各種解析法による流れ場の数値計算例^{*1}沢田 恵 介^{*2}・城之内 忠正^{*2}野 久 徹^{*2}・内 田 隆 志^{*2}

Key Words: Fluid Dynamics, Numerical Simulation, Computational Fluid Dynamics

1. ま え が き

航空機的设计・開発における数値解析は、現在

- 1) デザイン段階における Parametric Study
- 2) 実験が困難な現象(技術的, 経済的)の解析

著 者 紹 介

沢田 恵 介 (正会員)

昭和31年生。昭和55年京都大学工学部航空工学科卒業。昭和57年同大学院修士課程修了。同年川崎重工業(株)入社。現在に至る。航空機事業本部技術部空力課において風洞試験, 数値流体解析等に従事。

城之内 忠正 (正会員)

昭和30年生。昭和52年名古屋大学工学部航空工学科卒業。昭和54年同大学院修士課程修了。昭和55年川崎重工業(株)入社。現在に至る。航空機事業本部技術部空力課において空力設計, 風洞試験, 数値解析等に従事。

野 久 徹 (正会員)

昭和31年生。昭和55年名古屋大学工学部航空工学科卒業。昭和57年同大学院修士課程修了。同年川崎重工業(株)入社。現在に至る。航空機事業本部技術部空力課において, 空力設計, 風洞試験, 数値解析等に従事。

内 田 隆 志 (正会員)

昭和20年生。昭和43年京都大学工学部航空工学科卒業。昭和45年同大学院修士課程修了。同年川崎重工業(株)入社。現在に至る。航空機事業本部飛翔体部, 回設部, 技術部空力課において空力設計, 解析, 風洞試験等に従事。日本機械学会会員。

にその役割を果たしている。1)に関して従来は, ポテンシャルを用いた解法が一般的であったが, 計算機能力向上に伴って, Beam-Warming法¹⁻⁷⁾(以下B/W法)に代表される Euler/NSコードの解析作業への適用が可能となってきた。しかし, これらのコードはまだかなりの計算時間を必要とし, parametric studyに用いるには大幅な計算時間の短縮が不可欠である。2章では, この点を中心に B/W法について得られたいくつかの結果を紹介する。また2)に関しては, 本来数値解析が最も重用されるべき分野であるが, 実験が困難な現象は数値的にも解きにくい場合が多く, 意外に計算されていない。3章では, 2次精度の風上差分法をとりあげ, 圧力比の大きな Jet-Blast の解析など, 従来の手法ではよい結果を得にくかった問題への対応を示す。

2. B/W法による解析例(収束性の改善)

Euler/NS方程式を解く手法として, 現在広く用いられているのは B/W法であろう。その特徴は, 時間積分を線形化し反復解法を避けていること, および, 高次の誤差項を導入して作用素を各次元方向の作用素の積に分解し, 多次元問題を1次元問題に転換していることである。NASAのARC2D, ARC3D⁷⁾やNALのNSFOIL⁸⁾は, B/W法を用いている。いずれも膨大な解析例を有し, 解法の信頼性は十分に検証されているといえよう。

B/W法は陰解法であるから, 線形安定性解析では時間積分幅 Δt に対して無条件安定となる。しかし, 非線形問題に対しては, 振動成分の減衰のために適当な散逸項を付加する必要がある。また, 線形化や高次の誤差項が影響を与えて安定性を損いやすく, Δt はあまり大きな値をとることができない。CFL数にして, $O(10) \sim O(100)$ 程度が実用上の限界であろう。

それでも B/W法は, 陽解法に比べて十分に速く収束解を得ることができるが, 3次元化した場合等を考えると, さらに計算時間の短縮されることが望まれる。それにはいくつかのアプローチがあるが, 通常,

^{*1} 昭和60年4月3日, 日本航空宇宙学会第16期年会講演会にて講演。昭和60年9月21日原稿受理 Flow Field Simulations Using Various Numerical Methods

^{*2} 川崎重工業(株)航空機事業本部 Keisuke SAWADA, Tadamasa JOUNOUCHI, Touru NOHISA and Takashi UCHIDA

1) 1ステップあたりの計算量の減少, 2) 収束するまでの総ステップ数の減少, のいずれかに分類できる.

