パネル法と離散渦法を用いた剥離流の数値シミュレーション^{*1}林 正 徳^{*2}・麻 生 茂^{*2}

Key Words: Numerical Simulation, Discrete Vortex Method, Separated Flow, Panel Method

1. 序 論

高レイノルズ数における剥離を伴う流れの近似計算法のひとつとして、剥離せん断層を離散した渦点の配列によって近似するいわゆる離散渦法がある。この方法は差分法や有限要素法などと比べ計算手順が比較的簡単であるという利点を有し、Rosenhead¹⁾、桑原²⁾、Clements³⁾、Sarpkaya⁴⁾、木谷⁵⁾、Leonard⁶⁾、亀本⁷⁾、永野⁸⁾らによって高レイノルズ数における種々の物体まわりの流れ場の解析に用いられてきており、かなりな成功を収めてきている。従来これらの計算においては、一般に物体まわりの流れを円柱まわりの流れに写像して解かれているため、おのおのの物体に応じてその物体を円柱に写像する関数を見いださねばならず、複雑な形状をした物体まわりの流れの解析に際しては、かなり面倒で実用性に乏しいという難点があっ

た。最近、坂田ら⁹⁾は物体表面に特異点を分布させて物体まわりのポテンシャル流れを表し、物体のそれぞれの剥離点から渦点をつずつ放出させることにより物体から放出される剥離せん断層を近似する方法を提案した。この方法は任意形状の物体まわりの剥離した流れを取り扱う際には有力な方法と考えられ、これまでいくつかの計算が試みられてきた¹⁰⁻¹³⁾。

しかしながら、この方法を用いて実際の物理現象のシミュレーションを行うためには、1) 放出する渦の導入位置と放出する渦の強さの制御、2) 剥離渦を放出する角部の選定と放出位置の決定、3) 物体に近づいた渦の取扱い、等の点についてさらに検討を加える必要があると考えられる。ここではパネル法と離散渦法を用いた数値シミュレーションの手法について説明するとともに、上記の問題について著者らが検討した結果について述べる。

2. 解析方法

第1図にパネル法と離散渦法の概念図を示す。迎角 α の一樣流中におかれた物体表面に N 個の特異点(ここでは渦点) γ_j (位置 z_j)を分布させて物体を近似し、剥離点A, Bから出る剥離せん断層をそれぞれ M 個の剥離渦 Γ_{A_k} (位置 z_{A_k})、 Γ_{B_k} (位置 z_{B_k})の列で表す。このとき流れ場の複素速度ポテンシャル f は次式で与えられる。

$$f = Ue^{-i\alpha}z + i \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \log(z - z_j) + i \sum_{k=1}^M \left\{ \frac{\Gamma_{A_k}}{2\pi} \log(z - z_{A_k}) + \frac{\Gamma_{B_k}}{2\pi} \log(z - z_{B_k}) \right\} \quad (1)$$

ここで、 U は一樣流速、 α は迎角である。剥離せん断層を表す離散渦は、物体の角部A, Bにある渦点か、またはその剥離点近傍の速度から算出した循環をもつ渦がそのまま後流中へ放出されるものとする。したがって未知数である物体表面上に分布した特異点の強さ(γ_j)は、物体表面の特異点の中心(制御点)に

著者紹介

林 正徳 (正会員)

大正14年生。福岡県出身。昭和22年九州帝国大学工学部応用力学科卒業。昭和24年同大学院特別研究生前期終了。同年九州大学勤務。

助手、講師、助教授をへて昭和46年教授、現在に至る。航空流体力学の研究に従事。工学博士。日本機械学会、日本流体力学会、流れの可視化学会各会員。

麻生 茂 (正会員)

昭和29年生。佐賀県出身。昭和51年九州大学工学部航空工学科卒業。昭和56年同大学院博士課程修了。同年九州大学工学部航空工学教室に勤務。昭和60年助教授、現在

に至る。航空流体力学の研究に従事。工学博士。日本流体力学会、流れの可視化学会各会員。

^{*1} 昭和60年4月3日、日本航空宇宙学会第16期年会講演会にて講演。昭和60年9月24日原稿受理 Numerical Simulation of Separated Flows by a Discrete Vortex Method Combined with Panel Method

