理しなければならない。 $r \rightarrow 0$ の特異性が $u \approx 0$ で生ずるので、 $e^{iu} = [e^{iu} - (1+iu)] + (1+iu)$ とわけると

式(B3)の積分

$$= r^2 H + \int_0^X \left[\frac{u}{\sqrt{u^2 + r^2}} - \frac{X}{\sqrt{X^2 + r^2}} \right] (1+iu) du \quad (B4)$$

$$= r^2 H - r + \frac{r^2}{\sqrt{X^2 + r^2}} + \frac{ir^2}{2} \frac{X}{\sqrt{X^2 + r^2}} - \frac{ir^2}{2} \ln \left| \frac{r}{\sqrt{X^2 + r^2} - X} \right| \quad (B5)$$

(B5)を(B3)に入れると

(B1)の左辺

$$= -iH + \frac{1}{r^2} \frac{X}{\sqrt{X^2 + r^2}} + \frac{i}{r} - \frac{i}{\sqrt{X^2 + r^2}} + \frac{X}{2\sqrt{X^2 + r^2}} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{r}{\sqrt{X^2 + r^2} - X} \right| \quad (B6)$$

これを $\tilde{B}$ 中で用いればよい。

Appendix C 階乗のオーバーフローを避ける方法

いまだ実行していないが、次のようにすれば、階乗

計算のオーバーフローを避けられよう。

たとえば上田の近場表現の場合、

$$B = \sum_{n=0}^{\infty} i^n U_n + B_r(r) \quad (C1)$$

$$B_r(r) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} V_n(r) \left\{ \frac{i\pi}{4} - \frac{1}{2} \left[\sum_{m=1}^n \frac{1}{m} + \frac{1}{2(n+1)} - \gamma + \ln 2 \right] \right\} \quad (C2)$$

$$U_m = F_m - \frac{r^2}{m(m-2)} U_{m-2}, \quad m=3, 4, 5, \dots \quad (C3)$$

$$V_{n+1} = \frac{(r/2)^2}{(n+1)(n+2)} V_n, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (C4)$$

$$F_{m+1} = \frac{m-2}{(m^2-1)} X F_m, \quad m=3, 4, 5, \dots \quad (C5)$$

U_0, U_1, U_2 ; 記号らん参照

$V_0=1, F_3=X^2/6\sqrt{X^2+r^2}$

すなわち漸化式の徹底的利用である。なおこの手法はもちろん上田法のように制限されない。

— 論 文 —

揚力面の数値計算で現われる N^{-r} 型収束の数列についての考察* Investigation of Number-Sequences with N^{-r} Type Convergence, Occurring in Lifting Surface Calculations

安東茂典**・加藤三千代**

Shigenori ANDO and Michio KATO

Key words: Lifting surface; theory; numerical solution; convergence; sequence of numbers

Abstract

In numerical lifting surface calculations, assessment of convergence characteristics of number-sequences is a difficult task. Methods are investigated which needs no comparisons with other schemes. Among several kinds of convergence, the " N^{-r} type" appears often in our practical investigations. For this type, a formulation is presented which gives a solution having a specified accuracy without iterative processes. It is an important requirement in order to save computation time. As a demonstrative model, a new method of chordwise quadrature "TrTr-NONEQ" is presented. This model verifies that the general formulation is

sufficiently reasonable. In addition TrTr-NONEQ exhibits many advantages over other current, such as WAGNER's, GAUSS' and CUNNINGHAM's, methods.

