- 32) GEISSLER, L. W.: Three-Dimensional Boundary Layer Over a Body of Revolution at Incidence and with Separation, AIAA J., Vol. 12, No. 12 (1974), pp. 1743-1745.
- 33) DWYER, H. A.: Solution of a Three Dimensional Boundary Layer with Separation, AIAA J., Vol. 6, No. 7 (1968), p. 1136.
- 34) SANDERS, B. R. and DWYER, H. A.: Magnus Forces on Spinning Supersonic Cones (Part II) Inviscid Flow, AIAA J., Vol. 14, No. 5 (1976), pp. 576-582.
- 35) LIN, T. C. and RUBIN, S. G.: Viscous Flow over Spinning Cones at Angles of Attack, AIAA J., Vol. 12, No. 7 (1974), pp. 975-985.
- 36) BRADSHAW, P., CEBECI, T. and WHITELAW, J. H.: Engineering Calculation Method for Turbulent Flows, Pergamon, London (1981).
- 37) KELLER, H. B.: Numerical Methods in Boundary Layer Theory, Annual Rev. Fluid Mech., Vol. 10 (1978), pp. 417-433.
- 38) RIZK, Y. M., CHAUSSEE, D. S. and McRAE, D. S.: Computation of Hypersonic Visco Flow around 3-D Bodies at High Angles of Attack, Paper AIAA 81-1261 (1981).

—特 集—

高速飛翔体周りの三次元剥離を伴う流れ計算の最近の動向*

野 村 茂 昭**

Key words: Fluid dynamics; compressible flow; viscous flows

1. ま え が き

高速飛翔体周りの流れの数値解析については、約 10 年前までに非粘性流に関する数多くの計算が集中した。これは、スペース・シャトルの空力設計という、数値流体力学の研究者にとって非常に興味のある問題の出現と、電子計算機の発達を期を一にした結果でもある。粘性流については、非粘性流に比べて計算規模と計算時間が大きくなるため、円錐等の比較的簡単な形状についての計算がその後始められた^{1)~4)} (初期の NAVIER-STOKES 方程式 (以下 NS 式) の数値解析については、文献 1) に詳しい)。計算機の大型高速化と、数値解法の進歩^{5)~7)}に伴い、NS 式を用いた種々

の物体周りの高速流の計算がこの数年の間に多数行われている。しかし、依然として三次元 NS 式を近似なしで解くには計算時間がかかりすぎるため、計算例の大半は thin layer 近似 NS 式の時間依存解法^{8)~13)}か、放物化 NS 式の前進解法^{14)~25)}によっている。

高速飛翔体周りの流れ場では、その大半は機体軸方向に超音速流となっており、亜音速流が生ずるのは、鈍い頭部または翼前縁の弓状衝撃波後方、圧縮曲り近傍の軸方向剥離領域、強い衝撃波がインピンジする部分、および伴流の一部等の限られた部分である。したがって、その数値解法としては、軸方向に放物化した NS 式を初期値問題として上流から下流に向けて解く前進解法が主となる。部分的に生ずる亜音速領域は、thin layer 近似 NS 式の時間依存解法によって解き、必要に応じて前進解とつなぎ合わせることになる。これらの計算には、効率のよい陰的スキームである非反復 ADI 法が多く適用されており、従来の陽的スキームや反復 ADI 法に比べて計算時間が短縮される。機体周りの流れの軸方向速度成分が超音速となる領域においても、粘性流では壁面近傍には必ず薄い亜音速領域が存在するため、支配方程式は楕円型となり、放物化 NS 式を初期値問題として解き進めることはできない。これは物理的には避けえない問題であるが、亜音速層の厚さが薄いため種々の近似的解法が用いられている。

本稿では、数値解法の詳細は参考文献に譲り、その概要を簡単に述べ、剥離を含む種々の流れ場がどのような数値解法によって解かれているかに主眼を置き

著 者 紹 介

野村 茂昭 (正会員)

昭和 11 年生。東京都出身。昭和 34 年東京理科大学理学部物理学科卒業。昭和 36 年航空宇宙技術研究所入所、現在に至る。昭和 46 年ニューヨーク大学理工学修士修了。高速空力学、空力加熱及び熱防衛などの研究に従事。工学博士。本学会空力、宇宙航行部門委員、現在論文編集委員。AIAA 会員。

* 昭和 58 年 4 月 6 日、日本航空宇宙学会第 14 期年会講演会において講演。昭和 58 年 9 月 29 日原稿受理 Recent Tendency of Flow Field Calculations with Three-Dimensional Separation around High Velocity Vehicle