^{*2} 九州大学工学部航空工学教室 Masanori HAYASHI and Shigeru ASO

において、物体に垂直な速度成分 $v_{nj}=0$ という条件

$$v_{nj} = \sum_{i=1}^N A_{ji} \gamma_i + \sum_{k=1}^M (B_{jk} \Gamma_{A_k} + C_{jk} \Gamma_{B_k}) - U \sin(\alpha - \delta_j) = 0 \quad (2)$$

$(j=1, 2, \dots, N)$

と流れ場全体で渦度の総和が 0 という Kelvin の定理

$$\sum_{j=1}^N \gamma_j + \sum_{k=1}^M (\Gamma_{A_k} + \Gamma_{B_k}) = 0 \quad (3)$$

から求める。ただし、このとき未知数の数 $N(\gamma_j, j=1, 2, \dots, N)$ に対して、条件式は $v_{nj}=0 (j=1, 2, \dots, N)$ と Kelvin の定理の $N+1$ 個となるため通常は、物体表面の制御点の一つで $v_{nj}=0$ を課さない方法がとられている。

放出された渦の移動は、一般に次式で示されるオイラー法を用いて求める。

$$\left. \begin{aligned} z_{w_k}(t+\Delta t) &= z_{w_k}(t) + \bar{u} \cdot \Delta t \\ u &= \frac{d}{dz} \left\{ f - i \frac{\Gamma_{w_k}}{2\pi} \log(z - z_{w_k}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで z_{w_k} は第 k 番目の放出渦の位置、 u は対象としている渦点を除くすべての渦点から誘起される速度であり、 Δt は渦を移動させる時間間隔である。渦放出の時間間隔は、 $\Delta T = k \cdot \Delta t$ (k は整数) として与えることにより渦の移動位置の計算精度を上げる。物体に働く流体力(X, Y)は、非定常流に拡張された Blasius の公式¹⁴⁾

$$\begin{aligned} X - iY &= \frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz \\ &+ i\rho \frac{\partial}{\partial t} \oint_C \bar{f} d\bar{z} \end{aligned} \quad (5)$$

を用いて求める。ここで f は複素速度ポテンシャルであり、 C は物体をとり囲む任意の閉曲線であって物体表面と C とで囲まれる領域内には f の特異点を含まないものとする。また物体の C_L と C_D は物体の

(a) 流れ場の概念図

(b) δ_j の定義

第 1 図 パネル法と離散渦法の概念図

代表長さを h として求める。

3. 計算結果と考察

3.1 角柱回りの流れの解析 パネル法と離散渦法を用いた方法では、通常角部にある渦点があるまま流れの中へ放出されたとして取り扱う。その渦放出の時間間隔を ΔT として、剝離点近傍での境界層の渦度がほぼ $(1/2)U_s$ の速度で特異点間隔 Δx 間を移動する時間を用いることにすれば、角部付近の特異点の配置を密にすることにより、剝離せん断層を循環の弱い渦点が密に配置した渦列で表現することが可能となる。第 2 図は縦横比 d/h (流れに垂直な辺の長さ h , 流れに平行な辺の長さ d) が 1.0 および 0.667 の角柱について、物体表面上の特異点を等間隔に配置した従来のモデル I と角部付近のみを密に配置したモデル II を示したものである。計算条件は $U=1.0, \alpha=1^\circ, h=2.0$ であり、 ΔT と Δt は第 1 表に示す値を用いた。

(a) $d/h=1.0$

(b) $d/h=0.667$

第 2 図 角柱上の特異点分布モデル

第 1 表 角柱の計算条件

	$d/h=0.667$	$d/h=1.0$
モデル I	$\Delta T=0.33333$	$\Delta T=0.4$
	$\Delta t=0.16667$	$\Delta t=0.2$
モデル II	$\Delta T=0.16667$	$\Delta T=0.2$
	$\Delta t=0.16667$	$\Delta t=0.2$