おもな記号

A_m : 式(6)参照

B_m : 式(7)参照

E : 数列を計算するときの要求誤差

f_u, f_i : 式(4)参照

F : 式(16)参照

H : 式(15), (16)参照

I_n : 一般理論における数列

J_1, J_2, J : 式(17), (18), (21)参照

K : 外挿法における ϵ_n/E

N, N_L : I に対する独立パラメータ, または式

* 昭和57年10月19日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学科

- (19), (21)参照. N_L は最終(最大)の N 値
 r, r_s : 式(6), (11)参照. r_s はあらかじめ与えられる値
 T : $H(x, Y)$ の計算時間, msec
 x, ξ : 式(15)参照
 Y : 式(15)参照
 α : 式(19)および第3図参照
 Δ_1, Δ_2 : 式(17), (18)および第3図参照
 ε_m : 式(8), (14)参照
 θ : $\arccos(-x)$
 φ : $\arccos(-\xi)$

1. 序 論

数年間、筆者が揚力面の数値計算法の研究に従事して直面した問題は、誤差の評価法であった。実験との比較は、実験が粘性を含むのに理論は含まないから、適切ではない。他の近似理論との比較はそのコンピュータ・プログラムを入手できなければ、たいへんである。第一比較ができたとしても、不一致の場合、どちらが悪いともいいきれない。結局、このような比較の方法から脱却して、それ自身の中で誤差、収束性を論ずべきことが痛感された。

いま、ある物理量 I を求めるために、パラメータ N を変化したとする。 $N_1, N_2, N_3, \dots, N_m, \dots$ に対応するものを $I_1, I_2, \dots, I_m, \dots$ としよう。たとえば、ある翼の揚力係数 C_L を I 、コントロール点の数を N としてもよい。またコード方向のある積分値を I 、積分点の数を N としてもよい。収束性理論の定式化に際して要求されることは、

- (a) 適用領域が広いこと
- (b) 要求精度を達成するために過不足のない N を iteration なしに選ぶこと
- (c) 計算時間が短いこと

である。

問題がコード方向の数値積分であるとき、二宮法¹⁾は上述の3条件をほぼ満たしている。しかし、ある揚力面の C_L を求める問題をも含むより広範な問題については、筆者は既発表の適切な収束理論を入手できなかった。そこで試行錯誤の末、以下に述べる方法に到達した。

数列の極限值問題を、級数和を求める問題に変える。級数は定符号のものであるとする。級数和の収束性は積分の収束性に結び付けられる。こういうよく知られた原理からスタートして、

要求精度をストレートに達成する方法
 最終値の外挿的推定法

を構成する。

ここで提案される方法はもちろんすべての数列に適用されるわけではない。しかしそれが一つの重要な分野を占めることは間違いない。後述の理由によりここで扱われる数列を“ N^{-r} 型収束性をもつ”と簡略表現することにする。

2. 単調変化数列の収束性についての予備的原理

数列 $I_1, I_2, I_3, \dots$ がもしも収束するとすれば、

$$I = I_m + \sum_{k=m+1}^{\infty} \Delta I_k, \quad \Delta I_k \equiv I_k - I_{k-1} \quad (1)$$

と書ける。よって数列 I_k の収束性は、級数和の収束性に帰着される。ここでは ΔI_k は定符号であると仮定する。(われわれの若干の経験によれば、優れた数値計算法は単調数列を生み出す。次善の方法は振動的数列、したがって交代級数を生み出す。交代級数から定符号級数へ変換することがしばしば可能である。最も劣る方法はランダム符号の級数を作り出すが、こういう場合は根本的にやり直したほうがよい。)

式(1)の和を次のごとく書き直す：

$$\sum_{k=m+1}^{\infty} \Delta I_k = \pm \sum_{k=m+1}^{\infty} |\Delta I / \Delta N|_k \Delta N_k; \quad \Delta I \geq 0 \quad (2)$$

$$\Delta N_k = N_k - N_{k-1} \quad (3)$$

複号±は $\Delta I \geq 0$ による。さて次式をみたすような二つの連続曲線 $f_u(N), f_l(N)$ を導入する(文献2))；

$$f_l(N) \leq |\Delta I / \Delta N| \leq f_u(N) \quad (4)$$

そのとき

$$\int_{N_m}^{\infty} \frac{f_l(N)}{f_u(N)} dN \text{ が } \begin{matrix} \text{発散} \\ \text{収束} \end{matrix} \text{ すれば,}$$

$$(2) \text{ の和は } \begin{matrix} \text{発散} \\ \text{収束} \end{matrix} \text{ する.} \quad (5)$$