** 航空宇宙技術研究所 Shigeaki NOMURA

て、最近の数値解析の例を示す。

2. 三次元剥離の構造

まず三次元剥離の構造について、簡単に触れておく。剥離現象は自然界にも多く見られ、とくに二次元または軸対称剥離については、剥離点も明確に定義づけられ ($\tau = \mu(\partial u / \partial y)_w = 0$)、その構造も詳しく調べられている。しかし、三次元剥離においては、境界層内で気流が場所に応じて異なった振れをもつため、剥離点や剥離領域の決定は困難である。

三次元剥離には、幾つかの異なった性質のものがある。大別すると、二次元剥離と類似の主流方向の逆流を含むものと、主流方向には逆流がなく、横断流速成分のみが逆流するものに分けられる。主流方向の剥離は現象的に見ると、鈍頭部の背面側での過膨張・再圧縮によって生ずるバブル状のものと、圧縮曲り近傍に生ずるものに分けられる。したがって、三次元剥離の基本パターンとしては、(1)バブル状剥離、(2)圧縮曲り剥離、(3)横断流剥離、に分けられ、通常これらは組み合わさって生じている。

MASKEL³⁴⁾は、三次元剥離の構造を第1図の概念図によって示している。WANG³⁵⁾は、迎角のある回転楕円体の背面で、母線に直角方向の速度成分の逆転によって、横断流剥離の領域を求めている。また、STETSON³⁶⁾がその鈍頭円錐の実験から得た概念図によれば小迎角での横断流剥離は第2図のように示される。著者が行ったオイルフロー実験³⁷⁾ ($M_\infty = 7.1$, $\theta_c = 15^\circ$, $\alpha = 15^\circ$)によれば、第3図に示すとおり限界流線の包絡線によって横断流剥離の領域が明瞭に見られ

る。迎角をもった円柱-フレアの可視化実験から、HUNG¹¹⁾は第4図に示す圧縮曲りでの剥離と横断流剥離の組み合わせられた構造を示している。

一般に剥離線は直線ではなく、その位置は剥離線に直交する表面応力成分 τ_α が零となる点で定義される³⁷⁾。剥離領域は、剥離線から巻き上がる分割流線

第2図 鈍頭円錐背面の横断流剥離

第3図 鈍頭円錐背面のオイルフロー ($M_\infty = 7.1$, $\theta_c = 15^\circ$, $\alpha = 15^\circ$)³⁷⁾

第1図 MASKEL の三次元剥離概念図³⁴⁾

第4図 円柱-フレア背面の圧縮曲り剥離¹¹⁾

(dividing stream line) の包絡面で区分される。したがって、数値解析によって得られた速度ベクトルの空間分布から剝離領域を限定するためには、三次元的に流線を追跡する必要があり、ある断面内の速度成分のみに着目して、その逆流から剝離領域を決めることはできない。しかし、そのための適当な方法がないため、本稿で示す数値解析の例では、いずれも主流または機軸に直交する断面内での速度成分から、大よその剝離領域を観察している。

3. NS 方程式の非反復 ADI 解法

NS 式を一般座標 (ξ, η, ζ) を用いて保存形で書き表わすと^{11, 19)},

$$\partial U / \partial t + \partial E / \partial \xi + \partial F / \partial \eta + \partial G / \partial \zeta = 0 \quad (1)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} U &= U' / J \\ E &= \{ \xi_x (E' - E_v) + \xi_y (F' - F_v) + \xi_z (G' - G_v) \} / J \\ F &= \{ \eta_x (E' - E_v) + \eta_y (F' - F_v) + \eta_z (G' - G_v) \} / J \\ G &= \{ \zeta_x (E' - E_v) + \zeta_y (F' - F_v) + \zeta_z (G' - G_v) \} / J \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

非粘性項

$$U' = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{vmatrix}, \quad E' = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e_t + p)u \end{vmatrix},$$

$$F' = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e_t + p)v \end{vmatrix}, \quad G' = \begin{vmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e_t + p)w \end{vmatrix}$$

粘性項

$$E_v = \begin{vmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\sigma_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + q_x \end{vmatrix}, \quad F_v = \begin{vmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\sigma_{yy} + w\tau_{yz} + q_y \end{vmatrix},$$

$$G_v = \begin{vmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \sigma_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\sigma_{zz} + q_z \end{vmatrix}$$

$$\sigma_{xx} = \tilde{A} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\sigma_{yy} = \tilde{A} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\sigma_{xx} = \tilde{A} \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \tau_{xy} = \frac{3}{2} \tilde{A} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xz} = \frac{3}{2} \tilde{A} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \tau_{yz} = \frac{3}{2} \tilde{A} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$q_x = \tilde{B} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = \tilde{B} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = \tilde{B} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\tilde{A} = \frac{2\mu}{3Re_L}, \quad \tilde{B} = \frac{\mu}{(\gamma-1)M_\infty^2 Re_L Pr}$$