1) については, 基本的に陰解法特有の連立方程式をいかに速く解くか, そのためにはいかに解きやすい形式にするか, という点が目標となる. Chaussee らの "diagonal form"⁹⁾ や, 大林らの "LU-ADI form"^{10,11)} は, いずれも演算量の減少を可能とした. また, 後者については散逸形式の誤差を演算子側に陰に含むことになるので, 安定性も向上していると思われる. 2) に

ついてはいろいろな手法が提案されているが, 比較的導入の容易なものとして, Multi-Grid 法^{12,13)} (以下 M/G 法) のような長波長振動成分の強制緩和, 局所時間ステップ法⁷⁾, あるいはもっと直接的にポテンシャル解による初期条件の設定等がある. これらの手法の特徴と実際に適用した計算結果の例を以下で述べよう.

2.1 M/G 法 B/W 法では, 非常に長い波長の振動成分と短波長 (2 格子間隔が 1 波長に相当) の振動

第1図 M/G法の概要(上)と計算例(下)

成分の減衰がとくに悪い。このうち、短波長の振動は外部散逸項の効果でおさえることができるが、長波長の振動は領域外に流れ去るか、周期境界条件を課した場合には本当に減衰するまで待つしかない。M/G法では、この長波長の振動成分をすみやかに緩和させることができる。すなわち、同一の領域に対して格子間隔の異なる複数の座標を用意して、異なる座標上に計算結果を内挿していく手順を繰り返す。このとき、各座標系において相対的に短波長となった振動成分を効率よく減衰させるのである。ポテンシャル流の代表的解法である SLOR 等では、短波長の振動成分の減衰がもともと良好なので、M/G法との適合性は高い。第1図は、3ステージの M/G法と B/W法を組み合わせた場合の結果である。収束解は、M/G法を用いない時の結果と一致している。計算量については、ステップ数にして1/3、時間にして約半分となった。

2.2 局所時間ステップ法 曲線座標系を採用すると、非常に異なる格子間隔が混在することがある。典型的なC型の翼まわりの座標では、格子間隔が $10^3 \sim 10^5$ 倍程度変化する。このとき、同一の CFL 数に対応する Δt もその程度変化すると考えてよい。陽解法では正確な時間発展を追跡しようとする、全場を通じて最小の Δt を採用せねばならないから、格子の粗いところでは非常に小さな CFL 数になってしまう。一方、局所時間ステップ法では各点ごとに CFL 条件で定まる Δt を個別に与えるので、格子間隔の粗い所では Δt も大きな値となり、全場は急速に収束解に近づく。陰解法でも、全場を通じて同程度の CFL 数となるように Δt を決めるとよい。第2図は、B/W法に局所時間ステップ法を適用した例である。こ

第2図 B/W法+局所時間ステップ法での収束履歴の例

第3図 陽解法+局所時間ステップ法での収束履歴の例

の例では、非粘性流解析用の比較的粗い格子を用いているので、3割程度の改善にとどまった。第3図は、陽解法(2次精度の風上差分法)と組み合わせた場合の結果である。この例では、収束に必要なステップ数が約1/5となり大きな効果が得られた。なお、局所時間ステップ法では、収束して初めて保存則が満たされることに注意する必要がある。

2.3 ポテンシャル解の利用 ポテンシャル解を B/W法の初期条件として用いる場合、必ずしも収束解である必要はない。実際、収束解を初期解として計算したところ、第4図のようにかえって収束の遅れる

第4図 初期解としてポテンシャル流の収束解を用いた場合の収束履歴の例

第5図 GPMを用いた場合の圧力分布の例

場合があった。この例では、計算開始直後にショックの位置が大きく下流側に移り、再び収束解の位置に回復するまでに予想外のステップ数を必要としている。ポテンシャル解とオイラー解のショックを挟んでの特性の違いが原因と思われるが、それ以外にも、B/W法にはとくにショックの位置が定まりにくい傾向があり、それらの相剋効果で収束が遅れたものと考えられる。結局、ポテンシャル解は、計算開始直後の大きな変動期をうまく避ける意味で、翼表面近くといった物理量の勾配の大きな領域がある程度再現できていればよい。