(コーシーの判定法)

3. N^{-r} 型数列に関する定式化

3.1 正攻法

$$f_u(N) \leq A_m / N^{r_m}, \quad r_m > 1; \quad N \geq N_m \quad (6)$$

および

$$B_m \left| \frac{\Delta I}{\Delta N} \right|_{m+1} = f_u(N_m) = A_m / N_m^{r_m}; \quad N = N_m \quad (7)$$

がみたされたとする。 B_m は1より大きい常数である(第1図)。そのとき、

$$\begin{aligned} \sum_{k=m+1}^{\infty} |\Delta I / \Delta N|_k \Delta N_k &\leq \int_{N_m}^{\infty} f_u(N) dN \\ &= \frac{A_m}{r_m - 1} N_m^{-r_m+1} \\ &= \frac{B_m N_m}{r_m - 1} \left| \frac{\Delta I}{\Delta N} \right|_{m+1} \equiv \varepsilon_m \end{aligned} \quad (8)$$

 第1図 $|ΔI/ΔN|$ vs. N (両対数図) (連続関数 $f_u(N)$ および B_m の役割の説明図)

これを用いると

$$E_m \equiv \pm(I - I_m) \leq \varepsilon_m \quad (9)$$

よって、誤差 E が指定されるとき、 N を変化して I_m , ε_m を計算する。 $\varepsilon_m \approx E$ に達したとき I_m は指定の精度をみたしている。

3.2 外挿法 これは、次の考えに基づく：

「 $\varepsilon_m > E$ の段階 (たとえば $\varepsilon_m/E \equiv K = 5 \sim 10$) で、

$$I' = I_m \pm \varepsilon_m, \quad \Delta I \geq 0 \quad (10)$$

を作るとこれは I への非常によい近似値である。」

K の値は多分に経験に基づいて定めざるをえない。

正攻法の I_m のほうは、精度が $\varepsilon_m (< E)$ であることを保証できる。しかし I' のほうは $\varepsilon_m > E$ の段階で I_m よりよい、というだけで、理論的な精度保証が失われていることに注意すべきである。

3.3 若干の注意

a) r_m の求め方：

$$r_m = \log \left(\left| \frac{\Delta I}{\Delta N} \right|_{m+1} / \left| \frac{\Delta I}{\Delta N} \right|_m \right) / \log \left(\frac{N_m}{N_{m+1}} \right) \quad (11)$$

によって算出する。 ε_m 中の r_m としては r_m そのものよりも

$$\bar{r} = (r_m + r_{m-1} + \dots + r_2) / (m-1) \quad (12)$$

を用いたほうがよい。これは r_m に含まれるわずかな振動成分を除去するためである (しかし、 m が十分大きければ、やや質の悪い r_3, r_2 の二つは落とすのがよい)。

b) 計算の進め方

$$\begin{array}{ccccccc} N & \Delta N & I & \left(\frac{\Delta I}{\Delta N} \right) & r & \bar{r} & \varepsilon & I' \\ \hline N_1 & > \Delta N_2 & I_1 & > & r_2 & \bar{r}_2 = r_2 & \varepsilon_2 & I_2 \pm \varepsilon_2 \\ N_2 & > \Delta N_3 & I_2 & > & r_3 & \bar{r}_3 = (r_2 + r_3)/2 & \varepsilon_3 & I_3 \pm \varepsilon_3 \\ N_3 & > \Delta N_4 & I_3 & > & & & & \\ N_4 & > \Delta N_4 & I_4 & > & & & & \end{array} \quad (13)$$

 第2図 N^{-r} 型収束性をもつ数列 I_m の計算法
実線は“正攻法”。破線は“簡略外挿法”