$$e_t = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

ここで, u, v, w は直線直交座標系 (x, y, z) における速度成分であり, J は (x, y, z) から (ξ, η, ζ) への座標変換マトリックスである。上式では, 速度, 密度, 温度および粘性係数はそれぞれの自由流の値で, 長さは代表長 L , 圧力は ρV_∞^2 , エネルギーは V_∞^2 , および時間は L/V_∞ でそれぞれ無次元化されている。以下本稿では, ξ を流れ方向, η を物体面から衝撃波面に向かう方向, ζ を周方向にとるものとする。

(1) 式の差分数値解を求めるに当たって, 通常は計算時間の関係から, 粘性項に対してなんらかの近似を施す必要があるが, 最近の数値解析例では, thin layer 近似と放物化近似がおもに適用されている。REYNOLDS 数の大きい流れ場においては, 粘性効果の大きい層は非粘性層に比して薄いことから, thin layer 近似が適用され得る。すなわち, (2) 式中の粘性項 E_v, F_v, G_v の ξ, ζ 微分が η 微分に比して無視されると仮定し, 非定常 NS 式を時間方向に解き, 収斂した値を定常解として求める。この方法によれば, どのパターンに属する剝離流も解くことができるが, 広い範囲にわたって解が収斂するまで繰り返し計算を行うので, 相当長い計算時間を要する。次に, 放物化 NS 式は流れ方向に諸量が緩やかに変化する場合に適用され, 定常 NS 式において, 粘性項 E_v, F_v, G_v の ξ 微分を η, ζ 微分に比して無視して得られる。 ξ 方向に超音速の流れ場では, $\xi = \xi_0$ における η - ζ 面内の初期値から出発して, ξ 方向に一方向的に解き進めることができる。壁面近傍に生ずる亜音速領域については, $\partial p / \partial \xi$ の取扱いとして後に触れる。

thin layer 近似 NS 式, および放物化 NS 式のいずれにおいても, これを解く差分スキームとしては, 非反復 ADI (交互方向) 法が最も多く用いられている。保存形で書かれた非定常二次元 NS 式に対する非反復 ADI 法は BEAM ら²⁷⁾ によって与えられ, VIGNERON ら¹⁴⁾ によって三次元放物化 NS 式に適用された。これらについて, その概略を次に示す。

l 方向に $H^n \equiv H(n \Delta l)$ から H^{n+1} へ解を進めるとして (非定常 NS 式で $l \equiv t, H \equiv U$, 放物化 NS 式で

第1表 差分スキームと誤差⁽⁴⁾

θ_1	θ_2	スキーム	誤差
0	0	EULER, explicit	$O(\Delta l^n)$
0	-1/2	Leapfrog, explicit	$O(\Delta l^n)$
1/2	0	Trapezoidal, implicit	$O(\Delta l^n)$
1	0	EULER, implicit	$O(\Delta l^n)$
1	1/2	3-point-backward, implicit	$O(\Delta l^n)$

$l \equiv \xi, H \equiv E$, 種々の差分スキームは形式的に

$$\begin{aligned} \Delta H^n &\equiv H^{n+1} - H^n \\ &= \frac{\theta_1 \Delta l}{1+\theta_2} \frac{\partial}{\partial l} \Delta H^n + \frac{\Delta l}{1+\theta_2} \frac{\partial}{\partial l} H^n + \frac{\theta_2}{1+\theta_2} \Delta H^{n-1} \\ &\quad + O\left[\left(\theta_1 - \frac{1}{2} - \theta_2\right) \Delta l^2 + \Delta l^3\right] \quad (3) \end{aligned}$$

で表わされ, θ_1 および θ_2 の値の取り方で第1表に示すスキームとなる。(1), (3)式から

$$\begin{aligned} \Delta H^n - \frac{\theta_2}{1+\theta_2} \Delta H^{n-1} &= \frac{\theta_1 \Delta l}{1+\theta_2} \left(-A \frac{\partial \Delta E^n}{\partial \xi} - \frac{\partial \Delta F^n}{\partial \eta} - \frac{\partial \Delta G^n}{\partial \zeta} \right) \\ &\quad + \frac{\Delta l}{1+\theta_2} \left(-A \frac{\partial E^n}{\partial \xi} - \frac{\partial F^n}{\partial \eta} - \frac{\partial G^n}{\partial \zeta} \right) \\ &\quad + O\left[\left(\theta_1 - \frac{1}{2} - \theta_2\right) \Delta l^2 + \Delta l^3\right] \quad (4) \end{aligned}$$

