- Uchuken Hokoku, No. 4 (1982).
- 5) GRAHAM, J.M.R.: The Lift on an Aerofoil in Starting Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 133 (1983), pp. 413-425.
- 6) OSHIMA, Y. *et al.*: Autorotation of an Elliptic Airfoil, *AIAA Paper 83-0130* (1983).

- 7) WANG, K.C.: New Developments in Open Separation, In *Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers* (FERNHOLZ, H.H. & KRAUSE, E. ed.) Springer-Verlag, New York (1982), pp. 94-105.
- 8) Ono, K.: Flow around an Oscillating Airfoil, *Dr. Thesis, Univ. Tokyo* (1979).

—特 集—

剝離を含む流れの数値計算に関するいくつかの試み*

桜井 晃**・林 正徳**

Key words: CFD; viscous flows; turbulent flows; separation

1. 緒 言

近年の数値流体力学の発達は目覚ましく、いままで困難であった粘性流の計算も、層流ならば数値計算結果を風洞実験の代りとしてすることがそろそろ可能になってきた。一般に粘性流の計算が困難であるのは、方程式が2階になり新しい差分スキームが必要とされるということのほか、実用的に意味がある高いレイノルズ数では粘性層が物体代表長に比して非常に薄くなり、このため必要な差分点数と計算時間が膨大なものとなるためである。このような異なった長さスケール

の混在による困難さは、乱流や剝離の問題ではさらににはなだしくなり、最も数値流体力学らしく第1原理にできるだけ近いところからの、すなわち N-S 方程式または少なくとも LES (Large Eddy Simulation) による計算は、現在精力的に行われてはいるが実用的な問題が解けるようになるのはかなり先になりそうである¹⁾。

一方では、乱流応力を何らかの方法で近似(モデル化)することが以前から試みられており、混合距離モデルのような代数モデルや、乱流応力を特徴づける変数に関する方程式を考える1方程式モデル、2方程式モデルなどが考案され、それなりの成功を見てきた^{2),3)}。これらは層流で成功した差分スキームを利用することができるので、数値計算上の困難は少ないが、たとえば乱流遷移を伴う剝離流のように、剝離とその前または後での遷移、せん断層の巻込みと大きなスケールでの乱流化などの相異なったスケールとメカニズムが混在する流れに対して、このような手法をそのまま適用してよいといえるかどうかは問題である。

このように乱流や剝離の数値計算には未解決の問題が山積している。筆者らはこの1, 2年にわたって差分格子の生成、2方程式乱流モデルや、N-S 式、渦糸法などによる剝離流の計算などをいろいろと試みてきた結果、このような流れを計算する上での問題点や困難な点などについて、いくつかの感想をもつことができた。まだいずれも十分にまとまっていないものではあるが、今後このような方面に進まれる方の参考にもなればと以下に記す次第である。

2. 物体に沿う差分格子の生成について

差分計算では通常等間隔直角格子が採用される。物体表面が格子と一致しない場合には粘性境界条件の適用がほとんど不可能であり、また3角形格子や不等間

著 者 紹 介

桜井 晃 (正会員)

昭和17年生。福岡県出身。昭和40年九州大学工学部航空工学科卒業。昭和45年同大学院博士課程修了。同年九州大学工学部航空工学科に勤務。現在に至る。流体力学の実

験および数値計算などに従事。工学博士。日本流体力学会、AIAA 各会員。

林 正徳 (正会員)

大正14年生。福岡県出身。昭和22年九州帝国大学工学部応用力学科卒業。昭和24年同大学院特別研究生前期修了。同年九州大学勤務。

助手、講師、助教授をへて昭和46年教授。現在に至る。航空流体力学の研究に従事。工学博士。

* 昭和58年4月6日、日本航空宇宙学会第14期年会講演会において講演。昭和58年10月7日原稿受理 On Numerical Calculation of Some Examples of Separated Viscous Flows

** 九州大学工学部航空工学科 Akira SAKURAI and Masanori HAYASHI

第1図 流線と等ポテンシャル線による格子生成
(a) 物理面における格子, (b) 流れ関数とポテンシャルの平面における格子,
(c) 計算面における格子

隔格子を採用すると空間的精度が低下してしまう。このため最近、格子生成法の研究が脚光を浴びてきた^{4),5)}。これは物理領域と計算領域の間に何らかの写像関係を考え、物理領域での境界表面が計算領域において格子線と一致するように、また計算領域において等間隔な格子点が物理領域において適当な密度で分布するように、写像関係を自動的に計算しようとするものである。