$\bar{r}$ を求めるには最低、3段階の N が必要である (ただし後述の簡略法によれば、最低2段階に減ずることができる)。

c) r をあらかじめ与える簡略法

r の値は後例のごとく幸いかなり一定である。よって r をその計算プログラム中で求めないで、前もって定め (r_s) インプットする略式法が考えられる (もちろん若干の経験が必要)。第2図破線参照。この方式だと最低の2段階で I の近似値がえられる。

d) B_m について

この値はちょっと把握にくい。しかし多分、 ΔN が大きいほど B 値を大きくしなければならないようである (第1図)。後例においては

$$B_m = \begin{cases} 1 & ; \text{A方式} \\ N_{m+1}/N_m & ; \text{B方式} \end{cases}$$

の二つを試みてみた。後者のほうがよかったが、必ずしもこれに限る必要はない。

3.4 本方法の要約

$$\left. \begin{array}{l} \pm(I - I_m) \approx \varepsilon_m; \quad \Delta I \geq 0 \\ \left. \begin{array}{l} \varepsilon_m \\ \varepsilon_{m,s} \end{array} \right\} = \frac{B_m N_m}{(r)-1} \left| \frac{\Delta I}{\Delta N} \right|_{m+1}, \quad (r) = \begin{cases} \bar{r} \\ r_s \end{cases} \\ \bar{r}; \text{式(12)} \\ r_m; \text{式(11)} \\ r_s; \text{適当に選定する} \\ I' = I_m \pm \varepsilon_m \quad \text{外挿法} \\ I'_s = I_m \pm \varepsilon_{m,s} \quad \text{簡略外挿法} \end{array} \right\}; \quad \Delta I \geq 0 \\ B_m > 1; \text{たとえば } N_{m+1}/N_m \text{ (後述)} \end{array} \quad (14)$$

次の組合せ・分類が可能である。

rとして		
rを計算する	r _s を与える	
$\varepsilon_m < E$ で I_m 採用	“正攻法” $B_m?$	“簡略正攻法” $B_m, r_s?$
$\varepsilon_m < KE$ で I' 採用	“外挿法” $B_m, K?$	“簡略外挿法” $B_m, r_s, K?$

?印は、選び方に若干の任意性があることを示す。
よってこれらの値の変化によって、結果が著しく変わる
ようだと本論の方法は有用性を失うだろう。

4. 応 用 例

上述の特殊な収束性をもつ数列の研究を始めた理由は、
“自動適応型”揚力面の数値計算法—これについては別報で発表する³⁾—の収束性が N^{-r} 型であるらしい、
ということに気づいたからである。

“自動適応型”の揚力面の計算法に先立ち、われわれはコード方向の数値積分法について研究していた。
それは

$$H(x, Y) \equiv \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \frac{(x-\xi)d\xi}{V(x-\xi)^2 + Y^2} \quad (15)$$

という積分であって、重点は $|x| < 1.1$, $Y = 10^{-1} \sim 10^{-4}$ におかれた。

最初、WAGNER 法⁴⁾、GAUSS 法⁵⁾について、積分点数 N を変じて $H_s(N_s; x, Y)$ という数列を作った。
その結果は ΔH_s の符号がランダムに変化し、 $|\Delta H_s / \Delta N|_s$ のものも必ずしもスムーズには減少しない、
ということを示した。これは、 $|Y| \ll 1$ の場合に x を挟む最近接積分点を $\xi_{\pm}$ とするとき $(\xi_{\pm} - x) / (x - \xi_{\mp})$ 比が N_s の変化につれて予想できない激しい変化を
すること、から生ずる。したがってこの両法は上述の理論の実験場にはなりえない。

式(15)で $\xi = -\cos \varphi$, $x = -\cos \theta$ と書くと

$$\left. \begin{aligned} H(x, Y) &\equiv \int_0^\pi F(\varphi, x, Y) d\varphi \\ F &\equiv (1 + \cos \varphi)(x + \cos \varphi) / V(x + \cos \varphi)^2 + Y^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。上述の理論の実験場となりえ、かつ WAGNER, GAUSS 法に優る数値積分法を模索した。そうして到達したのが下述の “TrTr-NONEQ” 法である。