ただし, $A \equiv (H-E)/(U-E)$

さて, (4)式を l 方向に解き進める際, E, F, G は保存変数 U の正則関数であるから, 放物化 NS 式においても U に関して解くのが便利である³³⁾. (4)式を差分表示して $(n+1)\Delta l$ での代数解を求めるには, (4)式は U^{n+1} に関して非線形であるため, 反復計算を要する. そこで, これらに次式による線形化を施す.

$$\left. \begin{aligned} E^{n+1} &= E^n + (\partial E / \partial U)^n (U^{n+1} - U^n) + O(\Delta l^2) \\ F^{n+1} &= F^n + (\partial F / \partial U)^n (U^{n+1} - U^n) + O(\Delta l^2) \\ G^{n+1} &= G^n + (\partial G / \partial U)^n (U^{n+1} - U^n) + O(\Delta l^2) \end{aligned} \right\} (5)$$

(4)式左辺で $H \equiv E$ の場合には, 次の線形化を行うと,

$$\begin{aligned} \Delta H^n &= H^{n+1} - H^n \\ &= \{H^n + (\partial H / \partial U)^n \Delta U^n + O(\Delta l^2)\} \\ &\quad - \{H^{n-1} + (\partial H / \partial U)^{n-1} \Delta U^{n-1} + O(\Delta l^2)\} \quad (16) \end{aligned}$$

から, 最低精度の項は消去し合い, したがって, (4)式は(5), (6)式を用いて同一精度で次式のとおりに線形化される.

$$\begin{aligned} &\left[A + B \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^n + \frac{\theta_1 \Delta l}{1+\theta_2} \left\{ A \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right) \right\}^n \right] \Delta U^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= A \frac{\theta_2}{1+\theta_2} \Delta U^{n-1} - B \left[\Delta E^{n-1} - \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^{n-1} \Delta U^{n-1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\theta_2}{1+\theta_2} \left\{ \Delta E^{n-2} + \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^{n-1} \Delta U^{n-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^{n-2} \Delta U^{n-2} \right\} \right] \\ &\quad - \frac{\Delta l}{1+\theta_2} \left(A \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} \right)^n \\ &\quad + O\left[\left(\theta_1 - \frac{1}{2} - \theta_2\right) \Delta l^2 + \Delta l^3\right] \quad (7) \end{aligned}$$

ただし,

$$B \equiv (H-U)/(E-U)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right) \right]^n \Delta U^n \equiv \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial U} \right) \Delta U \right]^n$$

一例として, 放物化 NS 式 ($H \equiv E$) に対して二次精度梯形差分 ($\theta_1=1/2, \theta_2=0$) を適用すると, (7)式は

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial E}{\partial U} + \frac{\Delta \xi}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right) \right\} \right]^n \Delta U^n \\ &= - \left\{ \Delta E - \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right) \Delta U \right\}^{n-1} \\ &\quad - \Delta \xi \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} \right)^n + DU^n \quad (8) \end{aligned}$$

ただし, DU^n は数値的高周波振動を抑えるための適当な人工粘性項とする.

(8)式を交互方向に数値積分するため因数に分解すると,

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial E}{\partial U} + \frac{\Delta \xi}{2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right) \right]^n \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^{-1} \\ &\quad \times \left[\frac{\partial E}{\partial U} + \frac{\Delta \xi}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right) \right]^n \Delta U^n = (8) \text{式右辺} \quad (9) \end{aligned}$$

となり, ξ および η の交互方向に次のステップで sweep されて, ξ 方向の積分が得られる.

$$\left. \begin{aligned} &\left[\frac{\partial E}{\partial U} + \frac{\Delta \xi}{2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right) \right]^n \Delta U_1 = (8) \text{式右辺} \\ &\Delta U_2 = \left(\frac{\partial E}{\partial U} \right)^n \Delta U_1 \\ &\left[\frac{\partial E}{\partial U} + \frac{\Delta \xi}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right) \right]^n \Delta U^n = \Delta U_2 \\ &U^{n+1} = U^n + \Delta U^n \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで, η, ζ 微分は二次精度中心差分で表わす. (8)式の右辺および $n\Delta \xi$ の値はすべて既知量であるから, 順次計算を行い二次精度で U^{n+1} が得られる. その際, 簡単なブロック三重対角行列式を解くことになるが, 詳細は文献²⁹⁾を参照されたい. かくして, (10)式を解くことにより, 放物化 NS 式の二次精度の解が反復計算なしに得られる. thin layer 近似非定常 NS 式の解は, (7)式で $A=1, B=0$ としてこれと