ポテンシャル解の利用でもう一つ注目されるのは、“General Perturbation Method”¹⁴⁾(以下GPM)である。この方法では、ポテンシャル解を第0近似として求め、それからのズレとしてオイラー解をB/W法などで求める。ポテンシャル解を求めるときにはこまかい座標を用いるが、オイラー解を求めるときの座標はかなり粗いものであっても精度は悪化しない。そのために、計算時間と記憶量のいずれをも大幅に減らすことができる。第5図に例を示す。ポテンシャル解を求めたときの格子点数は1,729であるのに対して、そこからオイラー解を求めたときの格子点は540にすぎない。得られた解は、こまかい座標を用いて最初からB/W法で計算した答とよく一致する。GPMの考え方は、非常に適用範囲がひろく、うまく利用すると3次元の計算等に効果が期待できる。

2.4 まとめ 以上のように、B/W法に関して、とくに収束性の改善を中心にいろいろな拡張策を調べてみた。いずれの手法もかなりの改善効果が期待でき

る。また、B/W法以外の解法にも直接応用できるであろう。ここでは触れなかったが、境界条件の陰的な取扱いも、安定性、収束性の向上に効果があると思われる。

さて、B/W法は最初に述べた二つの特徴、すなわち時間積分の線形化と作用素の因数分解化によって、現実的な計算時間内での流れ場の解析を可能にした。しかし、これらの特徴が導入する誤差は、計算過程での安定性と強く結びついており、収束性に大きな影響を与えることに注意する必要がある。実際、物理量の勾配の大きなところや、境界層内部のように格子間隔の狭いところでは、容易に安定性を損い収束性が悪化しやすい。したがって、これらの誤差の性質を詳しく調べて適切な対策をたて、さらに安定性を高めていくことが、今後の収束性改善の重要なポイントになるであろう。

3. 2次精度風上差分法

翼まわりの流れの解析を行うときに、しばしば非粘性流の仮定を導入する。これは、高 Re 数を仮定すると剝離等を生じない限り境界層や後流の内部といった粘性の支配的な領域は十分に薄く、非粘性の仮定はよい近似と考えられること、および、粘性項の評価が不要となるので計算量が大幅に減少するからである。

流れ場の中にショックが存在するとしよう。粘性流として考えるならば、ショックでも解は特異とならず、いたるところで微分可能である。一方、非粘性流では粘性係数を0にもっていった極限として、ショックを不連続と考える。ところが、不連続では微係数が存在しないから、ショックは元の微分方程式の解ではなくなる。そこで、解を拡張して不連続を許すようにする。これを弱解と呼ぶ。このように、非粘性の仮定を導入すると式は簡単にはなるが、不連続が出現するために解の拡張が必要となる。

さて、非粘性流の数値解析において、ショックのような不連続が流れ場の中に出現したとき、それはどのようにして捕えられるのであろうか。保存形で書かれた方程式を保存的なスキームで積分すると、不連続での跳びの条件を自動的に満たす^{15,16)}。しかし、通常スキームでは、ショックの前後に激しい数値的な振動を生じるので、なんらかの散逸項を付加して振動をおさえなければならない。このとき、ショックなどはこの散逸効果のために、粘性流の場合と同様の滑らかな解として捕えられることになる。それとは別に、ショックのような不連続を、1~2格子間隔で遷移する不連続解として捕える手法もある。B/W法のような中心差分法は前者に属し、風上差分法の一部のもの

(Godunov 法¹⁷⁾, Osher 法¹⁸⁻²¹⁾ etc.) は後者に属する。

最初の前者の場合を考えてみよう。1階微分を2次精度の中心差分で近似すると、

$$\frac{1}{2\Delta x} \{f_{i+1} - f_{i-1}\} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_i \frac{\Delta^2 x}{6} + \left(\frac{\partial^5 f}{\partial x^5}\right)_i \frac{\Delta^4 x}{120} \quad (1)$$