4.1 “TrTr-NONEQ” 法の定式化 式(16)の F は、 $|Y| \ll 1$ のとき $(x + \cos \varphi) \sim 0$ で2だけジャンプをする。それ以外の特異性を有しない。振動的収束性を排除し、かつ最少の積分点数で最高の精度を得るためには次のようにすればよいと考えられた。

まず $|x| < 1$ の場合には、

- (a) θ 近傍での積分点 (φ) の分布密度を大にする。
- (b) $\varphi = \theta$ の両側で対称的な積分点配置を用いる。
- (c) H_{n+1} を求めるとき H_n を活用できること。

以下に述べるものは(a), (b)のみを満たす((c)をみたすものも作ってはあが未だ実験していない)。その結果は後述のように初期の目的をおおむね満たした。

第3図を参照されたい。 $\varphi < \theta$ では

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \theta - \alpha_i^-, \quad i=1, 2, \dots, J_1 \\ J_1 &= N\sqrt{\theta/\pi} \text{ より小さい最大の整数} \\ \Delta_1 &= \theta - \alpha_{J_1}^- \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$\varphi > \theta$ では、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \theta + \alpha_i^+, \quad i=1, 2, \dots, J_2 \\ J_2 &= N\sqrt{1-\theta/\pi} \text{ より小さい最大の整数} \\ \Delta_2 &= \pi - \theta - \alpha_{J_2}^+ \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ただし

$$\alpha_i^{\pm} = \pi(i/N)^2, \quad \Delta \alpha_i^{\pm} = \alpha_i^{\pm} - \alpha_{i-1}^{\pm} = (2i-1)\pi/N^2 \quad (19)$$

第3図の●印点が積分点である。台形ルールによれば、

第3図 “TrTr-NONEQ” 法の積分点と重み係数値

$$\begin{aligned}
 H(N; x, Y) = & \frac{2\pi}{N^2} \left[\sum_{n=1}^{J_1-1} n F_n^- + \sum_{n=1}^{J_2-1} n F_n^+ \right] \\
 & + \frac{\Delta_1}{2} F(0) \\
 & + \frac{1}{2} F_{J_1} \left[\Delta_1 + \frac{(2J_1-1)}{N^2} \pi \right] \\
 & + \frac{1}{2} F_{J_2} \left[\Delta_2 + \frac{(2J_2-1)}{N^2} \pi \right]
 \end{aligned} \quad (20)$$

積分点の総数 $J = J_1 + J_2 + 1$ は,

$$J \approx C(\theta)N, \quad C(\theta) = \sqrt{\theta/\pi} + \sqrt{1-\theta/\pi} \quad (21)$$

である。この N を独立パラメータにとる。

$-1.1 < x < -1.0$ の場合の積分点は次のごとくと

る:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &\equiv \alpha_i^*, \quad i=1, 2, \dots, J_2 \\ \alpha_i^* &= \pi(i/N)^2, \quad \Delta_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

4.2 TrTr-NONEQ による数値計算結果 用いら

れたパラメータの値は

$$x = \pm 1.0010, \pm 0.9556, (-0.7, -0.5) 0,$$

$$Y = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$$

$$N_1 = 25, 40$$

$$\Delta N = 5, 10, 15, 20, 25, 35$$

用いられた方法は

(a) 正攻法

$$N_1 = 25, \Delta N = 5, 10, E = 10^{-4}, \text{A方式}$$

(b) 簡略外挿法

次の2方式が用いられた。

$$\begin{cases} \text{A方式} & B_m \equiv 1 \\ \text{B方式} & B_m \equiv N_{m+1}/N_m \end{cases} \quad (23)$$

$$\Delta N = 25, 35; r_s = 3.6, 3.3, 3.0, 2.5$$

この方式でえられた I' を, I_{REF} (二宮法で $E = 10^{-10}$ を指定して求めたもの) と比較した。

第4図 “TrTr-NONEQ” 法の各種パラメータ vs. N (両対数図)
 $N_1=40, \Delta N=35, x=0.0000, Y=10^{-4}, \text{B方式}$