まったく同様に得られる。

thin layer 近似 NS 式の時間依存解は、各時刻において三次元空間座標に関する楕円方程式を解き、これを時間軸方向に双曲形方程式として解き進めるので、対象となる流れ場として特に制限はない。他方、放物化 NS 式の前進解の場合には、高速流においてもその粘性層内の壁面近傍に生ずる亜音速層 (subsonic layer: sublayer) を通じて、後流での擾乱が圧力波として上流に伝達されるため、初期値問題として ξ 方向に安定に解き進めることができない。このことは、圧力を含むベクトル E' のヤコビアン $R = \partial E' / \partial U$ の固有値が亜音速領域で負になり、 ξ 方向に解き進めると解が対数関数的に増大することに対応している。しかし、 p が $(n+1)\Delta\xi$ において U の関数でない (あらかじめ与えられている) とすると、 ξ 方向速度成分が正である限り、 R の固有値は正の実数となり、支配方程式は非粘性層で双曲形、粘性層で放物形となり³³⁾、 ξ 方向に安定に解き進めることができる。そこで、粘性層中の音速点を境にして、sublayer を分離して解く方法がとられる。すなわち、亜音速粘性層は薄いので $\partial p / \partial \eta = 0$ とし、同層内での圧力 p は超音速粘性層の sublayer 端での $(n+1)\Delta\xi$ における解から与える方法^{32), 33)}、または亜音速領域で $0 \leq \omega = f(M_e) \leq 1$ として $(1-\omega)p$ を陰的に、 ωp を source term として陽の後退差分で与える方法¹⁴⁾等である。これらの sublayer 法を用いても、 $\Delta\xi$ をあまり小さくとると ξ とともに解は発散 (departure solution) する^{4), 30)}。この場合には、 $|\partial p / \partial \xi|$ が大きくなる場合も含めて、圧力分布に対する反復計算を行う。反復法には全流れ場の p の予測値を反復修正する方法^{22), 23)}と、1 ステップごとに反復計算する方法^{16), 20), 21)}があるが、通常いずれも収斂は早い。

境界条件は、 ξ 方向には対称条件、 η 方向には壁面上で non-slip 条件、衝撃波面で RANKIN-HUGONIOT 条件または自由流条件 (衝撃波捕獲法) を用いる。初期条件としては、thin layer 近似 NS 式の時間依存解では、定常解になるべく近い適当な衝撃波と諸量の初期分布を与える。放物化 NS 式に対しては、 $\xi = \xi_0$ における η, ζ 空間の正確な初期値分布 (たとえば、thin layer 近似 NS 式の時間依存解) を与える。

4. 高速三次元剥離流の数値解析例

3. で述べた方法により三次元剥離流を解いた代表的例について、流れ場の形に応じて分類し以下に示す。

4.1 三次元剥離の基本形

(a) バブル状剥離: 2. で述べたとおり、 ξ 方向速度の逆流によるものであるため、thin layer 近似 NS

第5図 半球-円柱周りの流れ (S, R は剥離, 再付着点)^{9), 10)}

第6図 空洞円柱-フレアの数値解¹¹⁾

式の時間依存解法によって解かれる。 $\alpha \leq 19^\circ$ の迎角をもつ半球-円柱周りの流れ場の数値解から、背面側にバブル状剥離が得られ、圧力分布の計算値は実験値と、背面中心線上でもよく一致している (第5図)^{9), 10)}。格子点数は、頭部に $30 \times 30 \times 15$ 、円柱上に $48 \times 20 \times 15$ をとり、計算時間は (CDC 7600 で) 非粘性流で約1時間、粘性流で2~3時間である¹⁰⁾。背面对称面上では横断流がないので (対称条件)、剥離・再付着点は二次元流と同様に判定できるが (同図中 S, R)、対称面をはずれると剥離領域を限定することはもはや困難である。バブル状剥離に引き続いて、円柱上では横断流の主剥離、二次剥離も得られている¹⁰⁾。

(b) 圧縮曲り剥離: ξ 方向速度成分の逆流を含むため、thin layer 近似 NS 式の時間依存解法によって解かれる⁸⁾。 $\alpha = 4^\circ$ での空洞円柱-フレアにおいて計算された速度ベクトルの空間分布は、第4図の概念図とはほぼ一致し、その表面圧力分布も実験値ときわめてよい一致が得られた (第6図)¹¹⁾。オジャイブ-円柱-フレアでは、圧縮曲り近傍までの $\partial p / \partial \xi$ の小さい領域を放物化 NS 式の前進解で与え、これを境界条件と

