—技術ノート—

TECHNICAL NOTE

レーザ干渉法の自由噴流密度測定への応用^{*1} Application of Laser Interferometry to Density Measurements in Free Jets

小林 秀之^{*2}・中 川 正^{*2}

Hideyuki KOBAYASHI, Tadashi NAKAGAWA

西 田 迪 雄^{*2}

and Michio NISHIDA

Key words: Optical interferometry; density measurements; free jet expansion

Abstract

Laser interferometry using Wollaston prisms has been applied to density measurements in freely expanding flows issuing from a sonic orifice. The radially resolved densities have been determined by means of an Abel inversion under the assumption of an axisymmetric flow. Thus determined densities have been compared with the predicted ones from the formula for a Mach number in the free jets proposed by Ashkenas and Sherman. The comparison shows a fairly good agreement between the experimental and predicted results in the region surrounded by the barrel shock and Mach disk, except for the flowfield near the orifice.

1. 緒 言

貯気槽よりオリフィスを通して真空槽へ膨張する低密度自由噴流の構造は、従来電子線による気体の発光強度測定から密度をもとめることによって調べられてきた¹⁻³⁾。しかし、この方法では自由噴流密度が高くなると、電子線の散乱およびそのエネルギーの減衰が強くなり、定量的測定が困難になってくる。このような電子線発光法が使用できないような密度のやや高い自由噴流の密度計測には、ここで述べるウォラストンプリズムを用いたレーザ干渉法が最適であると考えられる。

従来用いられてきた光学干渉法では、テストビームと基準ビームとの間の光路差を干渉縞として可視化して観測していた。したがって両ビームが通る媒質の密度差による光路差がビームの波長と同じオーダーとなるような微小な密度差に対しては、従来の干渉法の使用

は困難になる。Smeets^{4,5)}によって発展させられたレーザ干渉法はレーザビームをウォラストンプリズムによりテストビームと基準ビームに分割し、測定対象媒質を通過させた後、再びウォラストンプリズムにより両ビームの再結合をおこない、干渉強度をフォトダイオードで測定する方法である。この計測法によれば、光路差に対する分解能はビーム波長の1/100程度までは可能である。この方法は衝撃波背後の境界層内における密度分布の時間変化の測定⁶⁾、極低温衝撃波管を用いた衝撃波背後の水素および重水素の回転緩和の測定⁷⁾、衝撃波管内流れの診断⁸⁾、に応用されてきた。これらはいずれも非定常流れの密度計測に用いられたものである。ここではレーザ干渉法を定常な軸対称自由噴流の密度測定に応用する方法およびその結果について述べ、さらに測定結果と計算結果との比較をおこなう。

2. レーザ干渉法の原理

本実験で用いた光学系の概略を第1図に示す。光源(He-Ne レーザ、波長 6,328 Å)から出た直線偏光のレーザビームを1/4波長板により円偏光に変換する。これにより初期の偏光面の方向性が消える。つぎに置かれたウォラストンプリズムに入射したビームは互いに垂直な偏光面をもつ2本のビームに分割される。このウォラストンプリズムより焦点距離だけ離して置いたレンズにより、2本のビームは平行になり、自由噴流を通過する。このとき、自由噴流の断面内では半径方向の密度勾配があるので、2本のビームは異なった密度場を通過し、その間に光路差が生じる。自由噴流から出たビームは第2のレンズおよびウォラストンプリズムにより再結合する。ここでビームは1本になる

^{*1} 昭和59年3月10日原稿受理

^{*2} 京都大学工学部航空工学教室

第1図 レーザ干渉計の光学系

第2図 第3ウォラストンプリズムの光学軸の傾き

第3図 干渉曲線

が、径路が共通になっただけであり、まだ互いに垂直方向に偏光したままであるため、この段階では、まだ干渉は生じない。つぎにバビネソレイユ補償器を、その光学軸がビームの一つの偏光面に一致するように置く。バビネソレイユ補償器は互いに垂直方向に偏光した2本のビームの光路差を調整する働きをする。

