する%である.

モーメントがかからないように留意し, 島津製作所製オートグラフ試験機 (IS-10 T, 容量 10 ton) で圧縮力を負荷した.

ひずみ測定は, 円筒中央部の周方向 4 カ所の表裏に, 直交ひずみゲージを貼付して行い, 面内ひずみと曲げひずみの平均値を算出した. 面外たわみは, ひずみ測定の 4 カ所で, また, 軸縮みは端板 2 カ所においてダイヤルゲージで測定した. 座屈現象が発生するまで, 各圧縮負荷段階ごとに測定記録し, クロスヘッド速度 1 mm/min で圧縮負荷した.

4.2 軸圧縮実験結果と理論値との比較検討 13 種類で合計 22 個の CFRP 積層円筒殻の軸圧縮座屈応力の理論値と実験値の比較を境界条件および座屈パターン別に第 1 表に示す.

座屈発生までの圧縮力 (P) ~ ひずみ (ϵ_x, ϵ_y), たわみ (w), 軸縮み (u) の関係線図は, 積層構成の種類によって幾分異なるが, 大体座屈発生までは略直線的であり, 大音響を発生して座屈破損し, 軸圧縮力は急減する. $\theta=45^\circ$ と 70° の場合で $t=1\text{mm}$ の場合は, 上述の関係線図は多少曲線状を呈し, 材料破損の可能性もある. いずれにしても円筒殻座屈の通例として荷重は座屈後に低下するが, 座屈 (あるいは材料破損) の発生時の応力値を第 1 表に実験値として示す. 座屈後の

パターンは通常見られるように 2 段のダイヤモンド形であった.

4.2.1 クロスプライ積層円筒殻の検討 クロスプライ積層の場合には, 解析結果ではすべての積層に対して境界条件 (S-2) の非対称変形座屈で最小座屈値が得られる. 実験結果においても, 第 1 表および第 3 図に示すように数値的にも理論値とかなりよく一致している.

逆対称積層の場合に生ずるカップリング効果により, 積層数が減少すると, 理論的には座屈値が著しく低下すると予想された. 同一形状寸法の試験片実験によると, $N=2$ と $N=8$ をくらべて, 積層の対称性が異なるので厳密な比較はできないが, $N=2$ の場合には座屈値が 3kg/mm^2 (約 30%) も低下しており, 解析結果を実証している.

4.2.2 アングルプライ積層円筒殻の検討

(1) 座屈変形の検討: 積層角が $20^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ のアングルプライ積層の場合には, 解析結果によると, 軸対称変形座屈のほうがわずかの差で低い座屈値を与えるが, 非対称変形座屈と大差はない. 実験結果では第 7 図に示したように, 座屈後は通常見られる 2 段のダイヤモンドパターンの非対称座屈波形を示す.

(2) 座屈値の検討: 実験における実現的な境界条

(a) AC-0+90-2-1

(b) AA-20-2-1

(c) AA-45-2-0.5

(d) AA-70-4-0.5

第7図 CFRP 積層円筒殻の軸圧縮による座屈様相

件は (S-2) に近く、第8図にはその場合の低い座屈理論値を無次元化座屈係数の形で示し、実験値も合わせ示した。境界条件 (S-3) の場合は $N=2$ で逆対称積層の場合に限って $\theta \approx 20^\circ$ 近傍で低い座屈値を与えるので長破線で合わせ示した。円筒殻の軸圧縮座屈値は、等方性材料の場合でも、初期変形・負荷の不均一性や境界条件が敏感に影響し、実験値が理論値の30~60%くらいに低下するのが普通であり、GFRP についての BOOTON らの実験と同様に¹⁴⁾、CFRP 積層円筒殻で

も同様の傾向が見られる。

(3) 積層数 N の影響: 解析によると積層構成・積層角に無関係に、同一板厚の下で積層数 N が減少すると、座屈値は低下するが、第8図の実験値で N のみが異なる試験片を比較すると、それが実証されていることがわかる。 $\theta=20^\circ$ の逆対称積層の場合、(S-3) 条件の解析のとおり、 $N=2$ 層になると座屈値は著しく低下している。 $\theta=45^\circ, 70^\circ$ の場合は (S-2) 条件のほうが低い座屈値を与え、近似エネルギー解法では積層数 N の