第7図 円錐背面での主、および二次横断流剥離²⁷⁾

して圧縮曲りでの thin layer 近似 NS 式の時間依存解を求めており、Eddy 粘性モデルを用いて乱流剥離での実験値とよく一致する圧力分布が得られている¹⁸⁾。

(c) 横断流剥離: 円錐 (または円柱) に対して、迎角/半頂角 (θ_c) ≤ 4.5 の範囲で多くの数値解析が行われている。 $\alpha/\theta_c \sim 1.0$ では、円錐背面に横断流剥離による一対の渦の薄い層が生ずる。 $\partial p/\partial \xi$ が小さく、放物化 NS 式で容易に解かれる^{31), 41), 15)}。 $\alpha/\theta_c \sim 2.0$ では、背面に横断流衝撃波が現われ、広い剥離領域が生ずる。放物化 NS 式による衝撃波形状と圧力分布の前進解は、実験値とよく一致する²²⁾。 $\alpha/\theta_c \sim 2.0$ の乱流粘性層での実験によると、一対の背面主剥離内に二次横断剥離が生ずる (第7図)²⁷⁾。乱流境界層の発達率は ξ に比例するため、NS 式に円錐流近似を施して時間依存解を求め²⁶⁾、風洞および大気飛翔実験における剥離位置および圧力分布とのよい一致が得られている (第8図)²⁷⁾。 $\alpha = 20^\circ$ のオジャイブ-円柱について、非定常三次元 NS 式 (近似なし) の時間依存解を、高速ベクトル計算 (CRAY-1) した例がある²⁸⁾。横断流剥離位置、ピトー圧力分布について、多くの軸方向位置での実験値とよい一致が得られている。格子点数は $15 \times 30 \times 30$ で2%以内の圧力変動を収斂条件として、約4,000時間ステップを要している。非常に大きい

第8図 円錐の数値解 (C_p) と飛翔実験データの比較²⁷⁾

迎角 ($\alpha/\theta_c \sim 4.5$) をもつ円錐に対しては、放物化 NS 式に圧力に関する反復計算を施して計算されているが、よい結果は得られていない²²⁾。ここでは、円錐のピッチ面で ξ 方向の対称条件を適用しているが、この条件は大迎角における背面での非対称渦の発生と一致しない。大迎角で、非対称な剥離渦を求めた例はまだない ($\alpha/\theta_c \sim 1.0$ では、ほぼ左右対称な渦が得られている²⁴⁾)。

4.2 高速機体形状周りの流れ 種々の機体形状周りの流れは、いずれも放物化 NS 式の前進解 (超音速域) として得られている。鋭い前縁の三角翼について、 $\alpha = 10^\circ$ で放物化 NS 式を解き、背面に大きな横断流渦が得られ、ピトー圧力分布は実験とよく一致している¹⁴⁾。迎角 $\alpha \leq 41.5^\circ$ をもつ鈍い前縁の三角翼についても (第9図に背面渦)、表面圧力および熱伝達が実験値とよく一致する結果が得られている¹⁹⁾。鈍頭二重円錐再突入体の $\alpha = 10^\circ$ の流れ場は、放物化 NS 式の反復解法によって求められ、圧力分布、熱伝達分布および空力特性について実験とのよい一致が得られた¹⁷⁾。また、揚力再突入機 X-24C (第10図) についても、放物化 NS 式に thin layer 近似を施して前進解を求め、圧力分布は第11図のとおり実験値とよく一致している¹⁸⁾。スペース・シャトル・オービタ周りの流れ場を解くに当たって、キャノピ、翼等において $|\partial p/\partial \xi|$ が大きくなるため、放物化 NS 式に1ステップ (4ξ) ごとの反復計算が施された²¹⁾。 $\alpha = 30^\circ$ では、頭部からの弓状衝撃波が全長の70%で翼前縁に当たり、計算が収斂なくなっている。しかし、それまでの領域では、背面に生ずる広い横断流剥離領域 (第12図) を通じ、全表面にわたって熱伝達分布の計算値は実験値とかなりよく一致している (第13図)。格子点は約 60×30 で軸方向に330ステップであり、反

第9図 鈍い前縁の三角翼周りの横断流速成分の方向¹⁹⁾ 第11図 X-24C の数値解と実験値の比較¹⁸⁾ 第10図 X-24C の形状¹⁹⁾ 第12図 スペースシャトルオービタ背面 ($M_\infty=8$, $\alpha=30^\circ$) での横断流速成分²¹⁾