つぎに第3のウォラストンプリズムを、その軸が1本のビームの偏光方向に対して角度 θ だけ回転させて置く。このウォラストンプリズムへ入射する2本のビーム（径路は共通）の偏光方向を y および z とすると（第2図参照）、光ベクトルは

$$E_y = P_y \cos [(2\pi/\lambda)x],$$

$$E_z = P_z \cos [(2\pi/\lambda)(x + \Delta\phi)],$$

と書ける。ここで x はビームの伝播方向距離、 λ はレ

ーザビームの波長、 $\Delta\phi$ は2本のビーム間の光路差、 P_y および P_z はそれぞれ定数である。第3ウォラストンプリズムによって、ビームは分割、混合されて、2本の干渉したビームになる。ビームの分割方向をIおよびIIとする（第2図参照）。光ベクトルは E_y および E_z のI軸およびII軸方向への合成となり、 E_I 、 E_{II} はつぎのようになる。

$$E_I = E_y \cos \theta + E_z \sin \theta$$

$$= (A^2 + B^2)^{1/2} \cos [(2\pi/\lambda)x - \tan^{-1}(B/A)],$$

$$E_{II} = -E_y \sin \theta + E_z \cos \theta$$

$$= (C^2 + D^2)^{1/2} \cos [(2\pi/\lambda)x - \tan^{-1}(D/C)],$$

ただし

$$A = P_y \cos \theta + P_z \sin \theta \cdot \cos [(2\pi/\lambda)\Delta\phi],$$

$$B = -P_z \sin \theta \cdot \sin [(2\pi/\lambda)\Delta\phi],$$

$$C = -P_y \sin \theta + P_z \cos \theta \cdot \cos [(2\pi/\lambda)\Delta\phi],$$

$$D = -P_z \cos \theta \cdot \sin [(2\pi/\lambda)\Delta\phi].$$

第3ウォラストンプリズムを出た2本のビームの強度をそれぞれフォトダイオードで電圧に変換し、その差をとることを考える。この差の出力信号 U はそれゆえ

$$U = k_1(A^2 + B^2) - k_2(C^2 + D^2)$$

$$= U_0 \cos^2[(\pi/\lambda)\Delta\phi] + U_1, \quad (1)$$

ここで

$$U_0 = 2(k_1 + k_2)P_y P_z \sin 2\theta,$$

$$U_1 = k_1(P_y \cos \theta - P_z \sin \theta)^2$$

$$- k_2(P_y \sin \theta + P_z \cos \theta)^2,$$

ただし、 k_1 、 k_2 はフォトダイオードの特性およびその回路により決まる定数である。

フォトダイオードの出力信号より気体密度をもとめるには、つぎの計算をおこなう。 L をビームが自由噴流を通過する距離、 n を気体の屈折率、添字1および2を、それぞれビーム1およびビーム2に対する値とすれば、2本のビームが自由噴流を通過したときに生じた両ビーム間の光路差は

$$\Delta\phi = \int_0^{L_1} n_2 dx - \int_0^{L_2} n_1 dx \quad (2)$$

で表わされる。Gladstone-Dale 公式 $n = 1 + K\rho/\rho_c$

(ρ_1 : 標準状態の気体密度, K : 標準状態に対する無次元 Gladstone-Dale 定数) を(2)に用い, その結果を(1)に代入すると

$$U = U_0 \cos^2 \left[\frac{\pi K \int_0^L (\rho_2 - \rho_1) dx}{\lambda \rho_1} \right] + U_1$$

を得る. ここで噴流外側の領域を含めることによって $L_1 = L_2 = L$ とおいた. 後で述べるように, 基準密度を噴流外側にとるので, この操作は結果に影響をおよぼさない. 半径方向の密度分布をもとめるため, 噴流を通過する2本のビーム間の距離を一定に保ちながらビームが噴流を鉛直方向に横切るようにする. このとき, 2本のビーム間で密度差が変化するので, 出力信号 U も変化する. 密度差の変化 $\Delta(\rho_2 - \rho_1)$ から生じる光路差 $\Delta\phi$ の変化に対応する U の変化 ΔU は, 第3図に示すようになる. $\Delta\phi$ の変化が小さいとき, 第3図の干渉曲線の中央部付近で直線で近似できる. それゆえ, $\Delta(\rho_2 - \rho_1)$ に対する ΔU をつぎのように表わすことができる.

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\pi K}{\lambda \rho_1} \Delta(\rho_2 - \rho_1) \quad (3)$$

第3図に示す干渉曲線はパビネソレイユ補償器によっても得ることができ, これより U_0 が決定できる. したがって ΔU を測定することにより $\int_0^L \Delta(\rho_2 - \rho_1) dx$ が簡単にもとめられる. また, この補償器によって U の初期設定を干渉曲線の中央部にすることが可能である.