となって偶数次の展開項がすべて打ち消されてしまい、打ち切り誤差は散逸的な効果にまったく寄与しない。実際、外部散逸項のない場合の B/W 法を線形安定性解析してみると、時間積分の打ち切り誤差がいくぶん効く場合もあるが、少なくとも最小波長の振動成分はまったく減衰しないことがわかる。また、最小波長の振動成分に対しては分散誤差も最大となり、振動は同じ格子点上に留る。この数値的な振動をおさえるために、通常、4階の人工拡散項を付加するが、これは解を(ほとんど不連続にみえるが)滑らかにしていることに等価である。

いろいろな流れ場を B/W 法で解くときに、最も苦勞するのは、この人工拡散項のチューニングである。ショックの強さが変わると、釣り合うべき拡散項の係数も変化するが、座標間隔も直接影響を与えてしまうので、曲線座標系を用いる場合には注意が必要である。また、4階の拡散項の係数には安定性の要請から上限が存在するために、強いショックは捕えにくいことが予想される。これに対して Jameson らは、2階と4階の拡散項を組み合わせ、非線形に散逸効果が効くようにしてよい結果を得た²³⁾。同様の非線形散逸項は、NASA の ARC 2D, ARC 3D^{7,22)}でも採用されている。

次に後者の場合を考えよう。風上差分法では、差分をとるときに対称性が失われるので、散逸的な効果をもつ打ち切り誤差が導入されることになる。1次精度の風上差分法では、最低次の誤差が2階の拡散項の形式となるために解がなまってしまい、精度の要求される解析には適さない。ところが、1次精度のままでもショックのような不連続を驚くほどシャープに捕える。この点は、同様に安定で散逸的な LAX 法とまったく異なる。

Godunov 法等の風上差分法では、定常なショックを安定な不連続解として捕える。また、接触不連続も同様に捕えられることが示されている^{18,19)}。これらの不連続は差分方程式の解の一部として表現されるので、非線形性と数値的な散逸効果を釣り合わせるという中心差分法的な図式を必要としない。

1次精度の風上差分法は、精度に問題があるが、非

常に安定でありショック等をシャープに捕えることができる。そこで、全体の精度をあげることによって滑らかな領域での散逸性をおさえ、同時に、ショックの捕捉性を保つようなスキームが容易に組めるのなら、強い不連続を含む流れ場を解く有力な手法となろう。以下では、Roberts²⁴⁻²⁶⁾らの2次精度化の手法を簡単に紹介し、実際の計算例を示す。

3.1 2次精度化 Godunov 法のような風上差分法は、“finite-volume-method”に分類される。この方法では、計算領域をセルに分割し、セルの境界を通った flux の総和とセル内の平均的な物理量の変化を対応づける。計算の精度は、セル境界での flux の決め方で定まる。1次精度の場合、セル内部の物理量は一定と考えるが、2次精度の場合には、セル内部で物理量が線形に分布していると考える(第6図)。セルの境界では、いずれの場合にも不連続を生じるが、その不連続を狭む二つの状態に対して、1次精度の風上差分法を適用し、そこでの flux を定める。

2次精度化するとき問題となるのは、セル内部における物理量の勾配の決め方である。適当な差分をとって傾きを決めることになるが、注意しなければならないのは不連続が存在する場合である。Roberts らは、次式のような平均化関数を定義した：

$$\text{ave}\{a, b\} = \frac{(a^2 + \varepsilon^2)b + (b^2 + \varepsilon^2)a}{a^2 + b^2 + 2\varepsilon^2} \quad (2)$$

PIECE-WISE-CONSTANT 初期分布

PIECE-WISE-LINEAR 初期分布

第6図 セル内部における物理量の分布

ただし、 ε^2 は小さな正の数である。そして、物理量の勾配を

$$\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)_i \Delta x \sim \text{ave} \{q_{i+1} - q_i, q_i - q_{i-1}\} \quad (3)$$

