＝ 技 術 ノ ー ト ＝

TECHNICAL NOTE

超音速軸流圧縮機の動翼内の流れに関する研究（第6報）

単純半径平衡を満足する擬軸対称流をもつ二次元超音速部の可能性*

Studies on the Flow in Supersonic Axial-Flow Compressor Rotor (Part 6)

A Possibility of Two-Dimensional Supersonic Portion Having Quasi-Axisymmetric Flows Which Satisfy Simplified Radial Equilibrium

橋 本 孝 明**・大 塚 新 太 郎**

Takaaki HASHIMOTO and Shintaro OTSUKA

Key words: Supersonic axial-flow compressor; supersonic portion;
quasi-axisymmetric flow

Abstract

A possibility of two-dimensional supersonic portion having quasi-axisymmetric flows which satisfy simplified radial equilibrium is investigated in this report. With the intension of getting a supersonic portion for practical use, the main requirements are given as follows. (1) The inlet flow is uniform and parallel to the axis. (2) The flow just before the normal shock is quasi-axisymmetric and satisfies simplified radial equilibrium. (3) The starting condition for a supersonic diffuser is satisfied between the inlet flow and the flow just before the normal shock. (4) The turning angle and the magnitude of deceleration in the supersonic portion are specified for the purpose of adequate blade thickness. The calculated examples are obtained at hub, mean and tip radii.

1. ま え が き

shock-in-rotor 型超音速軸流圧縮機の理想的作動状態の動翼通路の流れは、第1図のように、超音速部、垂直衝撃波、亜音速部に分けられる。著者らは、〔1〕動翼枚数が多く、第2図のような通路を二分する流面 Su 上の流れで、実際の流れを代表させる擬軸対称の扱いが可能、〔2〕軸流回転機械の内外筒壁が軸に平行で子午流線も軸に平行な流形を扱う、という仮定をして、shock-in-rotor 型動翼内の流れを調べてきた¹⁻³⁾。しかし、入口流れの条件に難点があったり²⁾、一方、入口流れを最も典型的な流動形式である旋回成分なし

の様な絶対流に限定すると、〔2〕の仮定を亜音速部にも適用するのは応用上無理なことがわかった³⁾。

そこで、〔1〕の仮定はそのまま、内外筒壁の屈曲にともなうマッハ波の問題を回避するために、超音速部の子午流線は軸に平行とするが、亜音速部では流れの半径成分を考慮するように、〔2〕の仮定を変更し、shock-in-rotor 型動翼内の流れを調べ直してみた⁴⁾。その結果、動翼入口の流れがわかっている場合、流れの転向角を与えれば、単純半径平衡の式を使用して垂直衝撃波直前、ついで直後の流れを求めることができ、しかも、超音速通路に固有な始動条件も満足させることができた⁴⁾。また、高速回転をする動翼の翼厚とその半径方向分布もとくに問題はなさそうであった⁴⁾。

入口から垂直衝撃波までの超音速部全位置で、単純半径平衡の条件を満足する擬軸対称流を実現することは理論的に可能である¹⁾。有限スペーシング（有限ピッチ）をもつ実際の回転機械の流れの一つの理想化モデルとして、擬軸対称流が成立することがわかったわけである。

次には当然有限スペーシングの場合に進むわけであるが、擬軸対称流にどのような操作を加えたら、現実の実機の流れに近づきうるのかは何もわかっていない。

それで著者らはとりあえず、本来無限小であるスペーシングを有限と仮定し、翼の厚みを有限値にもっていき、翼型を想定してみた^{1,2,4)}。

しかし、翼の厚みだけ考えというのは、いうなれば一次元流的扱いであって、翼形状の良悪を直観的に判定するには便利であるが、実際の翼間の流れを模擬

* 昭和58年11月8日、第20回日本航空宇宙学会関西中部支部合同秋期大会にて講演。昭和59年2月16日原稿受理

** 名古屋大学工学部航空学教室

第1図 理想化した流れ

第2図 流面 S_u

することはできない。

そのため、本報では、子午流線が軸に平行ということで、円筒面を平面に展開して、超音速部の流れを二次元流として扱うこととした。

具体的には、動翼入口で単純半径平衡の式を満たす一様流を、超音速ディフューザーの始動条件を満たし、必要な翼厚をもたせるに必須な二つの事項⁴⁾、〔1〕転向、〔2〕減速、の量を指定した上で、単純半径平衡の式を満たす垂直衝撃波直前の擬軸対称流に接続させる超音速通路を、設計することを試みた次第である。