第5図 “TrTr-NONEQ” 法において, r の $\Delta N, N$ による変化
 $x=0.0000, Y=10^{-4}$

(c) 4 種の方法の総合比較

正攻法, 簡略正攻法, 外挿法, 簡略外挿法のすべてを比較した。

B方式; $N_1=40, \Delta N=35, 25$

$r_s=4.0, 3.5, 3.0, 2.5; E=10^{-5}$

$N_1=25$ で始められた正攻法で $E=10^{-4}$ に達するには, 二宮法の約 10 倍の長い計算時間を要した。それで簡略外挿法が追加されたのである。以下に得られた結果を要約する。

(1) $|\Delta H/\Delta N|$ vs. N (両対数) の直線性

まず, $\Delta H/\Delta N$ の符号は 1 組の (x, Y) 値に関してはまったく一定していた。そして $|\Delta H/\Delta N|$ vs. N 曲線の直線性は大きくよかった。第4図の $|\Delta I/\Delta N|$ 線はこの一例である。 ΔN が小さすぎても大きすぎても直線性は少し損われるが (第5図), N^{-r} 理論の適用を妨げるほどではない。

(2) r の値

あらゆる場合に, x, Y, N_1 にはまったく無関係であった。しかし $\Delta N, N$ により若干変化した。第5図参照。 ΔN が低いと r は小さめで, かつ少しの振動を含む。 ΔN が大きいと r は大きめで N とともに単調に下がる。ラフにいうと, r は 3.0~4.0 の間にある。

(3) $\varepsilon(r=\bar{r})$ の誤差評価パラメータとしての価値

第4図の+印線を見られたい。これはB方式なので $B_m = N_{m+1}/N_m$ という, 幾分任意性のあるパラメータを含んでいる。真の誤差は△印線で示される。+は△より少し小さいが, オーダー的には十分のめやすを与えている。なお $\bar{r}$ は(12)式によって求められた。

(4) $\varepsilon(\bar{r})$ と $\varepsilon(r_s)$ の比較

第4図の+と×印両線をもよ。 $r_s=3.5$ で最もよく一致している。しかし 4.0 および 3.0 でもオーダー的には十分近い。よって正攻法, 簡略正攻法とも有用である。

(5) 外挿法, 簡略外挿法の比較

第4図の○と□印線を比較せよ。当然のことなが

ら $r_s=3.5$ のとき○印線は□印線とほとんど一致する。 $r_s=4.0$ および 2.5 という r より非常にずれた場合でも I_s' は I_m よりもはるかによい精度を与える。 $r_s=3.0$ においては I_s' は I_m よりも 1桁精度がよい ($K \approx 10$)。

以上要するに, 方式Bを用いれば, $r_s=3.5$ を用いた簡略外挿法は大そう有用である。そして r_s の +14%, -28% ほどの設定ミスは許容できる。 K は 5~10 である。

(6) A方式かB方式か

前述のごとくこれはたんに B_m の選定法のちがいである。しかし, $B_m/(r-1)$, という一塊になっているので, r を r_s としてあらかじめ選定する簡略法では, B_m と r_s は無関係には論ずることができない。一方 r そのものを用いる方法では B_m の選定は本質的に重要である。

第4図を見ると+印線は△印線よりも低い。そもそも, $\varepsilon(r)$ は I_m の誤差をできるだけ忠実に示すべきものである—そう期待されている。ところがB方式を用いてもこれだけずれている。もしもA方式をとれば, $\varepsilon(r)$ はいっそう小さくなり, I_m の真の誤差 $|I_{REF} - I_m|$ とのへだたりが増す。

これからB方式がA方式よりも優れている, と結論してよい。もちろん, B方式の B_m よりもよい選び方を考える余地は残されている。

(7) 精度 $E=10^{-4}$ をみたく $N=N_L$ および最酷の (x, Y)