で定めた。(2)式より、 $|a| \sim |b|$ のときには

$$\text{ave} \{a, b\} \sim \frac{a+b}{2} \quad (4)$$

となり、(3)式と組み合わせると2次精度の中心差分で勾配を決めることに等価となる。一方、 $a^2 \ll b^2, a^2 \gg b^2$ の場合は

$$\text{ave} \{a, b\} = \begin{cases} \sim a & (a^2 \ll b^2) \\ \sim b & (a^2 \gg b^2) \end{cases} \quad (5)$$

となって、より小さいほうの傾きを選ぶことになる。このため、不連続を狭んでも傾きは大きな値にならない。ショックのところでは、この取扱いのために、実質的に1次精度に落ちることになるが、そこでは風上差分法がショックを正確に捕える。この点が、(3)式の勾配決定法と風上差分法を組み合わせたときの本質的な部分である。なお、時間積分を陽的に行う場合には、安定性の要請から時間積分の精度を2次にする必要がある。また、2次元以上への拡張は各次元方向のfluxを個別に評価することによって達成される。具体的な取扱い方は、文献²⁴⁻²⁶⁾に詳しい。

3.2 計算例 最初に、1次元ショックチューブ問題を考える。Sodは標準問題を定め²⁷⁾、いろいろな解法の比較を行った。第7図は、1次、2次精度の風上差分法を用いてこの問題を解いた結果である。いずれも、振動のないきれいな解を得ているが、精度向上の効果は接触面や膨張波のフロントに見られる。この問題では、不連続が非定常に伝播するので陰的に含まれる散逸効果が現れてしまい、接触面等は期待されるほど鮮明ではない。次に、2次元軸対称 Jet-Blast の解析例を第8図に示す。総圧比は約50であり、流れ場の中にはMach diskやBarrel shockが出現する。2次精度の計算では、これらの特徴をよく捕えており実験²⁸⁾と比較も悪くない。しかし、1次精度の場合には、出口から下流方向にスリップラインを形成してしまい膨張が不足する。これは、1次精度の風上差分法特有の症状であって、2次精度以上になると現れない²⁹⁾。最後に曲線座標系と組み合わせた場合の計算例を第9図に示す。1次精度の計算では、円柱の表面にショックを生じない。これは、前方よどみ点付近で打ち切り誤差に基づく拡散効果がエントロピーの生成をひき起こすからである。以上の結果から、定量的な流れ場の解析を試みるには、2次以上の精度が不可欠であることがわかる。なお、これらの計算に用いた1次精度の風上差分法は、いずれもOsher法である。

3.3 まとめ 風上差分法の特徴について簡単に触れ、2次精度化するRobertsらのアルゴリズムを紹介した。得られた計算結果から精度向上の効果は明らかである。また、2次精度化しても、安定性や不連続の捕捉性は、1次の場合と同様に良好であり、人工的な散逸効果を加える必要はまったくない。

中心差分法では、外部散逸項が不可欠であり、そのチューニングは一般にわずらわしい。全体的に強い不連続を含む流れ場の解析には適していない印象がある。しかしながら、Jamesonらの非線形散逸項は、このへんの事情を大きく改善すると期待される。また、中心差分法では散逸効果を直接制御できるが、風上差分法では陰的に含まれてしまうために調整ができないという見方もある²²⁾。

風上差分法と中心差分法のどちらを選ぶかは、現時点では使う人の好み問題と思われるが、全体的な感じでは、前者はより“Robust”であり、後者は精度の点で一日の長があるといえるのではなかろうか。

4. おわりに

以上のように、B/W法の収束性の改善、および風上差分法の2次精度化を中心にして、いくつかの計算例を紹介した。前者は、いわばスタンダードな手法の改良であり、後者は新しい手法の導入にあたる。

最近のCFDへの関心の高まりに呼応して、新しい手法や概念が続々と発表され、また、スーパーコンピュータのような超高速な計算機の利用も考えられるようになってきており、今後、解法自体の急速な世代交替が予想される。われわれは、大きな関心をこの分野に寄せており、また、風洞実験とともに流れ場の定量的な解析のツールになりうるものとして、今後の発展を期待するものである。