3. 実験装置および実験方法

実験装置の概略を第4図に示す. 試験気体 (アルゴン) は貯気槽よりオリフィス (直径 $D=3$ mm) を通って真空槽 (2,700 l) へ軸対称自由噴流として膨張する. 実験は貯気槽圧力 $p_0=13.2$ kPa, 真空槽圧力 $p_v=0.705$ kPa の条件の下でおこなわれた.

光学系が固定されているので, 噴流の半径方向のデータを得るため, 貯気槽を鉛直方向に移動させて, 2本のビームが噴流を横切るようにした. また貯気槽を

第4図 自由噴流の実験装置

z 方向にも移動させることができ, オリフィスより 2 mm の位置から下流へ 1 mm 間隔の位置で, 鉛直方向のデータを取得した. また第1図の光学系のうち 1/4 波長板より第2ウォラストンプリズムまでの区間を真空槽内に設置して, ビームが2本に分離している区間を大気から隔離することにより, 大気のゆらぎが測定に影響をおよぼさないようにした. 干渉強度は PIN-シリコン・フォトダイオード (浜松テレビ S-1190-01 型) で電圧に変換され, この出力信号は直流増幅器を通過後, AD 変換され, 磁気テープに収録される. このデータは後に大型計算機で演算処理される.

本実験で使用したウォラストンプリズムは方解石製で, そのビーム分離角は 3.9° である. 焦点距離 20 cm のレンズを用いたので, 平行ビーム間の距離は 13.6 mm となった. 1本のビームが鉛直方向に噴流を横切るとき, 他のビームは噴流の外側にあることが実験より確認された. すなわち, 本実験の噴流に対して, レーザ干渉計はマッハツェンダ干渉計として作動したことになる. また第3ウォラストンプリズムの軸を, 入射ビームの一つの偏光面に対して $\theta=45^\circ$ だけ傾けた. このとき U_0 が最大になる.

4. 測定データの解析

ΔU は, 2本のビームが噴流外側の一様な密度場 (ρ_1) にあるときを基準にして測定される. したがって (3) に現われる $\Delta(\rho_2 - \rho_1)$ は, この場合は $\Delta\rho = (\rho - \rho_1) - (\rho_1 - \rho_1) = \rho - \rho_1$ で置き換えられる. 測定された ΔU よりもとめられた $\Delta\rho$ のビーム径路に沿う積分量 $\int \Delta\rho dx$ の y 方向 (鉛直方向) 分布を第5図に示す. これより $\Delta\rho$ をもとめる方法はアーベル変換といわれ, 種々の方法が提案されているが⁹⁾, ここでは, つぎに述べる方法を用いた. $\Delta\rho$ を考えるときには, 1本のビームは常に噴流外側にあるので, 第6図

第5図 $\int \Delta\rho dx$ の y 方向分布 ($z/D=1.67$)

は、またマッハディスク位置 z_M は

$$z_M/D = 0.67(p_0/p_\infty)^{1/2}$$

であたえている。図中のマッハディスク位置は上式にしたがってもとめられている。さらに、マッハディスク下流の密度はランキン・ウゴニオ関係式から得られる。

第8図でマッハディスクまでの実線は(7)によるマッハ数を用いた結果である。Ashkenas と Sherman は、また(7)の右辺第3項を省略した関係式は、 $z/D \geq 2.5$ の流れに適用できると述べている。図中で $z/D \leq 2.5$ において示した破線は、この第3項省略の(7)のマッハ数を $z/D=1$ まで延長した場合の計算密度である。両計算曲線は $z/D < 1$ で、極大をもった後、上流へ向かって減少するので、図に示した位置で計算は打ち切られている。したがって、 $z/D=1$ の上流側にある2カ所の測定結果と計算結果の比較はできない。さて、この図によれば、マッハディスクまでの流れでは、実験結果は、(7)で第3項を省略したマッハ数分布に基づく結果とかなりよい一致を示している。これは、 $z/D \leq 2.5$ では、第3項を含む(7)で予測できるとする Ashkenas と Sherman の結果と対照的である。つぎに、マッハディスク直後では、実験結果は計算結果よりやや高いが、かなりよい一致をしていると考えてよい。しかしそれより下流では測定密度はゆるやかな振動を示している。これは、この領域で再加速によって密度が減少し、その後弱い圧縮によって密度増加が生じるためである。一方、計算によれば、マッハディスク下流の全領域の密度分布を予測することは不可能なので、破線で示してある。さらに、マッハディスク位置について、測定精度の範囲内で、両結果は一致していると考えられる。