このような通路が可能ならば、通路内の流れの半径平衡のうち、とくに重要と思われる垂直衝撃波直前では考察が済んでいるので、二次元超音速翼列実験の結果が、三次元の shock-in-rotor 型動翼の超音速部の性能推定にある程度信頼度をもって適用されるはずである。

なお、問題は、流体力学でいう設計（間接）問題となるので、広義の特性曲線法に分類される、有限の弱い波の方法⁵⁾を利用した。

2. 有限の弱い波の方法による超音速流れ場の計算⁵⁾

各半径位置における shock-in-rotor 型動翼超音速部を、二次元超音速通路とみなして、有限の弱い波の方法を用いて設計する場合、(1)波と波の干渉、(2)壁における波の反射と相殺、に関する基本的な考え方において、「波の強さ（波による流れの方向の変化を指す）は、他の波と交差しても変わらない。」とする⁵⁾。

有限の弱い波の方法は、厳密には連続変化する流れを、隣接間で有限変化をし内部では一様な小領域群の流れに置換して扱う方法であって、第3図(a)の膨張波の流れ場は、(b)のように、1本の波で区分される一様領域に分割される。壁が凹の場合、かどから1本の圧縮波が発生するが、考え方は膨張波と同じである。膨張波、圧縮波の場合とも、波を横切る際の変化は等

第3図 膨張波の近似

第4図 ξ 波と η 波

第5図 流れ場

エントロピー的とみなしており、PRANDTL-MEYER 関数の変化 Δv は次式のように、流れ方向の変化 ε に結びつけられる。

$$\Delta v = \pm \varepsilon \quad (1)$$

ここで、 ε は時計まわりを正とし、負の符号は ξ 型膨張波と η 型圧縮波に、正の符号は ξ 型膨張波と η 型圧縮波に対してつける（第4図参照）。

第5図のように、波と波が干渉する流れ場で、強さ ε_ξ の ξ 波を m 回、強さ ε_η の η 波を n 回通過後の一様な小領域 (m, n) の状態は次式で計算される。

$$\beta = \beta_1 \pm \sum_{i=1}^m \varepsilon_{\xi i} \mp \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\eta i} \quad (2)$$

$$v = v_1 \pm \sum_{i=1}^m \varepsilon_{\xi i} \pm \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\eta i} \quad (3)$$

(2)、(3)式の符号のつけ方は、(1)式と同じで、膨張波には下、圧縮波には上の符号をつける。

第6図(a)のように、上壁から出た ξ 波が下壁で反

(a) Reflection

(b) Cancellation

第6図 波の反射と相殺

射して η 波となる場合、反射後の流れは最初の方角にもどる必要から、次式が成立する。

$$-\varepsilon_{\xi} = \varepsilon_{\eta} = \delta \quad (4)$$

反射波の相殺には、(b)のように、壁を反射波の後の流れ方向にあわせる。このときも ε_{ξ} と δ の間には(4)式が成立する。

3. 設計方針と計算法の詳細

これまでの研究経過¹⁻⁴⁾に基づいて、設計方針をたてた。

(1) 入口流れは軸に平行な一様流とする。

(2) 垂直衝撃波直前の流れは単純半径平衡の条件を満足する擬軸対称流とする。

(3) 垂直衝撃波直前の相対マッハ数 M'_2 は、通路を一次元の超音速ディフューザーとみなしたときの、始動条件を満足させるものとする。

(4) 入口から垂直衝撃波までの流れの転向量 ε_{12} を指定する⁴⁾。動翼に適度の厚みを確保するためである。

(5) 翼前縁付近の負圧面は入口流れに平行な直線とし、正圧面は、離脱衝撃波を生じない程度のくさび角をもつ形状とする。入口流れ場で、通路外に出る波を発生させないため、有限厚みの前縁とするためである。