第7図 Sodの標準問題の解

第8図 軸対称 Jet Blast 解析の例

等Mach線 2次精度

第9図 2次元半円柱まわりの流れの計算

参考文献

- 1) Beam, R. M. and Warming, R. F. : An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form, *J. Comp. Phys.*, **22** (1976), pp. 87-110.
- 2) Beam, R. M. and Warming, R. F. : An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations, *AIAA J.*, **16** (1978), pp. 393-402.
- 3) Warming, R. F. and Beam, R. M. : On the Construction and Application of Implicit Factored Schemes for Conservation Laws, *SIAM-AMS Proc.*, **11** (1978), pp. 85-129.
- 4) Steger, J. L. : Implicit Finite Difference Simulation of Flow About Arbitrary Geometries with Application to Airfoils, *AIAA Paper*, 77-665 (1977).
- 5) Kutler, P., Chakravarthy, S. R. and Lombard, C. P. : Supersonic Flow Over Ablated Nostetips Using an Unsteady Implicit Numerical Procedure, *AIAA Paper*, 78-213 (1978).
- 6) Pulliam, T. H. and Steger, J. L. : On Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Flow, *AIAA Paper*, 78-10 (1978).
- 7) Pulliam, T. H. and Steger, J. L. : Recent Improvements in Efficiency, Accuracy, and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms, *AIAA Paper*, 85-0360 (1985).
- 8) Kawai, N. and Hirose, N. : Development of the Code NSFOIL for Analyzing High Reynolds Number Transonic Flow around an Airfoil, *NAL TR-816* (1984).
- 9) Chaussee, D. S. and Pulliam, T. H. : Two-Dimensional Inlet Simulation Using a Diagonal Implicit Algorithm, *AIAA J.*, **19** (1981), pp. 153-159.
- 10) Obayashi, S. and Kuwahara, K. : LU Factorization of an Implicit Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations, *AIAA Paper*, 84-1670 (1984).
- 11) 大林 茂 : Fine Structure of Interaction of Shock Wave with Boundary Layer, 京都大学数理解析研究所講究録, 539 (1984).
- 12) Brandt, A. : Multilevel Adaptive Computations in Fluid Dynamics, *AIAA J.*, **18** (1980), pp. 1165-1172.
- 13) Ni, R. H. : A Multiple-Grid Scheme for Solving the Euler Equations, *AIAA J.*, **20** (1982), pp. 1565-1571.
- 14) Chow, L. J., Pulliam, T. H. and Steger, J. L. : A General Perturbation Approach for Computational Fluid Dynamics, *AIAA J.*, **22** (1984), pp. 1748-1754.
- 15) Lax, P. D. and Wendroff, B. : Systems of Conservation Laws, *Comm. Pure. Appl. Math.*, **13** (1960), pp. 217-237.
- 16) Hartes, A., Lax, P. D. and Van Leer, B. : On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *SIAM Review*, **25** (1983), pp. 35-61.
- 17) Godunov, S. K. : Finite-Difference Method for Numerical Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics, *Mat. Spornik*, **47** (1959), pp. 271-290 (in Russian).
- 18) Engquist, B. and Osher, S. : One Sided Difference Approximations for Nonlinear Conservation Laws, *Maths. Comput.*, **36** (1981), pp. 321-351.
- 19) Osher, S. and Solomon, F. : Upwind Difference Schemes for Hyperbolic Systems of Conservation Laws, *Maths. Comput.*, **38** (1982), pp. 339-374.
- 20) Osher, S. and Chakravarthy, S. R. : Upwind Schemes and Boundary Conditions with Applications to Euler Equations