第3図におおののモデルの角柱のすべての角部から放出された渦点の循環の時間的変化を示す。なお各角部から放出される渦は第4図に従って識別することとする。第3図よりモデルIIの前方角部から放出される渦の循環は、モデルIの約70%程度に低下していることがわかる。また、角柱においてどの角部から渦を放出させるかという問題については、著者らの実験では角柱においては後方角部からの流れの剝離も無視できないことが確認されているため今回の計算でもすべての角部から渦を放出させてみた。その結果、第3図で明かなように物体からの渦放出が周期的になった時点では後方角部から放出される渦の強さも無視でき

ないほど大きくなることが明らかとなった。第5図は、得られたフローパターンの一例を著者が先に行った実験結果^{15,16)}と比較したものである。また得られた C_D 値を第6図に示す。これより特異点の配置を密にしたモデルIIのほうが実験結果とよい一致を示してい

(a) $d/h=1.0$ (b) $d/h=0.667$

第3図 角柱のすべての角部から放出される渦点の循環の時間的変化

第4図 各角部から放出される渦の記号

(a) モデルII ($d/h=0.667$) (b) モデルI ($d/h=0.667$) (c) 煙写真¹⁵⁾ ($d/h=0.66$) (d) シュリーレン写真¹⁶⁾ ($d/h=0.66$)

第5図 角柱のフローパターンの一例

ることがわかる。なお、これらの計算においては、角部から放出された渦点が相互干渉により物体表面に入り込む場合があらわれる。著者らは、物体表面に入り込んだ渦は物体表面の境界層により消散されるものと解釈し、物体に入射した渦は壁に吸収させた。

次に、物体上の特異点を求めるときの条件式について検討を行った。特異点法と離散渦法を用いた従来の解析では、物体表面上の特異点を求めるにあたっては、未知数と条件式の数を一致させるため、一般に一つの制御点で境界条件を適用しない方法が用いられている。この方法では、対象とする物体に応じてどの制御点を無視するかを考慮せねばならず、また物体を特異点で近似したことの影響がその点のみに集中し、物体形状によっては、その影響が無視できない場合があることが考えられる。最近、著者の一人と桜井¹⁷⁾はすべての制御点における法線方向速度を新たに未知数に加えてこの問題を回避している。そこで、すべての制御点において法線方向速度 ε を新たに未知数に加え、 $N+1$ 個の未知数を

$$v_{n,j} = \sum_{i=1}^N A_{ji} \gamma_i + \sum_{k=1}^M (B_{jk} \Gamma_{Ak} + C_{jk} \Gamma_{Bk}) - U \sin(\alpha - \delta_j) = \varepsilon \quad (6)$$

$$(j=1, 2, \dots, N)$$

$$\sum_{j=1}^N \gamma_j + \sum_{k=1}^M (\Gamma_{Ak} + \Gamma_{Bk}) = 0 \quad (7)$$

なる $N+1$ 元の連立方程式より求めることを試みた。計算によって得られた C_D 値を第 6 図に示す。また放出された渦点の強さやフローパターンは前述の結果や実験結果とよい一致を示しており、この方法によって γ_j を求めてもほぼ同じ結果を得ることが明らかとな

第 6 図 角柱の C_D の計算結果と実験結果との比較
type I : 一つの制御点で境界条件を省いたもの、
type II : ε を未知数に加えたもの、type III : 放出渦の循環を $(1/2)U_s^2$ で求めたもの

った。

これまでの解析では、剝離点より放出する渦点は、剝離点での渦点がそのまま流れの中へ放出されるという手法を用いた。著者らはこの点についてより実際に流れを近似するという目的で剝離点より放出される渦点の循環について改良を試みた。具体的には、物体を特異点の分布で近似するとともに剝離点から放出される渦点の循環の時間的変化率を $d\Gamma/dt = (1/2)U_s^2$ によって表す方法を用いた。ここで U_s はおのおのの剝離点近傍の境界層外端の速度である。今回の計算では、物体の特異点の分布には第 2 図のモデル I を用い、物体上の特異点の強さを求める計算においては、他の計算との比較も考慮して、物体背後の中央部付近の制御点で境界条件を課さない方法を用いた。計算条件は第 1 表のモデル I の場合と同じものを用いた。おのおのの剝離点から放出される渦点の循環 $\Delta\Gamma$ は、 $(1/2)U_s^2 \cdot \Delta T$ で与えられる。なお $d/h=0.667$ については、 $Ut/h=16.7$ までは前方角部のみから渦を放出させ、それ以降はすべての角部から渦を放出させた。また各角部での境界層外端として代用した点はたとえば前方角部においては角部より $0.04h$ だけ前方の位置をとった。後方角部についても同様であるが、角部から剝離する向きによって境界層外端として代用する点を変えた。