第8図 アングルプライ積層円筒殻の座屈係数の理論値と実験値

影響は現われないが、実験では $\theta=20^\circ$ の場合と同様に、同一板厚の下で交互積層した $N=8$ 層の場合より座屈値は低い。したがって今後近似解法の精度を上げる必要があるが、積層数 N が少ないとカップリング効果で座屈値が著しく低下することに注目する必要がある。

(4) 積層角 θ の影響: 第8図でアングルプライ積層角 θ のみが異なる実験点を折線で結んだが、(S-2) 条件の解析結果の示すとおり $\theta=45^\circ$ の場合が最も座屈値は小さい。

(5) 積層構成の影響: 対称積層と逆対称積層のいずれが低い座屈値を与えるかを見るため、 $\theta=45^\circ$ と $\theta=70^\circ$ の積層円筒を試験したが、(S-2) 条件の解析が示すように積層構成の相違はほとんど現われず、とくに積層数がある程度多いものはカップリング効果がなくなることがわかる。

(6) 材料的破壊の検討: 肉厚 $t=1$ mm で $\theta=45^\circ$, 70° 積層円筒の場合、はっきりした座屈波形が現われず、突然破壊したが、これは座屈応力と材料的破壊応力が近いためと思われた。そこでアングルプライ積層円筒の軸圧縮強さを、筆者の一人¹⁵⁾が以前に検討した手法で、今回の CFRP 円筒殻について計算した結

果を第1表の最右欄に示す。その計算に用いた一方向強化 CFRP 材の基本的破壊強さは実験で確かめられた次の値である。

F_L : 繊維方向引張強さ $= 130 \text{ kg/mm}^2$

F_L' : 繊維方向圧縮強さ $= 90 \text{ kg/mm}^2$

F_T : 繊維と直角方向引張強さ $= 6.0 \text{ kg/mm}^2$

F_{LT} : 繊維に沿うせん断強さ $= (8.0 - 2(\phi_m/90^\circ) - \sigma_a/4) \text{ kg/mm}^2$

ϕ_m : 最大せん断応力方向と繊維のなす角

σ_a : せん断面に垂直方向の応力

この結果から $\theta=45^\circ$ の場合は座屈破損直後に破壊したと思われるが、 $\theta=70^\circ$ で $t=1$ mm の場合は座屈と材料破壊がほとんど同時に発生したと思われる。

(7) 板厚 t の影響: 他の影響因子を同一にした上で、 $t=0.5$ mm ($R/t=200$) の場合の座屈値を $t=1$ mm の場合と比較し、第8図に座屈係数 K 値にして比較するが、 $\theta=45^\circ$ の場合多少高かったが、 $\theta=20^\circ$, 70° の場合には明らかに低い。これは薄肉のために生ずる初期不整等が原因になっていると考えられる。

5. む す び

以上積層複合円筒殻の軸圧縮による座屈値に及ぼす積層・寸法に関する各種パラメータの影響を、単純支持条件2種と軸対称・非対称の2種の座屈変形の立場から論じた。アングルプライ積層の場合には、エネルギー法で近似解しか得られなかったが、カップリング効果の一応の目安を得る目的であった。解析結果を確かめるため、各種積層パラメータを変化させた13種類の CFRP 積層円筒殻について実験を行ったが、主要な結論・知見をまとめると次のようになる。

(1) クロスプライ・アングルプライ円筒の座屈値は座屈係数 $K = \bar{\sigma}_x R / E_T t$ の形にすると、通常の円筒殻寸法では $Z = L^2 / R t > 100$ なので、その場合には Z と R/t に無関係にほとんど一定値となる。事実 $L=300$ mm と $L=600$ mm の座屈値は第1表に*印で示したように相違はなかった。

(2) 積層数 N の影響として、 N が増すと均質化積層理論による座屈値に近くなるが、 N が少ないととくに逆対称積層の場合は、クロスプライ・アングルプライ積層ともにカップリング効果で座屈値は低下する。実験値そのものは、円筒殻軸圧縮座屈の性格から、理論値より低くなるが、 N の座屈値に及ぼす影響としては、定性的ではあるが解析結果とかなりよく一致し、カップリング効果を説明できた。