- tions in General Geometries, J. Comp. Phys., 50 (1983), pp. 447-481.
- 21) Chakravarthy, S. R. and Osher, S.: Numerical Experiments with the Osher Upwind Scheme for the Euler Equations, AIAA J., 21 (1983), pp. 1241-1248.
- 22) Pulliam, T. H.: Artificial Dissipation Models for the Euler Equations, AIAA Paper, 85-0438 (1985).
- 23) Jameson, A.: Transonic Aerofoil Calculations Using the Euler Equations, in Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, ed. by Roe, P. L., Pub. AP, London, 1982.
- 24) Van Albada, G. D., Van Leer, B. and Roberts, W. W., Jr.: A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics, Astron. Astrophys., 108 (1982), pp. 76-84.
- 25) Van Leer, B.: On the Relation Between the Upwind-Differencing Schemes of Godunov, Engquist-Osher and Roe, SIAM J. Sci. Stat. Comput., 5 (1984), pp. 1-20.
- 26) Nittmann, J.: Donor Cell, FCT-Shasta and Flux Splitting Method: Three Finite Difference Techniques Applied to Astrophysical Shock-Cloud Interactions, in Numerical Methods For Fluid Dynamics, ed. by Morton, K. W. and Baines, M. J., Pub. AP, London, 1982.
- 27) Sod, G. A.: A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws, J. Comp. Phys., 27 (1978), pp. 1-31.
- 28) Love, E. S., Grigsby, C. E., Lee, L. P. and Woodling, M. J.: Experimental and Theoretical Studies of Axisymmetric Free Jets, NASA TR R-6 (1959).

—特 集—

翼型まわりの遷音速流の直接シミュレーション*1

桑 原 邦 郎*2

Key Words: Transonic Flow, Simulation, Turbulent Model, Unsteady Flow

1. は じ め に

翼まわりの遷音速流れでは、境界層が乱流状態になっているので、Navier-Stokes 方程式を数値的に解いて流れを求めようとするとき、なんらかの乱流モデルを用いるのが普通である。よく用いられるのは Baldwin-Lomax の代数モデルである。第1図は、このモデルを用い翼まわりの遷音速流れを求めた結果である¹⁾。翼型は NACA 0012、レイノルズ数 $Re=6.7 \times 10^6$ 、迎角 $\alpha=2^\circ$ 、マッハ数 $M=0.75$ である。実験との一致は十分であり、これ以上とくに改良すべきところはないように思われる。

しかし乱流モデルは一般に Navier-Stokes 方程式の時間平均をとった Reynolds 方程式に基づいている

ことに注意しよう。したがって乱流モデルを用いたのでは、定常的なあるいはゆっくり変動する解しか求まらない。衝撃波の位置の振動のように強い非定常性のある現象をシミュレーションするためには、通常の乱流モデルを用いることはできない。また、乱流モデルは拡散を強くすることに相当するのでみかけ上のレイノルズ数を下げ、解を求めることを容易にする。

したがって強い非定常性のある流れをシミュレートするにはラージ・エディ・シミュレーション (LES) を使うか、Navier-Stokes 方程式を直接数値的に積分しなければならない。後者の場合、むずかしい問題が生じる。それは、現在の計算機では乱流状態にあるすべての細かな変動を捉えられるほど格子点をとれないということである。前者の場合でも、理論で必要とされるだけの格子点はとてとれない。しかし次のように考えることもできる。

もともと保存型に書かれた Navier-Stokes 方程式は、どんなに粗い格子を用いても従属変数が局所的な平均値を表していると考えれば、拡散項を除いて考える限り正しいものであり、高レイノルズ数の流れの性質はあまりレイノルズ数によらないということを見ると、特別な乱流モデルなしに高いレイノルズ数の流れがシミュレートできるということが予想される。しかし、従属変数が局所的な平均値を表すようにするため何らかの数値拡散項は必要になる。

著 者 紹 介

桑原 邦郎 (正会員)

昭和17年生。昭和41年東京大学教養学部基礎科学科卒業。昭和45年同大学院博士課程中退。同年同大学助手。昭和56年宇宙科学研究所助教授、現在に至る。計算流体力学の研究に従事。理学博士。日本物理学会、日本機械学会各会員。

*1 昭和60年4月3日、日本航空宇宙学会第16期年会講演会にて講演。昭和61年3月18日原稿受理 Direct Simulation of Transonic Flow around an Airfoil

*2 宇宙科学研究所 Kunio KUWARA