復計算を毎ステップ1回行うとして計算時間 (Univac 1110) は約3時間である。

4.3 スピン, コーニング運動 迎角をもった円錐が, スピン運動^{23), 24)}およびスピン/コーニング運動²⁵⁾を行っている場合の流れ場は, 放物化 NS 式の前進解 (反復計算) によって得られた。物体に固定した座標系で自由流を運動させ, 通常の NS 式のモーメント保存式にコリオリ力および円心力等の項を加えて解く。ピッチ面に対して非対称の条件を置き, 非対称横断流剝離渦が得られ, また物体に働く非対称空気力も求められている。

5. あとがき

高速飛翔体においては, 通常空力加熱がとくに重要であり, 剝離が生じない場合においても, NS 方程式の数値解析は非常に有効である。そのため, 計算機の発達してきた近年, 迎角をもった場合を含んで, 非常に多くの数値解析結果が報告されており, ここにその簡単な展望を行った。紙面の都合上, 不十分な点が多々あることと思うが, 詳細は参考文献を参照されたい。

最後に, 本稿は谷喬前空力部門委員長の強いお薦めで第14期年会シンポジウムに発表した講演のまとめであり, 本特集を企画された空力部門委員会の方々, また谷前部門委員長に感謝の意を表します。

第13図 オービタ表面への熱伝達率の数値解と実験値の比較²¹⁾

参考文献

- 1) PEYRET, R. and VIVIAND, H.: Computation of Viscous Compressible Flows Based on the NAVIER-STOKES Equations, AGARD-AG-212 (Sept. 1975).
- 2) METHA, U. B. and LAVAN, Z.: Starting Vortex, Separation Bubbles and Stall, J. Fluid Mech., Vol. 67, Part 2 (1975), pp. 227-256.
- 3) LIN, T. C. and RUBIN, S. G.: Viscous Flow over a Cone at Incidence (Part 2) Boundary Layer, J. of Fluid Mech., Vol. 1, No. 7 (July 1973), pp. 593-620.
- 4) LUBARD, S. C. and HELLIWELL, W. S.: Calculation of the Flow on a Cone at High Angle of Attack, AIAA J., Vol. 12, No. 7 (July 1974), pp. 965-974.
- 5) LOMAX, H.: Recent Progress in Numerical Techniques for Flow Simulation, AIAA J., Vol. 14, No. 4 (Apr. 1976), pp. 512-518.
- 6) CHAPMAN, D. R.: Computational Aerodynamics Development and Outlook, AIAA J., Vol. 17, No. 12 (Dec. 1979), pp. 1293-1313.
- 7) BEAM, R. M. and WARMING, R. F.: An Implicit Factored Scheme for the Compressible NAVIER-STOKES Equations, AIAA J., Vol. 16, No. 4 (Apr. 1978), pp. 393-402.

Time dependent thin layer N-S

- 8) BALDWIN, B. S. and LOMAX, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA Paper 78-257 (1978).

- 9) PULLIAM, T. H. and LOMAX, H.: Simulation of Three-Dimensional Compressible Viscous Flow on the Illiac IV Computer, AIAA Paper 79-0206 (1979).
- 10) PULLIAM, T. H. and STEGER, J. L.: Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow, AIAA J., Vol. 18, No. 2 (Feb. 1980), pp. 159-167.
- 11) HUNG, C. M.: Numerical Solution of Supersonic Laminar Flow over an Inclined Body of Revolution, AIAA J., Vol. 18, No. 8 (Aug. 1980), pp. 921-928.
- 12) KUTLER, P., PEDELTY, J. A. and PULLIAM, T. H.: Supersonic Flow over Three-Dimensional Abalated Nose Tips Using an Unsteady Implicit Numerical Procedure, AIAA Paper 80-0063 (1980).
- 13) HUNG, C. M. and CHAUSSEE, D. S.: Computation of Supersonic Turbulent Flow over an Inclined Ogive-Cylinder-Flare, AIAA J., Vol. 19, No. 9 (Sept. 1981), pp. 1139-1144.

Parabolized N-S

- 14) VIGNERON, Y. C., RAKICH, J. V. and TANNEHILL, J. C.: Calculation of Supersonic Viscous Flow over Delta Wings with Sharp Subsonic Leading Edges, AIAA Paper 78-1137 (1973).
- 15) RAKICH, J. V., VIGNERON, Y. C. and AGARWAL, R.: Computation of Supersonic Viscous Flows over Ogive-Cylinders at Angle of Attack, AIAA Paper 79-0131 (1979).
- 16) LIN, T. C. and RUBIN, S. G.: A Numerical Model