格子の生成法としては非常に多様なものが提唱されている。すでに2次元では実用化の域に達しており、3次元での格子生成がこれからの課題といえそうであるが、2次元での代表的な方法とされる THOMPSON⁶⁾の方法を見ても、計算方法のわずかな違いで実に多様な格子が生成され、実際に使いこなすためにはかなりノウハウの蓄積が必要であると思われる。また多くの方法において、生成される格子が非直交であるのも実用上は不便であると思われる。

このため筆者らは独自の格子生成法を研究することにより問題点を探ることを考えた。この方法は、非圧縮性のポテンシャル流においては流線は物体表面に沿い、流線と等ポテンシャル線は直交することを利用するものであり、第1図に示すような2段階の変換を用いる⁷⁾。

まず物体まわりのポテンシャル流の解を求める。このためにはパネル法(特異点分布法)を用いることとし、物体形状を多角形近似して、各辺に線形に変化する渦度を分布させる。各辺の中点で法線速度ゼロという境界条件が満たされるように各頂点での渦度を決定すれば、物体まわりのポテンシャル解が求められる。

このようにして得られた解から流線と等ポテンシャル線を計算すれば直交格子が得られるが、格子密度の制御を行うために、さらに流れ関数 β とポテンシャル α にそれぞれ独立に適当な変数変換 $\xi=\xi(\alpha)$, $\eta=\eta(\beta)$ を施す。計算領域における各格子点に対応して α と β の値が定まるので、これに対応した物理座標 x と

(a)

(b)

第2図 生成された格子の例
(a) 円柱まわりに循環を与えて生成した格子
(b) 翼まわりに自由流を与えて生成した格子

y を求めなければならないが、先に求めた渦度分布からは x, y に対する α, β が与えられるので、各格子線に沿って順に逐次近似によって座標とメトリックを計算して格子の生成を完了する。第2図にはこのようにして生成した格子の例を示す。

この方法では直交格子がある程度の密度制御を行いつつ生成できるという利点があり、流体力学アナロジーによっているため計算手法も理解しやすい。一方、いまのところは生成できる格子の種類が少ない。ポテンシャル流は翼の後縁のような角部をまわるときには

特異性をもつので、そのような点の近傍では格子は生成できてもメトリックの変化が激しく、実際の差分計算に用いると不安定現象を引き起こすことが多い。このために物体を C 型に取り囲む格子が有効であるが、まだうまく生成できていない。また 3 次元流では流れ関数が存在しないので考え方を考える必要があることなどが問題点である。

3. 乱流モデルによる円柱まわりの剥離流の計算

上に述べた方法で生成した格子を用いて、円柱まわりの剥離点の計算を行った。もともとこの計算は翼まわりの剥離流の乱流モデルによる計算がどの程度実用的であるかを検討する目的で始めたものであるが、前記のような翼後縁における格子の特異性のため計算が困難であったことと、後で述べるように乱流モデルのこのような問題への適用に関して否定的な感想をもつに至ったために、いまのところ翼の計算には進んでいない。

乱流応力に対する近似としては乱流エネルギー k と消散 ε とを新たな変数として選ぶ 2 方程式モデル⁸⁾ を用いた。渦度 ζ と流れ関数 ψ で定式化した基礎方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\zeta \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\zeta \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\nu_t \zeta) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\nu_t \zeta) \\
 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= -\zeta \\
 \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\
 &= C_2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) \right] \\
 &\quad + \nu_t \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - \varepsilon \quad (1) \\
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\
 &= C_{\varepsilon 3} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \right] \\
 &\quad + C_{\varepsilon 1} \cdot C_1 \cdot k \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \\
 &\quad - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}
 \end{aligned}$$

ただし渦動粘性係数 ν_t は

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = C_1 \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2)$$

であり、また定数 $C_1 \sim C_{\varepsilon 3}$ は通常よく用いられているとおり $C_1 = 0.09$, $C_2 = 1.0$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_{\varepsilon 3} = 1/1.3$ などとし分子粘性は省略する。

第 3 図には、第 2 図 (a) のような格子を用いて計算した結果の一部を示す。図に示されているように物体

(a)

(b)