(3) 座屈波形について、クロスプライ積層では、非対称変形座屈が軸対称変形座屈よりはるかに低

い座屈値を与え、実験でも非対称変形の座屈波形を示し、理論値とかなりよく一致する。アングルプライ積層では、積層角 θ が $20^\circ < \theta < 70^\circ$ の範囲でのみ、理論的座屈値は軸対称変形のほうがほんのわずかな非対称変形より低い、両者はほとんど大差がなく、 $\theta < 20^\circ$, $\theta > 70^\circ$ では非対称変形のほうが明らかに座屈値は低く、実験の座屈波形はそのとおり非対称変形であった。

- (4) アングルプライ積層では、実験で現実的な (S-2) 条件は、一般に (S-3) 条件よりも低い座屈値を与える。そして積層角 θ の影響としては、 $\theta = 20^\circ \sim 70^\circ$ の範囲では理論の示すとおり $\theta = 45^\circ$ の場合の座屈値が最小であった。ただ例外的に $N=2$ 層の逆対称積層では、(S-3) の境界条件が解析的に示すように $\theta \approx 20^\circ$ 近傍で座屈値はかなり低いことが実験でも確認された。
- (5) 積層順序と構成の影響としては、対称積層と逆対称積層の場合を比較すれば、積層数 N があれば大差はないが、前述のように $N=2$ で逆対称積層の場合はカップリング効果により座屈値は低い。
- (6) 実験で得られた座屈後のパターンは通常見られるように2段のダイヤモンドパターンである。線形解析で仮定した臨界波形は正弦波の格子形であったが、アングルプライ積層のある場合には境界条件を満足できなかった、多項式を仮定するなどして引き続き解析を改良する予定である。

最後に積層複合円筒殻試験片の製作を担当して下さった石川島播磨重工(株)技術研究所の方々に謝意を表します。

参考文献

- 1) 植村益次：積層複合円筒殻の振動，日本航空宇宙学会誌，第27巻，第307号(1979.8)，pp. 382-388.
- 2) 福永久雄，植村益次：内圧を受ける積層複合円筒かくのカップリング効果について，材料，第28巻，第315号(1979.12)，pp. 1146-1152.
- 3) TASI, J., FELDMAN, A. and STANG, D. A.: The Buckling Strength of Filament-Wound Cylinders under Axial Compression, NASA CR-266 (1965. 7).
- 4) TASI, J.: Effect of Heterogeneity on the Stability of Composite Cylindrical Shells under Axial Compression, AIAA J., Vol. 4, No. 6 (1966. 6), pp. 1058-1062.
- 5) CARD, M. F.: Experiments to Determine the Strength of Filament-Wound Cylinders Loaded in Axial Compression, NASA TN D-3522 (1966. 8).
- 6) KHOR, N. S.: Buckling and Postbuckling Behavior of Composite Cylindrical Shells under Axial Compression, AIAA J., Vol. 8, No. 2 (1970. 2), pp. 229-235.
- 7) HIRANO, Y.: Buckling of Angle-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells, J. Appl. Mech., Vol. 46 (1979. 3), pp. 233-234.
- 8) 小林繁夫，小山一夫，世古博己：CFRP 円筒殻の圧縮座屈，第23回構造強度に関する講演会講演集(1981. 7)，pp. 26-29.
- 9) JONES, R. M. and MORGAN, H. S.: Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells, AIAA J., Vol. 13, No. 5 (1975. 5), pp. 664-671.
- 10) 粕谷平和，植村益次，康井義明：積層複合円筒殻の軸圧縮による座屈特性，日本航空宇宙学会第12期年会講演会講演集(1981. 4)，pp. 166-167.
- 11) JONES, R. M.: Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill, Ltd., New York (1975).
- 12) 植村益次，山田直樹：炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数，材料，第24巻，第257号(1975. 2)，pp. 156-163.
- 13) 平野陽一：複合材円筒殻の座屈を考慮した最適化，第23回構造強度に関する講演会講演集(1981. 7)，pp. 22-25.
- 14) BOOTON, M. and TENNYSON, R. C.: Buckling of Imperfect Anisotropic Circular Cylinders under Combined Loading, AIAA J., Vol. 17, No. 3 (1979. 3), pp. 278-287.
- 15) 植村益次，井山向史，野口義男：ヘリカル巻きFW円筒の圧縮破壊強度，日本航空宇宙学会誌，第24巻，第273号(1976. 10)，pp. 496-502.

会 告

会費の自動振込み制度について

(協力をお願い)

お申し込みの期日は、11月10日(水)必着です。

詳細は、本誌の表3ページ会告をご覧ください。