Ashkenas と Sherman はマッハディスクとパレルショックに囲まれた領域の半径方向密度分布を

$$\rho(r, z)/\rho(0, z) = \cos^2\theta \cdot \cos^2(\pi\theta/2\phi)$$

であたえている。ここで ϕ は気体の比熱の比に依存する定数であり、単原子気体に対して $\phi=1.365$ としてあたえられている。また θ は、噴流中心軸上に置かれた流れの仮想湧き出し点 z_0 を中心とする流れの拡がり角である。上式によって得られた半径方向密度分布を、実験結果と比較した結果を第9図に示す。実験結果によれば、 $z/D < 1$ では、パレルショックがまだ現われていないが、 $z/D=1$ で、小さいパレルショックが現われ、しだいに、下流へ向かって、明瞭になっていく様子が観察できる。さて $z/D \leq 1$ では、上式によってもとめられた密度分布は、実験結果に比べると拡がり角が小さい。これは湧き出し流モデルに起因する。 $z/D \geq 1.33$ では、 $z/D=2.00$ を除くと、両結果

第9図 半径方向密度分布

により一致が見られる。したがって、Ashkenas と Sherman による半径方向の密度分布予測は、われわれの実験条件に対しては、 $z/D \geq 1.33$ の領域で使用可能であるといえる。ただし、 $z/D=2.00$ における両結果の不一致は、実験側に原因があると考えられる。

6. 結 論

レーザ干渉法による自由噴流密度の計測の結果よりつぎの結論が導かれる。

1) 自由噴流中心軸上の測定密度分布は、Ashkenas と Sherman が提案したマッハ数分布式のうち、第3項を省略した式に基づく結果とよい一致を示す。

2) Ashkenas と Sherman の提案した湧き出し流モデルに基づく半径方向密度分布式は、 $z/D \geq 1.33$ の流れの領域で使用可能である。

3) (3)式において、通常 $\Delta U/U_0=0.1$ の測定が可能であるから、 $\Delta\rho$ を2本のビーム間の平均密度差、 L をビームが測定媒質を通過する距離とすると、アルゴンに対するレーザ干渉法の適用範囲として、 $\Delta\rho \cdot L \geq 1.3 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ となる。これより $L=1 \text{ cm}$ (本実験の条件) とすると、 $\Delta\rho \geq 1.3 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ によってあたえられる密度差の測定が可能であるといえる。

4) レーザ干渉法の光学系の設定および調整は非常に簡単であり、本実験条件のような、やや密度の高い低密度流れの密度計測に適していると考えられる。

参考文献

- 1) Muntz, E. P.: The Direct Measurement of Velocity Distribution Functions, *Rarefied Gas Dynamics*, Vol. II, ed. by deLeeuw, J. H., Academic Press, New York, 1966, pp. 128-150.
- 2) Oguchi, H., Sato, S. and Inoue, O.: Experimental Study of Free Jet Expansion from Double Concentric Orifice to Vacuum, *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.*, **14** (1971), pp. 72-79.
- 3) Beylich, A.: Struktur von Überschall-Freistrahlen aus Schlitzlenden, *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.*, **3** (1979), pp. 48-58.
- 4) Smeets, G.: Laser Interferometer for High Sensitivity Measurements on Transient Phase Objects, *IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst.*, **AES-8** (1972), pp. 186-190.
- 5) Smeets, G.: Flow Diagnostics by Laser Interferometry, *IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst.*, **AES-13** (1977), pp. 82-90.
- 6) Smeets, G. and George, A.: Investigation of Shock Boundary Layer with a Laser Interferometer, *Proceedings of the 9th International Shock Tube Symposium*, ed. by Bershader, D. and Griffith, W., Stanford Univ. Press, Stanford, 1973, pp. 429-438.
- 7) Lensch, G. and Grönig, H.: Experimental Determination of Rotational Relaxation in Molecular Hydrogen and Deutrium, *Shock Tube and Shock Wave Research*, ed. by Hertzberg, A., University of Washington Press, Seatl, 1978, pp. 132-139.
- 8) Toyota, T. and Nishida, M.: Diagnostics of Shock Tube Flows by Laser Interferometry, *Mem. Facult. Engr. Kyoto Univ.*, **44** (1982), pp. 410-429.
- 9) 矢尾板昭: Abel 変換の数値計算法, 電子技術総合研究所調査報告, 第172号 (1971).
- 10) Ashkenas, H. and Sherman, F. S.: *Experimental Methods in Rarefied Gas Dynamics*, *Rarefied Gas Dynamics*, Vol. II, ed. by deLeeuw, J. H., Academic Press, New York, 1966, pp. 84-105.