第 3 図 円柱まわりの剥離した乱流の計算結果
 (a) 流線 (部分図), (b) 乱流エネルギー分布

近くの非常に狭い領域で激しい変化が生じる。このような部分には非常に細かい格子が必要で、できるだけ時間ステップを大きくとれる安定な差分スキームを使用しなければならない。ここでは ADI 法を用いたが、図に示す定常解を得るのに FACOM M-200 で約 2 時間の CPU 時間を必要とした。流線の図では剥離が 110 度から 120 度の間で生じており、ほぼ妥当といえる。また本計算では円柱後方の大規模な渦の巻込みをも乱流の一部として時間平均的に扱ったわけであるが、乱流エネルギー分布におけるピークの位置などは、粗な表面をもつ円柱の後方で熱線風速計により測定した変動流の rms 分布と定性的には一致を示している。

しかしながら実際に存在する流れはこのように大きな平均化を許すものと考えてよいであろうか。高レイノルズ数流れの場合、剥離に至る乱流境界層と剥離直後の乱流せん断層はかなり性質がわかっており、適当なモデル化が可能であろう。しかし剥離したせん断層内側の逆流域はこれらよりスケールの大きな流れであり、さらにせん断層が相互に巻き込んで渦列を作る現象は、せん断層内の乱流とは直接の関係はなく、またほぼ規則的な現象である。この渦の中にとりこまれた流体は乱流となり、これらが混合して伴流後方の乱流化が進行する。このように剥離の結果生じる流れには起源とスケールの異なる乱流が混じっており、また

ほぼ規則的といえる部分も存在する。

流れ場全体の計算に乱流モデルを適用するという単純な方法では、計算は上記のように異なった流れの部分をすべて含まざるをえないが、モデルの成り立ちはこのように種々の流れが混在している場を扱えるようなものではない。ここに示したようにほぼ妥当な結果が得られることは多いであろうし、また完備した実験データに基づいてモデル中の定数を選ぶことにより実験公式的な意味で実用性をもたせることは可能であろうが、できるだけ近似を排除した定式化を行い、実験と等価とみなせる解を求めるという数値流体力学の理念とはなじまない方法のように思われる。

乱流の最も正統的な計算は N-S 式による直接シミュレーションや LES による計算であろうが、このような次世代のスーパーコンピュータを得てはじめて実用化するであろう方法以外にも、剝離流を数値的に取り扱う方法として、有望と考えられるものはいくつかある。

一つは非定常 N-S 式の差分計算をできるだけ高レイノルズ数に拡張しようという方向である。N-S 式の計算はレイノルズ数が高くなるとともに不安定さを増し、数値的散逸性の除去も困難となるが、最近河村⁹⁾は高次精度の新しい差分スキームにより 10^5 までのレイノルズ数で、剝離点近傍に粗さをつけ臨界レイノルズ数を下げた円柱まわりの流れを計算し、臨界レイノルズ数近くで抵抗係数が減少する現象を算出している。剝離現象の基礎的解明や乱流の起源の研究にとって有望な方向を示したものと思われる。

いま一つは、逆に剝離以前の流れはあまり詳細に近似せず、剝離以後の渦の挙動を離散化して追跡する、渦糸法による計算である。剝離前の流れと伴流の構造とは直接的関係が薄いことを考えれば、これは十分よい近似であると考えられ、実際桑原^{10), 11)}の諸計算などでは、伴流の構造が剝離位置なども含めてよく再現されている。次節において渦糸法を複数物体まわりの流れに応用した例を示すが、定量的精度にはまだ問題が残っているものの、計算はきわめて簡単であり、実用的な問題に対しても乱流モデルより物理的意味のはっきりした解の得られる可能性が高いといえよう。

4. 複数物体後方の剝離流れの計算

最後に少し異なった問題として、複数物体の後方の流れの N-S 式による計算と、同じ問題を渦糸法によって計算した結果について述べてみたい。

N-S 式を渦度と流れの関数によって定式化する場合、流れ場に単一の物体が存在する場合や流れの対称

性が保証されている場合には、物体表面の流れ関数値 ψ_w を任意の値たとえばゼロと規定することができるが、それ以外は ψ_w は既知ではなく、流れ場の計算と連立した他の補助的条件によって定めなければならない。いままでいくつかの方法が提案されているが^{12), 13)}ここでは内点での差分計算結果から外挿によって ψ_w を求めることを試みた¹⁴⁾。 ψ_w は物理的には表面に沿って一定であればよく、値を規定する必要はないので

(a)

(b)

(c)

第4図 並列2平板まわりの流れの N-S 式による計算結果と実験結果

(a) 計算された流線 $Re=80$, スリット比 0.5, $t=30.9$, (b) 同一条件における水槽実験結果, (c) 計算された揚力と抗力の時間変化 (U : 上方平板, L : 下方平板)