- for Supersonic Viscous Flow over a Slender Reentry Vehicle, AIAA Paper 79-0205 (1979).
- 17) HELLIWELL, W.S., DICKINSON, R.P. and LUBARD, S.C.: Viscous Flow over Arbitrary Geometries at High Angle of Attack, AIAA Paper 80-0064 (1980).
 - 18) CHAUSSEE, D.S., PATTERSON, J.L., KUTLER, P. and PULLIAM, T.H.: A Numerical Simulation of Hypersonic Viscous Flows over Arbitrary Geometries at High Angle of Attack, AIAA Paper 81-0050 (1981).
 - 19) TANNEHILL, J.C., VENKATAPATHY, E. and RAKICH, J.V.: Numerical Solution of Supersonic Viscous Flow over Blunt Delta Wings, AIAA J., Vol. 20, No. 2 (Feb. 1982), pp. 203-210.
 - 20) SPRADLEY, L.W., STALNAKER, J.F. and XIQUES, K.E.: Quasi-Parabolic Technique for Spatial Marching NAVIER-STOKES Computations, AIAA J., Vol. 20, No. 1 (Jan. 1982), pp. 31-32.
 - 21) LI, C.P.: Implicit Solution for the Shock Layer Flow around General Bodies, AIAA J., Vol. 20, No. 2 (Feb. 1982), pp. 175-183.
 - 22) LIN, A. and RUBIN, S.G.: Three-Dimensional Supersonic Viscous Flow over a Cone at Incidence, AIAA J., Vol. 20, No. 11 (Nov. 1982), pp. 1500-1507.
 - 23) LIN, T.C. and RUBIN, S.G.: Viscous Flow over Spinning Cones at Angle of Attack, AIAA J., Vol. 12, No. 7 (July 1974), pp. 975-985.
 - 24) AGARWAL, R. and RAKICH, J.V.: Hypersonic Laminar Viscous Flow Past Spinning Cones at Angle of Attack, AIAA J., Vol. 20, No. 4 (Apr. 1982), pp. 479-487.
 - 25) AGARWAL, R. and RAKICH, J.V.: Supersonic Laminar Viscous Flow Past a Cone at Angle of Attack in Spinning and Coning Motion, AIAA J., Vol. 20, No. 6 (June 1982), pp. 761-768.
- Others
- 26) McRAE, D.S., PEAKE, D.J. and FISHER, D.F.: A Computational and Experimental Study of High REYNOLDS Number Viscous/Inviscid Interaction about a Cone at High Angle of Attack, AIAA Paper 80-1422 (1980).
 - 27) PEAKE, D.J., FISHER, D.F. and McRAE, D.S.: Flight, Wind Tunnel, and Numerical Experiments with a Slender Cone at Incidence, AIAA J., Vol. 20, No. 10 (Oct. 1982), pp. 1338-1345.
 - 28) HANKEY, W.L., GRAHAM, J.E. and SHANG, J.S.: NAVIER-STOKES Solution of a Slender Body of Revolution at Incidence, AIAA J., Vol. 20, No. 6 (June 1982), pp. 776-781.
 - 29) STEGER, J.L.: Implicit Finite Difference Simulation of Flow about Arbitrary Geometries with Application to Airfoils, AIAA Paper 77-665 (1977).
 - 30) CHENG, H.K., CHEN, S.Y., MOBLEY, R. and HUBER, C.R.: The Viscous Hypersonic Slender-Body Problem, RM 6193-PR, The Rand Corp., Santa Monica, Calif. (May 1970).
 - 31) RUBIN, S.G. and LIN, T.C.: Numerical Methods for Two and Three-Dimensional Viscous Flow Problems, J. of Comp. Physics, Vol. 9, No. 2 (Apr. 1972), pp. 339-364.
 - 32) LIN, T.C. and RUBIN, S.G.: Viscous Flow over a Cone at Moderate Incidence, Computers and Fluids, Vol. 1, No. 1 (1973), pp. 35-57.
 - 33) SCHIFF, L.B. and STEGER, J.L.: Numerical Simulation of Steady Supersonic Viscous Flow, AIAA J., Vol. 18, No. 12 (Dec. 1980), pp. 1421-1430.
 - 34) MASKEL, E.C.: Flow Separation in Three Dimensions, RAE Rept. Aero. 2565 (Nov. 1955).
 - 35) WANG, K.C.: Separation Patterns of Boundary Layer over an Inclined Body of Revolution, AIAA J., Vol. 10, No. 8 (Aug. 1972), pp. 1044-1050.
 - 36) STETSON, K.F.: Boundary Layer Separation on Slender Cone at Angle of Attack, AIAA J., Vol. 10, No. 5 (May 1972), pp. 642-648.
 - 37) NOMURA, S.: Study on Lee-Surface Heating over Yawed Blunt Cone in Hypersonic Flow, National Aerospace Lab. Rept. TR-494 T (Mar. 1977); AIAA Paper No. 76-122 (1976).