- 10) MIELE, A., ed.: Theory of Optimum Aerodynamic Shapes, Academic Press, New York (1965).
- 11) LIEBECK, R. H.: A Class of Airfoils Designed for High Lift in Incompressible Flow, AIAA Paper No. 73-86 (1973).
- 12) HICKS, R. M., MURMAN, E. M. and VANDERPLAATS, G. N.: An Assessment of Airfoil Design by Numerical Optimization, NASA TM X-3092 (1974).
- 13) VANDERPLAATS, G. N., HICKS, R. M. and MURMAN, E. M.: Application of Numerical Optimization Techniques to Airfoil Design, NASA SP-347 (1975), pp. 749-768.
- 14) VANDERPLAATS, G. N.: Approximation Concepts for Numerical Airfoil Optimization, NASA Tech. Paper 1370 (1979).
- 15) HICKS, R. M., VANDERPLAATS, G. N., MURMAN, E. M. and KING, R. R.: Airfoil Section Drag Reduction at Transonic Speeds by Numerical Optimization, S. A. E. Paper 760477 (1976).
- 16) HICKS, R. M.: Transonic Wing Design Using Potential-Flow Codes-Successes and Failures, S. A. E. Paper 810565 (1981).
- 17) HICKS, R. M. and HENNE, P. A.: Wing Design by Numerical Optimization, Jour. Aircraft, Vol. 15, No. 7 (1978), pp. 407-412.
- 18) JOHNSON, R. R. and HICKS, R. M.: Application of Numerical Optimization to the Design of Advanced Supercritical Airfoils, NASA C. P. 2045, Advanced Technology Airfoil Research, Vol. 1, pt. 1 (1978), pp. 315-325.
- 19) 上原祥雄, 有元 務: 航空機設計プログラム“PASPA”について, 日本航空宇宙学会誌, 第26巻, 第294号 (1978), pp. 358-365; 柴田 真, 種村長生, 中山久尚, 坂東俊夫, 堀元内茂: “PASPA”性能最適化プログラムについて, 日本航空宇宙学会誌, 第26巻, 第294号 (1978), pp. 365-368.

—特 集—

飛行力学と最適制御*

加 藤 寛 一 郎**

Key words: Flight dynamics; optimal control; guidance and control

1. 航空機と最適制御

従来, 航空機は宇宙航行物体にくらべると最適制御問題の対象となることが少なかった。それは次のような理由によるのではないかと筆者は考えている。

まず, 航空機は人間が操縦することを前提に発展してきたため, 本来固有の安定性を重視した設計がなされてきた。このため, 古典的理論で, 十分実用に耐える制御系が設計できた。次に, 航空機は常に空気力の作用下にあるため, 運動方程式にかなり不明確な部分がある。また航空機の特性は, 外界や使用条件の変化によっても変化する。一方, 最適制御系は系の変化には通常鋭敏に対応する。このため航空機は最適制御の対象としては, 元来なじみにくい嫌いがあった。

それにもかかわらず, 航空機を最適制御問題の対象とする試みは増加する傾向にある。その理由の一つは Fly-By-Wire を前提とする CCV 機が現実のものとなり, 従来のものにくらべると, きわめて複雑な制御則の使用が可能になってきたためと考えられる。

2. 最適制御の適用領域

一般に最適制御問題とは, 運動方程式, 初期条件, 終端条件, および各種の不等式拘束条件を付帯条件とし, この制約下でコスト汎関数を最小にする制御則を見出す問題と定義される¹⁾。航空機を対象とする場合, その適用範囲を, 以下では便宜上次の二つに大別して考えることにする。

第一の領域は, 比較的容易に解ける問題を扱う場合で, 言い換えれば, 問題を解法が確立されている定式化にあてはめるものである。典型的には運動方程式が, 線形で, 不等式拘束がなく, コスト汎関数の各項が正定二乗形式の場合である。このような定式化を用いることができる典型的な例としては, 安定増大, 自動安定, オート・パイロット, perturbation 運動の制御, フラッタ抑制, ある種のモデル・フォローイング問題等がある。これらの領域では, システムに対する要求事項のみ定量的に表現できれば, 現在ではたとえ最適制御理論を知らなくても, ほぼシステムを設計できる。この領域を, 筆者は便宜上ブラック・ボックスの最適制御と呼ぶことにする。

第二の領域は, 上述の“容易に解ける”という制約を取り払った残りの部分である。すなわち運動方程式は非線形で, 終端条件が指定され, 制御入力や状態量

* 昭和57年11月10日, 第20回飛行機シンポジウムにて講演。昭和58年3月12日原稿受理 Flight Dynamics and Optimal Control