多分実用上最も重要と思われる $E=10^{-4}$ を指定した。これは文献5)において重点をおかれた値である。A, B両方式の多数の計算を行ったがその一部のみを示す (第1表, 第6図参照)。次のことがわかった;

- i) $Y=10^{-4}$ では, x が N_L に及ぼす影響はほとんどなく, $N_L \approx 100 \sim 130$ である。
- ii) $Y > 10^{-4}$ では $x = -1.0010, -0.9556$ のみ, N_L はずっと小さくなる。
- iii) $Y < 10^{-4}$ では, x に無関係に, N_L は $Y=10^{-4}$

第6図 “TrTr-NONEQ” 法, 簡略外挿法の計算例
実線は ϵ_s , 破線は $|I_s' - I_{REF}|$ B方式,
 $r_s=3.3$, $\Delta N=25$, $N_1=25$

第1表 簡略外挿法, B方式, $r_s=3.3$, $N_1=25$, $\Delta N=35$ で $E=10^{-4}$ を実現するための, N_L , T , $\bar{r}(N_L)$: 最終ステップの N , T : 最終ステップの計算時間, msec, $\bar{r}$: 最後の三つのステップでえられた r の平均値)

-1.00100	$N_L < 60$	60	130	130
	$T < 2$	2	5	5
	$\bar{r}=4.138$	4.218	4.201	4.179
-0.95560	95	130	130	130
	5	7	6	6
	3.928	4.113	4.122	4.119
0.0000	130	130	130	130
	8	7	7	7
	4.125	4.125	4.125	4.125
0.95560	130	130	130	130
	6	6	6	6
	4.121	4.120	4.120	4.120
1.0010	130	130	130	130
	6	5	5	5
	4.178	4.178	4.178	4.178
x	Y	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

のときほとんど変わらないだろう。

A($r_s=3.6 \sim 2.5$) および B($r_s=3.6 \sim 3.0$) のすべてにおいて $|I_s' - I_{REF}| < 10^{-4}$ となる N_L は 130 かそれ以下である。A方式よりB方式が少しよいといえよう; B方式のほうが合理的な r_s の使用を可能にするから。

特筆すべきことは, この TrTr-NONEQ 法では WAGNER, GAUSS, CUNNINGHAM 法など⁵⁾とちがって N_L が (x, Y) に対して大そう鈍感である。その鈍感さは二宮法⁵⁾以上であり, 実用的な数値積分法としては非常に望ましい性質である。

(8) 計算時間

WAGNER, GAUSS, CUNNINGHAM 法などはすべて

※ 「あらかじめ, 必要精度を指定し, それをみたく必要かつ十分な積分点数を用いる」

というふうには構成されていない。本論においてまず最もオーソドックスな方法は, 第2図の実線で示される流れ図によるものである。この方法では, そのプログラム自身内で r を求めるので最低 3~4 段階が必要である。したがって一組の (x, Y) についての全計算時間は 10 msec を容易に超過してしまうことがわかった。

計算時間を縮めるには, N の段階を減らすことが最も有効である。それには, 比較的値が一定している r 値をインプットとして与えることが考えられる。加うるに3章で述べた外挿法を用いる。これは第2図の破線で示される流れ図による方式に導く。2段階で済み, 7~8 msec に下がる。

それでも二宮法よりは長い⁵⁾。これから感じたことは, 数値積分専用として※をみたく作られた二宮法はやはり優秀であり, 一般的 N^r 型収束性に基づく TrTr-NONEQ 法では計算時間上とても匹敵しない, ということであった。しかし, TrTr-NONEQ 法は, たとえば,

$$\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \frac{f(\xi)}{x-\xi} d\xi \quad (24)$$

