—技術ノート— TECHNICAL NOTE

自由噴流の流れ場の数値計算および可視化^{*1} Numerical Simulation and Visualization of Freejet Flow-Fields

斎藤 務^{*2}・中辻 弘幸^{*3}
Tsutomu SAITO, Hiroyuki NAKATSUJI
手島 光司^{*3}
and Koji TESHIMA

Key Words : Compressible Flows, Computational Fluid Dynamics, Freejets, Flow Visualization

Abstract

Freejet flow-fields are computed using the piecewise-linear method. The results show better descriptions of the freejet configurations in that the shock discontinuities such as the barrel shock and the Mach disk appear much sharper than those figures obtained by using the two-step Lax-Wendroff scheme. The calculated shapes of the barrel shock and the Mach disk agree very well with those obtained experimentally using the laser induced fluorescence method.

1. ま え が き

超音速膨張流の基本的な流れの一つとして、またロケットの排気流に関連して、自由噴流についてはこれまで多くの研究がなされてきている。最近では、宇宙空間飛翔体から噴出する物質による環境評価に関連して、高い圧力比の超音速噴流の流れ場を知る必要が生じてきている。そのような流れに対しては分子運動論的取扱が必要であるが、その第零次近似として、連続流を考えることも十分有用であると考えられる。ここではオイラーの方程式を用いた自由噴流の数値計算を行い、レーザー誘起蛍光 (Laser Induced Fluorescence ; LIF) を利用した可視化による結果と比較する。

圧縮性流れに対する代表的な数値計算法である2段階 Lax-Wendroff 法では、パレルショックやマッハディスク等の不連続面が人工粘性のために極度に平滑化され、高い圧力比の自由噴流ではそれがオリフィス出口付近でとくに顕著にみられる¹⁾。ここでは Woodward と Colella²⁾によって開発されたピースワ

イズリニア法 (Piecewise Linear Method ; PLM) を用いる。この方法は Piecewise Parabolic Method (PPM)³⁾とともに、Godunov の方法を高次の精度に発展させたもので、差分法の一つであるが、衝撃波や接触面のような不連続面の平滑化がきわめて少なく、またそれらの囲りでの解の振動も実用上皆無に等しいという好ましい特徴をもつ。不連続面の扱いについては、ランダムチョイス法⁴⁾が優れた特質をもっているが、現時点では多次元問題への拡張は困難とされているのに対し、PLM は多次元問題への応用も容易である。

自由噴流の可視化には、従来高い密度では光学的干渉法、低密度では電子線励起法が用いられてきているが、ヨウ素分子をトレーサーとしたレーザー誘起蛍光法⁵⁾は密度の広い範囲にわたって適用可能である。この方法による自由噴流の可視化像を上記数値計算結果との比較に用いる。

2. 計 算 法

粘性・熱伝導のない軸対称流に対する基礎方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + Z = 0 \quad (1)$$

ここに U, F, G, Z はそれぞれ次のような成分をもつベクトルである。

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix}$$
$$G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix}, \quad Z = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ v(e+p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

^{*1} 昭和59年11月1日、第16回流体力学講演会にて発表。昭和60年6月12日原稿受理

^{*2} 日本真空株式会社技術開発部

^{*3} 京都大学工学部航空工学教室

ただし, t は時間, x, r は軸および半径方向の距離, p, ρ, u, v はそれぞれ気体の圧力, 密度, x および r 方向の速度である. e は気体の単位体積当りの全エネルギーで, 完全気体を仮定すると, 比熱比 γ を用いて次式で表される.

$$e = p/(\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2)/2 \quad (3)$$

方程式(1)の差分計算には時間分割法⁶⁾を適用する. すなわち, (1)式を x および r 方向の次の2式に分け, それぞれを交互に解きながら解を求めてゆく.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial r} + Z = 0 \quad (4)$$

(4)式はおのおのの四つの方程式よりなるが, それらのうちの一つは, 考えている座標に直角な方向の運動量式であり, 他の三つの式と独立に解くことができる. したがって, (4)式の計算には, おのおのの方向に完全に一次元の計算法を適用することができる. ここではこの計算に PLM を用いる.