** 東京大学工学部航空学科 Kanichiro KATO

に各種の制限が付された場合である。この分野で、典型的に解かれる問題は、経路の最適化に関するものが多く、最短時間上昇・旋回、騒音軽減飛行、飛翔体の誘導などである。微分ゲームも、この領域の問題と考えてよいであろう。この領域では、解が常に得られるとは限らず、また解が得られる場合でも、正解に達するのに、あるいは正解であることを確認するのに、通常は非常に困難を伴う。大学院生の諸君が、計算機と会話しつつ解を修正してゆくありますが、筆者には、テスト・パイロットの操縦を連想させてならない。以後この領域を筆者はテスト・パイロット的最適制御と呼ぶことにする。

以下この二つの領域に関し、若干の所見を述べたい。

3. ブラック・ボックス的最適制御

すでに述べた理由により、航空機の特徴が正しく把握されていることが絶対的な前提となる。たとえばオート・パイロットを最適レギュレータとして設計すれば、それなりの優れた性能のものが得られる。ただし飛行高度や速度などの変化に対し、フィード・バック・ゲインを常に適合させることが必要である。大型ジェット輸送機に関する計算例²⁾では、高度変化 500 ft, マッハ数変化 0.1 程度の影響で最適系はしばしば発散する。

また航空機では、最適系が正しく構成されても、必ずしも目覚ましい改善が期待できない場合が多い。その理由は、航空機の制御変数の数が、状態変数の数にくらべ少ないからである。航空機を剛体と考えると、運動自由度は、速度3、角速度3、姿勢3、位置3の都合12である。これに対し使用できる制御変数の数は通常3舵と推力(および空気ブレーキ)の都合4個にすぎない。したがって独立に支配できる変数は通常4個である。航空機の運動方程式は、ほとんどの場合、可制御 (controllable) であるが、このことは、工学的ないし実用的に系が制御可能であることを必ずしも意味しない。たとえば CCV 機を最適制御理論を用いたモデル・フォローイング法で設計すると、応答がモデルのそれとかけ離れたものになることは稀でない³⁾。

このように、ブラック・ボックス的最適制御を実用的な設計に直接的に適用することについて、筆者は悲観的である。むしろ、準最適な設計を行うときの目標、あるいは、期待できる改善の程度を予測する手段、程度に考えるべきではなかろうか。

ブラック・ボックス的制御の利点は、たとえば非常に大規模な制御系を設計するような場合、発揮される。もちろんシステムの正確な把握が前提となるが、たとえば文献 4) はフラッタを抑制する場合、機体の

受ける擾乱の程度を弾性体のもつ力学的エネルギーで定義し、これを操舵量の二乗平均値との取り引き (trade off) から制御則を定める提案を行っている。

また制御論的定式化を行うと制御可能な限界が明確にできる場合がある。系の開ループ伝達関数の右半面ゼロと、期待できる最良の制御成績との関係はそのようなものの一つである。文献 5), 6) はバックサイド・パラメータの意味を、このような観点から説明している。

4. テスト・パイロット的最適制御

この領域では、制御則を見いだすこともさることながら、むしろ航空機の潜在能力を示すこと、あるいは直感的には予測できないような最適解の存在を示すこと、に意義があるのではないかと筆者は考えている。最近では燃料節約のため飛行時間が制限される傾向にあり、もし計算機がテスト・パイロットの仕事の一部を代行することができれば、有意義であろう。

この方面の初期の有名な解析に、超音速機の上昇問題がある。超音速機は最短時間で上昇するには、途中で一度下降しつつ音速を越えるのが有利なことが示された^{7), 8)}。また上原らは最短時間ループの操縦には、bang-bang でない解がときどき現われることを示した⁹⁾。これはかつて空戦のエースといわれた人達が会得していたという極意技に通ずるものかもしれない。

この領域の計算は漸次複雑な問題を指向しており、最近では、失速領域や横・方向の運動をも含めた maneuver も扱われるようになってきた¹⁰⁾。ただし現状では、まだ singular perturbation 法などを用いて簡単化を行う努力がなされ、また多くの場合、特定の問題に対し特定の研究者が解法をいろいろと工夫している段階である。

数値解を得るのをとくに困難にしているのは状態量に関する不等式拘束条件である。軌道が拘束にかかる点と拘束から離れる点の座標と時刻は一般に未知である。したがって adjoint の不連続を含めて、それらを直接解くか、あるいは定式化によっては、対応する新しい未定乗数を含めた問題を解くことが、要求される。一般に終端時間が指定されている場合と、自由の場合 (最短時間問題はその一例である) とでは、解を得る困難さは通常倍化する。たとえば拘束された arc が一つ存在すると、そのような困難さが二つ同時に加わると考えればよい。

さらに、軌道が複数の不等式拘束の境界上にとどまるような解も存在する。航空機が corner velocity を保持する飛行はこのような例で、揚力係数と荷重倍数が、ともに最大値をとっている。このような場合には