(6) 通路内の正負圧両面で発生させる有限の弱い波の種類、強さ、数、位置は、試行錯誤的に与える。計算終了の時点でないと、通路や翼形状の良否が不明だからである。なお、前縁から発生する斜め衝撃波も、有限の弱い波とみなす(斜め衝撃波の総圧損失はくさび角 10° で、入口マッハ数 1.6 とすると、1.2% 程度なのでこの仮定でさしつかえない)。

第7図(a), (b), (c), (d)のように、正負圧両面において発生する波の状態は4組あり、正圧面、負圧

第7図 圧力面と負力面の圧縮波と膨張波

面とも、圧縮波と膨張波両方が発生するものとすれば、それらによる転向量と ε_{12} の間には、(2)式を使い、次式が成立する。

$$\varepsilon_{pc} - \varepsilon_{pe} - \varepsilon_{sc} + \varepsilon_{se} = \varepsilon_{12} = \beta_2 - \beta_1 \quad (5)$$

ただし、添字 p は正圧面、s は負圧面、c は圧縮波、e は膨張波の意である。

また、入口相対マッハ数 M'_1 から M'_2 まで減速するときの PRANDTL-MEYER 関数の変化との間には、(3)式を使い、次式が成立する。

$$\varepsilon_{pc} - \varepsilon_{pe} + \varepsilon_{sc} - \varepsilon_{se} = \Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 \quad (6)$$

ここで、正圧面と負圧面から発生する波による転向量をそれぞれ $\varepsilon_p, \varepsilon_s$ とすれば、 $\varepsilon_p = \varepsilon_{pc} - \varepsilon_{pe}$ 、 $\varepsilon_s = \varepsilon_{sc} - \varepsilon_{se}$ となり、(5), (6)式は、(7), (8)式となる。

$$\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_{12} + \Delta\nu}{2} \quad (7)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta\nu - \varepsilon_{12}}{2} \quad (8)$$

設計方針で述べたとおり、 $M'_1, M'_2, \varepsilon_{12}$ は与えられるから、通路の設計計算はおもに、(7), (8)両式によることになる。

4. 計算例と結果

計算に使用した入口と垂直衝撃波直前の流れの相対マッハ数と相対流れ角を、第8, 9図に示す。第8図中、 M'_{min} は、 M'_1 に対する始動条件を満足する限界最小のど部をもつ超音速ディフューザーの、始動後

第8図 相対マッハ数の半径方向分布

第9図 相対流れ角の半径方向分布

のどの部におけるマッハ数であり、各半径位置で $M'_2 > M'_{\min}$ であって、始動条件の満たされた流れである。

4.1 根元 ($r=90\text{ mm}$) $M'_1=1.33$, $M'_2=1.22$ で、 $\varepsilon_{12}=17^\circ$ ととった⁴⁾。また $\Delta\nu=2.9^\circ$ となる。 M'_1 に対し離脱衝撃波を発生せず⁶⁾、厚みも適度にあることから、前縁のくさび角を 7° とした。負圧面では 1.0° の強さをもつ7本の膨張波を、正圧面では 0.5° の強さをもつ6本の圧縮波を発生させてみた [(8)式と(7)式に相当]。

第10図は波のようすと通路形状の計算結果を示したもので、スペーシングは実機⁷⁾を参考にした。第11図に、正圧面、負圧面上におけるマッハ数分布を示す。

4.2 平均半径 ($r=105\text{ mm}$) $M'_1=1.47$, $M'_2=1.36$ で、 $\varepsilon_{12}=12^\circ$ ととった⁴⁾。また $\Delta\nu=3.2^\circ$ となる。離脱衝撃波を発生させないくさび角⁶⁾ ($M'_1=1.47$ で約 11°) には余裕があるが、翼が根元より厚くならないように、根元と同じ 7° のくさび角とした。負圧面では、 1.1° の強さの膨張波を4本、正圧面では、 0.2° の強さの圧縮波を3本発生させてみた。

第12図は波のようすと通路形状を、第13図は正負圧両面上のマッハ数分布を示したものである。

第10図 超音速部の形状 (根元)

第11図 面上の相対マッハ数分布 (根元)