第 7 図に $d/h=1.0$ と 0.667 の場合のすべての角部

第 7 図 角柱のすべての角部から放出される渦点の循環の時間的変化 $(d\Gamma/dt = (1/2)U_s^2)$ によるもの

第8図 角柱のフローパターン一例 ($d\Gamma/dt = (1/2)U_\infty^2$ によるもの)
 $d/h = 0.667, U_\infty/h = 48.3$

第9図 円弧形状の特異点の分布モデルの一例 ($h'/d = 0.2$ の場合)

から放出された渦点の循環の時間的変化を示す。渦放出が周期的になってからの時間的変化は、第3図のモデルIとほとんど同じ傾向を示している。第8図に $d/h = 0.667$ におけるフローパターンの一例を示す。さらに第6図に $d/h = 1.0$ および 0.667 における C_D の値を示す。得られたフローパターンおよび C_D 値はこれまでの剝離点での渦点をそのまま放出したときの計算結果とほとんど同じ傾向を示しており、これまでの渦放出モデルの妥当性が確認された。さらに、この方法を用いれば角柱などの剝離点が明確な物体のみならず翼形など剝離点が初めから決定できないような物体形状に対しても十分応用が可能であると考えられ、物体を特異点で表し、剝離せん断層を離散渦列で表す方法の実用性が高まることが考えられる。なお、本計算では物体を有限個の離散した渦点で表したが、これはたとえば物体表面上に連続的に分布した渦層で表現して計算を行うことも可能である。

3.2 円弧形状回りの流れの解析 これまで角柱を例にとってパネル法と離散渦法を用いた方法について検討してきた。著者らは特異点法と渦放出モデルを用いた計算方法の実用性を調べる目的で、円弧形状回りの流れの計算も試みた。第9図に計算に用いた特異点分布モデルの一例を示す。なお、ここで用いた円弧形状は流れに垂直な長さ d を直径とする半円弧部分の前方に、通常スカートと呼ばれる円弧部分が付いたものであり、形状パラメータ h'/d (スカート部の流れに平行な方向の長さ h' 、流れに垂直方向の代表長さ d) を用いて表すことにする。また円弧形状の厚みは d の5%である。計算は $h'/d = 0.0, 0.2, 0.3, 0.4$ および 0.5 の5種類のモデルについて行った。特異点の数は円弧形状の形状パラメータ (h'/d) によって異なるが、各特異点間の距離はほとんど同じにしている。また物体上の特異点の強さはすべての制御点に法線方向速度 ε を課す方法を用いて決定し、各角部にある渦をそのまま放出した。計算条件はすべて $U = 1.0, d$

第10図 円弧形状のフローパターンの例

第11図 円弧形状の C_D の計算結果との比較

$=2.0$ であり、 $\Delta T=0.2$, $\Delta t=0.1$ で行った。第10図に $h'/d=0.0$ と 0.3 のフローパターンの一例を示す。 h'/d が増すにつれて物体後方の後流の広がり狭くなり、また物体背後への剝離せん断層の巻き込みが弱くなっていく状況がとらえられており、著者らが行った可視化実験¹⁾と同じ傾向を示している。得られた C_D 値と著者らの実験結果との比較を第11図に示す。計算結果は $h'/d=0.2$ を除いて実験結果とよい一致を示しており、本計算方法がこのように前が開いた円弧形状にも応用できることが明らかとなった。