第1図 内点拘束を含む最適解の例

厳密に取扱いを行わないと¹¹⁾, 精度のよい解が得られない。

ここで数値解を得る困難さを表す例を二つ示そう。まず第1図は後述する三次元最短時間半旋回 (half-

turn) の最適解のうち, マッハ数 M と径路角 γ の典型的軌道を二つ示したものである。この例では, 機体の最大推力が低く設定されており, そのため M と γ の組合せが図の線分 PQ 上にあるときのみ, corner velocity Mc を維持する下降旋回が可能となる。

第1図の上側の曲線は, 初速が大きく, 機体は上昇しつつ旋回する。このため最適軌道は内点拘束 PQ にかからない。一方下側の曲線は, 初速が小さい場合の最適解の一例で, 軌道は Q から拘束に入る。この際には, 軌道が PQ の中間点から入る典型的な角点 (corner) の場合とは異なった条件で, 解が接続される。計算プログラムは, このようなことを厳密に区別することが必要である。

一方, 第2図は, 数値解が収斂してゆく様子を示し, これは後述する第4図中央の解を得る過程である。縦軸は上からマッハ数, 径路角, 方位角, 推力係数, 揚力係数, バンク角で, 後の三つが制御入力である。第2図(a)は最初に仮定した解で, これを出発点とし Sequential Conjugate-Gradient-Restration Algo-

第2図 数値解収斂の一例

第3図 マッハ数 0.957 から高度 8,900m への最短時間上昇

gorithm¹²⁾ (SCGR 法) を 22 回繰り返して第 2 図(b)の結果を得た。これにさらに, Modified Quasilinearization Algorithm¹³⁾ (MQL 法) を適用し, これを 3 回繰り返して第 2 図(c)の結果を得た。SCGR 法と MQL 法は, それぞれ, いわゆる first order および second order の方法である。このように bang-bang の解を含むとき, 航空機では, second order の精度を要することが多いようである。

航空機に関し, いままで解かれた問題については最近上原が解説論文¹⁴⁾を著わしているので参照されたい。以下には筆者らが最近行った計算¹⁵⁾⁻¹⁹⁾の中から, 三つの最短時間問題を紹介する^{15), 17)}。これらは, 最適飛行方法が, 飛行状況によって多彩に変化する例である。

第 3 図は, 推力重量比の大きい機体がマッハ数 0.957 から 8,900m に最短時間で上昇する場合の飛行経路¹⁵⁾を示し, 5 本の経路は終端条件の影響を表わしている。いちばん左側の経路は終端高度のみを指定し, 終端の速度, 経路角を自由にした場合で, 経路は終端拘束条件 ($h_f=8,900\text{m}$) に直交する。右側の四つの経路では, 終端経路角 γ_f はすべてゼロで, 終端速度 M_f (マッハ数) は図に示すように右に行くに従い増加する。同じ図には上昇に要する時間 t_f も示され, M_f の増加とともに t_f も大きくなってゆくことが示される。この図は上昇プロファイルが終端速度にも, 大きく影響されることを示している。このような解は, 機体の空力特性だけでなくエンジンの特性にも, 強く影響される。

第 4 図は垂直速における最短時間三次元半旋回の計算例で, 機体がマッハ数 0.8 の水平飛行から経路角を最短時間で 180° 変更する際の経路と姿勢を示す¹⁷⁾。機体には, 推力, 揚力係数, 荷重倍数に不等式拘束が課され, かつ, 一部の終端状態量が指定される。この機体の corner velocity M_c は 0.521 で, もし機体が常に M_c を維持できれば, そのとき旋回率は最大で旋回時間は最小となる。

さて, この機体の初速度 M_0 は 0.8 であるから, 減速して飛行マッハ数を下げたほうが最短時間旋回には有利になる。第 4 図の上の図はこの場合で終端マッハ

第4図 最短時間旋回

数 M_f と終端高度 h_f が自由であるから機体は上昇しつつ減速し, 広い範囲で大きい旋回率を保持し, 16.32秒で旋回を完了する。中の図は, これに終端速度の指定 $M_f=0.8$ を加えた場合で, 機体は最初最大荷重倍数で旋回し, このため生じた速度減少を取り戻すため下降を余儀なくされる。この結果旋回時間は 19.87秒となる。さらに終端高度をも指定したのが下の図で, 機体の運動には, 大きい自由度が残されておらず, 旋回時間も 21.83秒に増加する。

第 5 図の上側は, この機体の翼面積を変化させ M_c を 0.672 に増加させ, 一方速度と高度を始点と終点で $M_0=M_f=0.4$, $h_0=h_f=0$ と同一指定した場合の計算である。このような場合には下降して増速したほうが M_c に近づくため有利であり, 計算結果もそのようになっている。旋回に要する時間は 29.34秒で, これを水平面内で行うと 31.34秒要し, 2秒間時間が短縮さ