4.3 先端 ($r=120\text{ mm}$) $M'_1=1.62$, $M'_2=1.51$ で、 $\varepsilon_{12}=7^\circ$ ととった⁴⁾。また $\Delta\nu=3.3^\circ$ となる。離脱衝撃波を発生させないくさび角⁶⁾ (約 15°) にはかなり余裕があるが、根元や平均半径より薄くなるように、また ε_{12} を越えないように、くさび角は 5° とし

第12図 超音速部の形状 (平均半径)

第13図 面上の相対マッハ数分布 (平均半径)

第14図 超音速部の形状 (先端)

第15図 面上の相対マッハ数分布 (先端)

た。根元や平均半径と同じように、負圧面では、 0.9° の膨張波を2本、正圧面では、 0.2° の圧縮波を1本発生させたが、転向量が少ないので、発生させる波の数は少なくなっている。

第14図は波のようすと通路形状を、第15図は正負圧両面上のマッハ数分布を示したものである。

5. む す び

動翼入口で単純半径平衡の条件を満たす一様流を、超音速ディフューザーの始動条件を満たし、さらに、必要な翼厚をもたせる二要件〔1〕転向、〔2〕減速、の量を指定した上で、単純半径平衡の条件を満たす垂直衝撃波直前の擬軸対称流に接続させる超音速通路が設計できることを、計算例をあげて示した。

本報の結果から考えると、入口と垂直衝撃波直前で単純半径平衡の条件を満足する流れをもつ、shock-in-rotor 型動翼の、超音速部の三次元性能は、二次元超音速翼列実験からかなり推定できるものと期待される。

6. 記 号

M' : 相対マッハ数

$M'_{\min}$: M'_1 に対する始動条件を満足する限界最小のど部をもつ超音速ディフューザーの始動後の、のど部のマッハ数

m : ξ 波を通過した数 {(2), (3)式と第5図参照}

n : η 波を通過した数 {(2), (3)式と第5図参照}

r : 半径方向

Su : 流面 (第2図参照)

z : 軸方向

β : 相対流れ角 (動翼の回転方向に正ととる)

δ : 転向角で表した壁の曲がり強さ

ε : 転向角で表した波の強さ

ε_{12} : 入口から垂直衝撃波までの流れの転向角

η : η 型波 (第4図参照)

ν : PRANDTL-MEYER 関数

$\Delta\nu$: ν の変化

ξ : ξ 型波 (第4図参照)

ω : 動翼の回転角速度

添 字

1: 動翼入口

2: 垂直衝撃波直前

c: 圧縮波

e: 膨張波

p: 正圧面

s: 負圧面

η : η 型波

ξ : ξ 型波

参 考 文 献

- 1) 橋本孝明, 大塚新太郎: 超音速軸流圧縮機の動翼内の流れに関する研究 (第1報) 超音速動翼の設計と垂直衝撃波前後の半径平衡, 日本航空宇宙学会誌, 25 (1977), pp. 370-377.
- 2) 橋本孝明: 超音速軸流圧縮機の動翼内の流れに関する研究 (第2報) Shock-in-Rotor 型動翼の設計, 日本航空宇宙学会誌, 25 (1977), pp. 377-384.
- 3) 橋本孝明, 大塚新太郎: 超音速軸流圧縮機の動翼内の流れに関する研究 (第3報) 一様流入, 前置静翼なしで, かつ子午流線を軸に平行にする試み, 日本航空宇宙学会誌, 30 (1982), pp. 551-555.
- 4) 橋本孝明, 大塚新太郎: 超音速軸流圧縮機の動翼内の流れに関する研究 (第4報) Shock-in-rotor 型動翼の設計上の2, 3の問題, 日本航空宇宙学会誌, 30 (1982), pp. 606-611.
- 5) リープマン, ロシュコ (玉田 珖訳): 気体力学, 吉岡書店, 1966.
- 6) Ames Research Staff: Equations, Tables, and Charts for Compressible Flow, NACA Report 1135 (1953), pp. 611-681.
- 7) Otsuka, S., Hashimoto, T., Yamaguchi, S., Yokoi, S., Kishimoto, H. and Futsukaichi, S.: An Experiment on a Supersonic Axial-Flow Compressor, Tokyo Joint International Gas Turbine Conference (Oct. 1971).