PLM の詳細についてはすでにいくつかの論文⁷⁻⁹⁾が発表されているので, ここではその計算手順を次の一次元流れに対する方程式の解法を例にして簡単にのべる.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial H(W)}{\partial x} = 0$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(e + p) \end{pmatrix} \quad (5)$$

時刻 t^n において, すべての格子点 (x_j) で計算に必要な情報 W_j^n は, 初期条件あるいはそれ以前の計算の結果として既知であるとし, 以下の手順で次の時間ステップ t^{n+1} での解 W_j^{n+1} を求める (第1図参照).

1) 格子点を中心とする各計算セル内で, p, ρ, u の分布を線形に近似し, 分布関数を求める.

2) 計算セルの境界 B の時間 $\Delta t/2$ 進んだ点 P で, その右側と左側の状態 $S_r(p_r, \rho_r, u_r)$ および $S_l(p_l, \rho_l, u_l)$ を, 対応する側の解の依存領域から, 先に計算した分布関数と, (5)式を非保存形に変換した方程式を使って求める.

3) S_r, S_l を初期条件とする Riemann 問題を解き, 境界での W の値, $W_{j+1/2}^*$ を求める.

4) $W_{j+1/2}^*$ から H を求め $H_{j+1/2}^{n+1/2}$ とする.

5) 差分式

$$W_j^{n+1} = W_j^n + (H_{j+1/2}^{n+1/2} - H_{j-1/2}^{n+1/2}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (6)$$

より時刻 $t^n + \Delta t$ における解 W_j^{n+1} を求める.

計算領域としては, 第2図に示すように, 中心軸方向に NX , 半径方向に NY 個の等間隔の格子点をと

第1図 計算手順概要図

P : $W_{j+1/2}^*$ を求める点, B : 計算セル境界, $\times \times \times \times$: 点 P の依存領域

第2図 計算領域

る. 本計算では $NX=120$, $NY=60$ とした. オリフィス半径には5個の格子点間隔を与えた. オリフィスでは局所マッハ数1の x 軸に平行な流れを境界条件として与える. また左側の壁では反射条件を, 円周境界上では無限遠, および $I=NX$ の境界では流出条件を与える. $J=1$ の格子点は中心軸から $\Delta r/2$ だけずれており, 方程式(1)の特異線をさけることができる. ここでは中心軸に関する対称性から反射条件が与えられる.

初期条件としては, 第2図に示すようなオリフィス出口を含む三角形の領域に音速条件を与え, 他の領域には無限遠の条件を与える. 時間間隔 Δt の値は, x および r 方向の計算の組を1ステップとして, 各ステップごとに CFL 条件を満足するように決められる.

3. 計算結果

比熱比の異なる2種の気体に対して, 岐点圧力 p_0 と無限遠の圧力 p_∞ の比が50の場合について計算を行った. このとき, 岐点温度 T_0 と無限遠の温度 T_∞ は等しいとした.

第3図にいくつかの計算ステップにおける中心軸上の温度分布を, 第4図に半径方向の密度分布を示す. マッハディスクやパレルショックの形状は時間ステップ1,000 までにほぼ決まってしまうが, マッハディスクからの流れの収束は悪く, 1,000~1,800 ステッ

第3図 異なる時間ステップにおける中心軸上の温度分布
 $\gamma=1.4$

の間でもかなり変動している。これは PLM では、人工粘性は陽に含まず、数値的な散逸項が小さいことによると考えられる。本計算では、マッハディスクやパレルショックの位置や形状、およびその内部の流れ場を知ることを目的としているので、この時間ステップ内で流れは定常になっているものとみなす。以下に示す結果はとくに明示する場合を除き、1,800 ステップにおけるものである。

計算には京都大学大型計算機センターの M 382 および VP-100 システムを用いた。1 タイムステップ当りに要する計算時間は前者で約 1.5 秒、後者では約 1.2 秒であった。

第5図に中心軸上の圧力・密度・温度および Mach

数分布を示す。マッハディスクにおける物理量の変化がほとんどオーバーシュートなく、1 または 2 個の格子点で鋭く表されていることがわかる。第6図に、対数尺度で 30 等分した圧力の等高線を示す。上半分は PLM による結果であり、下半分は 2 段階 Lax-Wendroff 法によるものである。明らかに PLM では、マッハディスクやパレルショックがより鋭く表されており、その違いはとくにオリフィス出口付近において顕著である。