4. 結 び

パネル法と離散渦法を組み合わせ任意形状の物体まわりの流れ場を解析する方法は、従来の離散渦法と異なり物体まわりの流れ場を表すのに特異点を用いているため任意形状の物体まわりの流れの解析に有効であると考えられるが、まだ十分に実際の物理現象のシミュレーションを行うまでには到っていないのが現状である。しかしながら本研究で試みた剝離せん断層を循環の小さい渦点が密に配列した離散渦列で近似するモデルと、物体を特異点で表し剝離点から放出される渦点の循環を剝離点近傍の速度を用いて評価する方法は実験結果と比較的よい一致を見ており有力な方法と考えられる。今後ここで検討した問題点などをふまえてさらに本方法を種々の物体まわりの流れに適用して検討を加え、最終的にはいかなる物体にも適用できる首尾一貫した離散渦モデルを形成する必要があるものと考えられる。また本方法の特徴を生かして三次元の剝離流れに拡張することも望まれる。

最後に本計算にあたり当研究室の井上和則君(現在日本IBM(株)勤務)、浜田鉄也君のご協力を得ました。ここに記して謝意を表します

参 考 文 献

- 1) Rosenhead, L.: Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity, Proc. Roy. Soc. A, **134** (1931), pp. 170-

- 192.
- 2) Kuwahara, K.: Numerical Study of Flow Past an Inclined Flat Plate by an Inviscid Model, J. Phys. Soc. Japan, **35** (1973), pp. 1545-1551.
- 3) Clements, R. R.: The Presentation of Sheet of Vorticity by Discrete Vortices, Prog. Aerospace Sci., **16** (1975), pp. 129-146.
- 4) Sarpkaya, T.: An Inviscid Model of Two-dimensional Vortex Shedding from Transient and Asymptotically Steady Separated Flow over an Inclined Plate, J. Fluid Mech., **68** (1975), pp. 109-128.
- 5) 木谷 勝, 有江幹男: 傾斜平板に対する非粘性うず放出モデルに関する一寄与, 日本機械学会論文集, **43B** (1977), pp. 1015-1026.
- 6) Leonard, A.: Vortex Methods for Flow Simulation, J. Comput. Phys., **37** (1980), pp. 289-335.
- 7) 亀本喬司, Bearman, P. W.: 並列2平板後流中で相互に干渉するうず放出過程の数値計算モデル, 日本機械学会論文集, **46B** (1980), pp. 1229-1236.
- 8) 永野三郎, 内藤政彦, 高田浩之: うず点法による長方形まわりの流れの解析, 日本機械学会論文集, **47B** (1981), pp. 32-39.
- 9) 坂田 弘, 足立武司, 稲室隆二: うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第1報)単独正方形柱まわりの流れ, 日本機械学会論文集, **49B** (1983), pp. 801-808.
- 10) 新井紀夫, 谷 喬: 渦糸近似法による複数物体まわりの流れ, 第15回流体力学講演会講演集, 1983, pp. 116-119.
- 11) 林 正徳, 桜井 晃, 大屋裕二: 並列平板列背後の偏り流れに関する数値計算, 第15回流体力学講演会講演集, 1983, pp. 162-165.
- 12) 林 正徳, 麻生 茂, 井上和則, 浜田鉄也: 離散渦法による剝離を伴う流れの数値実験, 九州大学応用力学研究所報, 第60号(1984), pp. 131-142.
- 13) 林 正徳, 麻生 茂, 井上和則: 離散渦法を用いた Bluff Body 回りの流れの数値実験, 第16回流体力学講演会講演集, 1984, pp. 52-55.
- 14) 今井 功: 流体力学(前編), 裳華房, 1973.
- 15) 林 正徳, 桜井 晃, 大屋裕二: 一様流中に置かれた二次元矩形柱の変動特性, 九州大学工学集報, **54** (1981), pp. 137-144.
- 16) 林 正徳, 桜井 晃, 麻生 茂, 大串良昭: Surface Hot Film による剝離を伴う翼の可視化実験, 日本航空宇宙学会誌, **31** (1983), pp. 690-695.
- 17) Hayashi, M., Sakurai, A. and Nagahata, M.: Grid Generation of Orthogonal Body-Fitted Grids Using Potential Flow Solution by Panel Method, ISA Reports S. P. 1 (1983), pp. 33-40.
- 18) 林 正徳, 桜井 晃, 麻生 茂, 天広慎一: 二次元及び三次元弧状物体の空力特性について, 九州大学工学集報, **57** (1984), pp. 137-142.