あるから、内点計算と矛盾が生じない値を一定値として採用すればよいといえるので、 ϕ に関するポアソン方程式を解く段階で、物体表面から適当に定めた法線に沿って内点値を外挿して ϕ_w を求めることを逐次近似的に繰り返すことにより、この条件が満足されるようにした。

第4図には2枚の平板を幅の0.5倍の間隔を置いてチャンネル中に並列配置したときの流れ場を示している。このように複数の平板を並列配置したとき、平板間隔によっては瞬間的にも時間平均的にも上下非対称に偏った伴流が観察され、しかもその偏り方は並列円柱の場合のようなフリップフラッピング傾向は見せず安定している¹⁵⁾。低レイノルズ数の水槽実験でもこの現象が観察されるため、これを計算で検証することを試みたものである。

計算は渦放出の数サイクルにわたって続けられた。第4図に示すように、初期変動の後で流れ場は偏りはじめ、上下平板の揚力、抗力は異なったものとなる。偏った状態での流線図は水槽実験での可視化写真とよ

い対応を見せている。

先に述べたように、このような計算を高レイノルズ数に拡張するのは容易ではないので、高レイノルズ数における極限として渦糸法による計算を行った。第5図に第4図と同じ条件における計算結果の例を、第6図には3平板を並列配置した場合の結果の例を風洞における可視化写真とともに示す。2平板の結果は実験と異なり、伴流の偏りが一定しなかった。また可視化写真と比較するといずれの場合も物体後方の渦の巻込みが実際よりも激しい。

実際に計算してみると、渦糸法にも検討しておかねばならぬ問題点がいくつかあると思われる。まず放出される渦の位置と強さの決定が問題である。図に示した計算では平板を10個の渦糸で近似し、平板端の渦がそこでの誘導速度で放出されるとして KUTTA 条件を最も簡単に近似したが、おそらくこれが不十分であったために渦の巻込みが激しすぎるという結果になったものと思われる。

差分計算の場合には、通常の問題であれば空間格子

(a)

(b)

第5図 2平板まわりの流れの渦糸法による計算結果と風洞実験結果 (スリット比 0.5)

(a) 計算結果 $t=60$, (b) 風洞での煙写真, $Re \approx 10^4$

(a)

(b)

第6図 3平板まわりの流れの渦糸法による計算結果と風洞実験結果 (スリット比 0.75)

(a) 計算結果 $t=72.5$, (b) 風洞での煙写真, $Re \approx 10^4$

幅や時間ステップ幅を小さくするとともに解が収束するという事は、理論的にもまた経験的にも期待できるのであるが、現状ではこの点で渦糸法には不安がある。まず時間ステップ数の増加とともに放出された渦糸の数が増え、渦相互の誘導速度の計算が膨大な量となる。このため通常は適当なアルゴリズムで渦を合体させるのであるが、合体方法によっては解に影響が及ぶ可能性がある。また渦糸の移動を EULER 法によって行うときには時間ステップ幅に比例した散逸性が導入されることが桑原¹⁶⁾によって指摘されている。これは渦糸法がある種の乱流モデルとして機能している可能性を示すものであり、この手法の適用に重要な意味づけを与えるが、一方では結果が時間ステップ幅にかなり依存する可能性があるということでもある。筆者らの計算でもそのような傾向が見られた。

5. 結 言

筆者らが行ったいくつかの計算の例を通して剝離や

乱流を含む流れの数値計算における問題点を考えて見た。このような流れには構造やスケールの大きく異なる部分が混在するので、統一的な差分計算は困難であり、乱流のモデル化も単純に適用しては意味を失いやすい。むしろ流れの物理的性質をよくつかんだ、渦糸法などのような近似解法のほうが、意味のある結果を与えることが多いと思われる。

計算は九州大学大型計算機センターにおいて行われた。また計算にあたっては九州大学応用力学研究所の大屋裕二氏および九州大学大学院工学研究科学生の長畑正史君と前学生 (現三菱重工業) 鎌田清敏君の協力を得たことを記して深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) CHAPMAN, D. R.: Computational Aerodynamics Development and Outlook, AIAA J., Vol. 17, No. 12 (1979), pp. 1293-1313.
- 2) 谷 一郎 (編): 流体力学の進歩—乱流, 丸善, 東京 (1979)