4. LIF 法による可視化および計算結果との比較

LIF による自由噴流の可視化法についてはすでに詳しく述べられている⁵⁾のでここでは簡単に述べる。窒素 ($\gamma=1.4$) またはアルゴン ($\gamma=5/3$) をヨウ素の入ったセルを通した後、ソニックオリフィスより真空容器内に噴出させる。流れの軸に直角な方向から、縦単一モードをもつアルゴンイオンレーザーの 514.5 nm を照射し、流れの中のヨウ素分子を励起する。励起されたヨウ素分子からの蛍光を流れの軸およびレーザー入射方向の双方に直角な方向から、レーザーを流れの軸に沿って掃引しつつ、カメラで撮影する。用いたオリフィスの直径は 3.20 mm⁶、岐点温度 25°C、岐点圧力は 6.65~26.6 kPa (50~200 Torr) であった。この岐点圧力の範囲では、同一の圧力比 (50) に対して得られた自由噴流の構造には差違は見られなかった。

第7図に、このようにして得られた自由噴流の写真を示す。LIF の強さはヨウ素分子の数とその熱力学的状態に関係している。したがって、温度や密度の急激

第4図 異なる時間ステップにおける半径方向の密度分布
 $\gamma=1.4$

第5図 中心軸上の圧力・密度・温度およびマッハ数分布 $\gamma=1.4$ 第6図 圧力の等高線図
(2段階 Lax-Wendroff 法による結果との比較)
 $\gamma=1.4$, 時間ステップ 1200

に変化するパレルショックやマッハディスクでは、LIF の強さも変化する、それらの形状が明瞭にみえている。

LIF の強さはヨウ素分子の吸収線の下振動および回転単位にある分子数に比例するとし、回転温度は併進温度に等しいとすると、数値計算によって得られた密度と温度の値を用いて、LIF の相対強度を計算することができる。第7図の白線はそうように計算した、軸上の異なる位置での LIF 強度の半径方向分布を表したものである。数値計算に基づくパレルショックや

第7図 レーザー誘起蛍光法による可視化写真と数値計算結果を使った LIF 強度分布の比較
上: 窒素 ($\gamma=1.4$), 下: アルゴン ($\gamma=5/3$)

マッハディスクの形状が実験によって得られたものと非常によく一致していることがわかる。

5. 結 論

ピースワイズリニア法による自由噴流の数値解析の結果と、それに対応した条件の自由噴流のレーザー誘起蛍光法による可視化の結果から、次のように結論できる。

1) 数値解の収束は超音速流領域ではきわめて早い
が、亜音速流領域では、数値的な散逸項が小さいため
にかなり遅い。

2) 数値解はパレルショックやマッハディスクを非
常に鋭くとらえており、しかも振動がほとんどない。

3) 数値的に得られるパレルショックおよびマッハ
ディスクの形状と、LIF の写真にみられるそれらの形
状は非常によく一致している。

おわりに本計算は京都大学大型計算機センター開発
計画によってなされたものであることを付記する。

参 考 文 献

1) 保原 充, 谷口泰明: 高圧力比のフリージェットの計算,

流れ, 2 (1983), pp.381-390.

- 2) Woodward, P. R. and Colella, P.: High Resolution Difference Schemes for Compressible Gas Dynamics, Lecture Notes in Physics, 141 (1981), pp. 434-441.
- 3) Colella, P. and Woodward, P. R.: The Piecewise Parabolic Method (PPM) for Gas-Dynamical Simulations, J. Comp. Phys., 54 (1984), pp. 174-201.
- 4) Sod, G. A.: A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws, J. Comp. Phys., 27 (1978), pp. 1-31.
- 5) 手島光司, 守谷富男, 森 敏一: レーザー誘起蛍光法による自由噴流の可視化, 日本航空宇宙学会誌, 32 (1984), pp.61-64.
- 6) Strang, G.: On the Construction and Comparison of Difference Schemes, SIAM J. Numer. Anal., 5 (1968), pp. 506-517.
- 7) Woodward, P. R. and Colella, P.: The Numerical Simulation of Two-Dimensional Fluid Flow with Strong Shocks, J. Comp. Phys., 54 (1984), pp. 115-173.
- 8) Colella, P. and Glaz, H.: Efficient Solution Algorithms for the Riemann Problem for Real Gases, Lawrence Berkeley Laboratory Report LBL-15776 (1983).
- 9) van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method, J. Comp. Phys., 32 (1979), pp. 101-136.