第5図 下降を含む旋回

れる。これは Low Speed Yo-Yo に相当するものと考えられる。第5図の下側は文献20)に示された Low Speed Yo-Yo の説明図である。

5. おわりに

真に優れた資質を有するテスト・パイロットの仕事は飛行包囲線を、じりじりと広げてゆくことにあるらしい²¹⁾。この意味で、最適制御理論による径路決定は、まさにテスト・パイロット的である。そして、この領域には解かるべき問題が、無限に残されている。とくに、不時着とか、衝突回避とかいった、実機では経験できない飛行領域で、機体の究極の能力を引き出すような制御則を、パイロットに代わって見いだすような問題は興味深い。

本稿は科学研究総合(A)「STOL 性等、我国で開発すべき低速航空機の性能向上のための空気力学的研究」(代表者 相原康彦東京大学教授)の一環として行った研究の一部を要約したものである。本稿執筆にあたり、航空宇宙技術研究所宮沢与和氏および本学大学院生上野誠也氏から貴重なご意見を賜った。厚く感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 坂和愛幸：最適化と最適制御，森北出版 (1980)。
- 2) 三原荘一郎：航空機の高度・速度制御に関する研究，

東京大学工学部修士論文 (1979, 2)。

- 3) 加藤寛一郎，峯尾真一：航空機のモデル・フォローイングに関する一覽書，第16回飛行機シンポジウム講演集 (1978)，pp. 362-365。
- 4) 宮沢与和：空力弾性系の制御に関する研究，東京大学工学部学位論文 (1980, 2)。
- 5) KATO, K. *et al.*: The Backside Parameter Viewed from Optimal Control, Journal of Aircraft, Vol. 15, No. 2 (Feb. 1978), pp. 67-68。
- 6) KATO, K. *et al.*: The Role of the Backside Parameter in Height Control, Journal of Guidance and Control, Vol. 2, No. 3 (May/June 1979), pp. 241-246。
- 7) Rutowski, E. S.: Energy Approach to the General Aircraft Performance Problem, Journal of the Aeronautical Sciences (March 1954), pp. 187-195。
- 8) Bryson, A. E. and Desai, M. N.: Energy-State Approximation in Performance Optimization of Supersonic Aircraft, Journal of Aircraft, Vol. 6, No. 6 (1969), pp. 481-488。
- 9) Uehara, S. *et al.*: Minimum-Time Maneuvers of Jet Aircraft, Journal of Aircraft, Vol. 15, No. 8 (1978), pp. 449-455。
- 10) Well, K. H. and Berger, E.: Optimization of Tactical Aircraft Maneuvers Utilizing High Angle of Attack, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 5, No. 2 (March-April 1982), pp. 131-137。
- 11) Anderson, G. M. and Othling, W. L., Jr.: Optimal Trajectories of High-Thrust Aircraft, Journal of Aircraft, Vol. 13, No. 3 (March 1976), pp. 180-184。
- 12) Heideman, J. C. and Levy, A. V.: Sequential Conjugate Gradient-Restration Algorithm for Optimal Control Problems. Part 1. Theory, J. O. T. A., Vol. 15, No. 2 (1975), pp. 203-222。
- 13) Miele, A., Mangiavacchi, A. and Aggaranal, A. K.: Modified Quasilinearization Algorithm for Optimal Control Problems with Nondifferential Constraints, J. O. T. A., Vol. 14, No. 5 (1974), pp. 529-556。
- 14) 上原祥雄：戦闘機の運動性に対する最適制御理論の応用について，日本航空宇宙学会誌，Vol. 30, No. 340 (1982, 5)，pp. 238-251。
- 15) 加藤寛一郎，湯浅知之：航空機の最短時間上昇，第20回飛行機シンポジウム講演集 (1982)。
- 16) 加藤寛一郎，中島陸博：風がある場合の最短時間径路，第20回飛行機シンポジウム講演集 (1982)。
- 17) 加藤寛一郎，上野誠也：航空機の最短時間終端指定旋回，第20回飛行機シンポジウム講演集 (1982)。
- 18) 加藤寛一郎，上野裕史：ターミナル・エリアにおける航空機の最適着陸，第20回飛行機シンポジウム講演集 (1982)。
- 19) 加藤寛一郎，曾我広志：三次元障害物回避問題の飛行径路，第20回飛行機シンポジウム講演集 (1982)。
- 20) Air Combat Tactics, Flight International (Nov. 7, 1981), pp. 1376-1379。
- 21) トム・ウルフ (中野圭二ほか訳)：ザ・ライト・スタッフ，中央公論社 (1981)。