のような CAUCHY 特異性を含むものにも適用しうる希望がある。

(9) 最後に次のことを付言したい。

すでに3.4節で本方法を分類した折, B_m , r_s , K などの値を指定する際に若干の任意性があることを指摘した。これにはある程度の経験と勘を要する。

しかし幸いにも, 少なくとも “TrTr-NONEQ” へ

の適用においては相当の許容幅があることがわかった。だが今後の多くの問題への適用に際しては、若干の不安感が残っている。新しい問題は新しい経験を要求する。

こういうことは、「要求精度をストレートにみたく数値計算法」としては、程度の差こそあれ全般的に存在するものである。

たとえば、名古屋大学計算センタより発行された数値計算法サブルーチン・ライブラリー⁶⁾を見ると、成功率 85~95% という数字が目につく。絶対的現実性はありえないのだ。それでもわれわれはこれらの諸法を重用している。

5. 結 論

揚力面の数値計算に際して現われる、数列の収束性を調査し、次のことがわかった。

- (1) 他の方法との比較によらず、一つの方法自身の中で、結論をうることが高度に望ましい。
- (2) $(\Delta I/\Delta N)_n$ が定符号にならないものは、概してよくない計算法である。
- (3) 筆者が遭遇した数列は、“ $N^{-r}(r>1)$ 型”のものばかりであった。よってこのタイプについて、要求精度をストレートにみたく計算法が考えられた。
- “正攻法”，“外挿法”“簡略正攻法”および“簡略外挿法”，がそれである。
- (4) 一般理論の実験場として、改善されたコード方向数値積分法が考案された。“TrTr-NONEQ”法がそれである。

▶ “TrTr-NONEQ”法は、一般理論の実験モデルとして十分なものであった。

▶ またそれは、WAGNER, GAUSS, CUNNINGHAMの諸法のような既存のものにない多くの長所を示した。とくに x, Y の値に対し過敏でないことは長所である。

▶ また本方法に固有の B_m, r_s, K の選び方にも、さして苦勞しないことがわかった。

(5) 本一般理論を“自動適応型揚力面計算法”で用いることが本来の目的であり、その基礎固めはほぼ完成された。

なお，“TrTr-NONEQ”法は、一般理論の実験場として考えられたものだが、使い方によっては揚力面のコード方向数値積分法として有用なものに、今後ならうと期待される。

参 考 文 献

- 1) NINOMIYA, I.: Improvements of Adaptive NEWTON-COTES Quadrature Methods, J. Information Processing, Vol. 3, No. 3 (1980), pp. 162-170.
- 2) スミルノフ・高等数学教程, I巻, 第一分冊(彌永昌吉ら翻訳監修), 共立出版(1974).
- 3) 季 東煥, 安東茂典: 自動適応型, 揚力面の数値計算法, 第14回流体力学講演会講演集(1972.10).
- 4) WAGNER, S.: On the Singularity Method of Subsonic Lifting-Surface Theory, J. Aircraft, Vol. 6, No. 6 (Nov.-Dec. 1969), pp. 549-558.
- 5) 季 東煥, 浅見海一, 安東茂典: 亜音速揚力面のコード方向積分について(各種の Quadrature 間の比較的研究), 日本航空宇宙学会誌, 第31巻, 第348号(1983.1), pp. 43-52.
- 6) 名古屋大学大型計算センタ・ライブラリー・プログラム利用の手引(数値計算編)(1982)

— 論 文 —

2 Way DOVAP を用いた近接距離測定方式に関する研究*

——飛しょう速度が一定加速度をとともう場合の測定方法——

A Study of Miss Distance Indicator Using 2 Way DOVAP

—A Measuring Method in Case of a Fixed Acceleration Flight

小 林 智**
Satoshi KOBAYASHI

Key words: Guided missiles; miss distance

Abstract

For the purpose of measuring the miss distance between a flying body and a target, DOPPLER type MDI (Miss Distance Indicator) is popularly

used because of its theoretically high accuracy of measurement and simplicity of the system. However, this system has one drawback in that its accuracy is reduced when the flying body changes its velocity as it passes by near the target.

Possibility of a measuring system free from

* 昭和57年2月22日原稿受理

** 防衛庁技術研究本部第3研究所