- 3) LAUNDER, B. E. and SPALDING, D. B.: Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London (1972).
- 4) NASA CP 2166 (1980).
- 5) THOMPSON, J. F. (ed.): Numerical Grid Generation, North-Holland, New York (1982).
- 6) THOMPSON, J. F., THAMES, F. C. and MASTIN, C. W.: TOMCAT—A Code for Numerical Generation of Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies, J. Comp. Phys., Vol. 24, No. 3 (1977), pp. 274-302.
- 7) HAYASHI, M., SAKURAI, A. and NAGAHATA, M.: Generation of Orthogonal, Body-Fitted Grids Using Potential Flow Solution by the Panel Method, ISAS Rep., S. P. 1 (1983), pp. 33-40.
- 8) LAUNDER, B. E. and SPALDING, D. B.: The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., Vol. 3, No. 2 (1974), pp. 269-289.
- 9) 河村哲也: 円柱をすぎる高レイノルズ数流れの数値計算, 乱流シンポジウム (1983).
- 10) KUWAHARA, K.: Study of Flow past a Circular Cylinder by an Inviscid Model, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 45, No. 1 (1978), pp. 292-297.
- 11) 高見頼郎, 桑原邦郎: 物体と渦, 日本機械学会誌, Vol. 83, No. 739 (1980), pp. 641-649.
- 12) MATIDA, Y., KUWAHARA, K. and TAKAMI, H.: Numerical Study of Steady Two-Dimensional Flow past a Square Cylinder in a Channel, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 38, No. 5 (1975), pp. 1522-1529.
- 13) SHIDA, Y., KUWAHARA, K. and TAKAMI, H.: Numerical Study of Flow past Two Circular Cylinders, 2nd Asian Congress of Fluid Mechanics, Beijing, China (1983).
- 14) HAYASHI, M., SAKURAI, A. and OHYA, Y.: Numerical and Experimental Studies of Wake Interference of Two Normal Flat Plates at Low Reynolds Numbers, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu Univ., Vol. 43, No. 2 (1983), pp. 165-177.
- 15) 林 正徳, 桜井 晃, 大屋裕二: 一様流中に垂直配置された垂直平板列の後流干渉, 日本航空宇宙学会誌, 第30巻, 第344号 (1982), pp. 504-514.
- 16) KUWAHARA, K. and TAKAMI, H.: Study of Turbulent Wake behind a Bluff Body by Vortex Method, IUTAM Symposium on Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids (1983).

—特 集—

三次元剥離の分類例と境界層計算*

西 川 進 栄**

Key words: Aerodynamics; fluid dynamics; boundary layer; computational methods

1. 身近な例に見る三次元剥離の特徴

二次元境界層の研究でもそうであった以上に三次元境界層の剥離線上の流体の挙動解明は流体力学者でない

著 者 紹 介

西川 進栄 (正会員)

昭和 20 年生。福井県出身。昭和 43 年京都大学工学部航空工学科卒業。昭和 49 年東京大学大学院博士課程修了。同年千葉大学工学部講師。現在同助教授。二相流、特にミスト流の境界層、三次元境界層剥離、稀薄極超音速流の数値計算を研究。工学博士。日本機械学会、日本流体力学会各会員。

しは応用数学者の手に余ると同時に魅力をもつテーマであった。1960 年代までに、いくつかの大家の仮説的な捉え方が現われた。しかし剥離線の特徴づけについては、二次元で力を発揮した解析が寄与しなくなり、数値計算が力を発揮する課題となっていた。いわゆる特異点や、トポロジーの用語が必要なこの剥離線の性格づけについては、後に述べることにして、親しみやすい具体例を端緒として拙論を呈したい。

さて、古くは流線形という形容があり、近年のハッチバックスタイルという乗用車のデザインは三次元剥離の問題と関連づけると興味深い。「流線形」とは、剥離をできるだけ起こさせまいとして、車体断面を二次元的にとらえているのに対し、ハッチバックスタイルは形状や使いやすさへの流行上の要請から出発しているにもかかわらず、三次元剥離の様相の変化に起因する抵抗の減少をもたらしたり。

三次元物体上の剥離線は、大迎角下の細長物体や鈍頭物体では二次元流と同様、剥離背後に逆流が生じ、

* 昭和 58 年 4 月 6 日、日本航空宇宙学会第 14 期年会講演会において講演。昭和 58 年 10 月 3 日原稿受理 Categories and Calculations of Three-Dimensional Boundary-layer-separation

** 千葉大学工学部機械工学科 Nobuhide NISHIKAWA