1 ダクト・ファン支持 VTOL の安定性について^{*1}

(予備的研究)

On the Stability Characteristics of a VTOL Supported by One-Ducted-Fan (Preliminary Study)

安 東 茂 典^{*2}

Shigenori ANDO

Key Words: Ducted-Fan, Flying Platform, Hovering, Stability, Aerodynamics

Abstract

Flying Platform, supported by the ducted fan(s), is the safe and simplest airplane. The height of vehicle CG. from the ducted-fan-aerodynamic-center should be selected quite carefully, in the stability and control view point. A simple design philosophy is presented, which makes the horizontal speed and the attitude uncouple. The vehicle is made neutrally stable, and the CG. is located above the duct-aerodynamic-center by the order of duct-inner-diameter. This design philosophy would also make the vehicle safe against horizontal gust. Preliminary numerical example is presented by using available (somewhat incomplete) data. The author believes that this kind of vehicle will attract many young-men in near future, as their hobby vehicles.

記 号

- A : 流れの断面積 ($=\pi D^2/4$)
 A, B, C : 式(14)を見よ
 D : ダクト内径
 g : 重力の加速度
 H : ダクトファンに作用する水平空気力 (ほとんどモーメント・ドラッグ), 後方向き正
 h : ダクトファン AC (空力中心) から全体の重心までの高さ
 I : ピッチングの質量慣性性能率
 K_L : 揚力係数 ($=L/\rho A V_T^2$)
 L : 揚力 ($=T$)
 M : ダクト・ファンに作用するピッチング・モーメント, AC まわりの頭上げ正
 m : ビークル全体の質量
 P : パワ
 s : 固有値
 T : 推力

 t : 時間 U_0 : ダクトの水平移動速度 U : ビークル重心の水平移動速度 CV : 体積流量 ($=AV$) V : ダクト出口, 軸方向流速 V_T : ファン尖端の周速 X : $\bar{I}$ にかかる係数, 式(22)参照 θ : ビークルのピッチ姿勢角, 頭上げ正, rad

安定性解析で用いられる無次元数

 $\tilde{g} = gD/V^2$ $\tilde{h} = h/D$ $\tilde{I} = I/mD^2$ $\tilde{M} = M/mgD$ $\tau = tV/D$ $u = U/V$

その他

 $(\quad)' = d(\quad)/d\tau, (\quad)' = d(\quad)/dt$ $\tilde{M}_u = \partial \tilde{M} / \partial u, \tilde{M}_\theta = \partial \tilde{M} / \partial \theta$, etc.

1. 序 論

本論文で取り扱うのは, ヒラー VZ-1 で代表されるような, いわゆる “Flying-Platform” であり, “Convoplane” は含まない。筆者の知る比較的新しい文献としては, 参考文献 1, 2 があるが,

ダクト付のためファン・周囲の人・物が安全

最も簡単かつ操縦も容易な航空機

としていまなお静かなブームを持続している。

本コンセプトの起こりは 1940 年チャンスヴォート社のチャールズジンマーマンにさかのぼる。そして 1950 年代にヒラー VZ-1 などの実験機により実証された^{3,4)}。1950 年代後半から 1960 年代前半にはアメリカで多くの文献が発表された。文献 5~10 はその一部である。1 人乗りのヒラー VZ-1 は, ホバーはとても容易で未経験者でも容易に乗れた^{3,4)}。ただ一つの欠点は速度が 25 km/hr 以上は出せなかった^{3,4)}。これに

^{*1} 昭和 61 年 2 月 25 日原稿受理^{*2} 名古屋大学工学部航空学科

第1図 1ダクト支持、フライング・プラットフォームの安定解析のための諸記号

気をよくして、大型化し1ピークル当りのダクトッドファンの数を2~4個増したものがNACA, NASAで多数実験された。しかし著しい動的不安定を示し^{8,9)}、中止されてしまった。ただしこれらの実験に用いられたすべてが、チャールズジンマーマンの基本思想を無視し、ピークル重心は平らなダクトの面内にあるものである。

ピークル重心をダクト面より上方におくか下方におくかということは、この種の乗り物にとって決定的に重要である。下方におくと

長い脚を備えねばならない。

ジェット流路を妨げると揚力損失が起こる。

事故で落下したとき、パイロットに危険である。よって上方が好ましい。しかも良好な操縦性を確保しやすいとなれば、なおさらである。

ホバリングするダクトッド・ファンの姿勢安定性解析法としては文献1,2)がある。しかしCGの上下位置が安定性に及ぼす影響を述べたものは、私の知る限りにおいては文献1のAppendixだけである。私はこれに大そう興味を憶えた。そして諸文献からの数値を寄せ集めて諸パラメータを評価し、 $\bar{h} = h/D$ の好ましい値をいかに評価すべきかを調査した。その結果は中立安定で十分ではないか、ということである。竹馬にせよ、自転車にせよ中立どころか不安定である。中立安定ならば、自動制御なしに十分容易に操縦できるであろう。これはヒラーVZ-1で実証されている⁴⁾。

なお、私はFlying Platformのわが国での用途はまず若者のレジャー用具として始まると思う。彼らの旺盛な好奇心は、ハンググライダー、サーフィン、オートバイなどとはひと味ちがった、ダクトッドファンVTOLによって燃え上るだろう。そのためにはできるだけ低価格でなければならず、1ダクト支持、自動

第2図 動的には不安定だったが操縦容易な1ダクトッドファン支持のVTOL (文献5より)

制御なしが強く望まれる。

レジャー用以外の実用目的のものは、レジャー用としての実地試験段階で入手しうる多くの経験、改良の後に、自ら拓けてくるであろう。

たとえば25 km/hr以下の低速度はレジャー用としては安全上むしろ好ましいかもしれない。しかし実用目的のものとしては、倍増したいであろう。そういうことはレジャー用としての実地試験段階を経て克服される。

なお本論文の数値例においては、古い外国論文を引用したため、標準的単位系を使用できなかったことをご容赦いただきたい。

(注) 文献5は容易に操縦しうる、1ダクトッド・ファンVTOLを報告している。それはCGがファンの高さであり、かつダクトはCGより長く下に伸びている。しかしこれは、長い脚を要すること、乗降に梯子を要すること、運動量抵抗が大きいこと、などにより魅力はうすい(第2図)。

2. 準備としての、ホバリング性能公式

2.1 基本公式

$$T = \rho A V^2, P = TV/2 \quad (1)$$

よって

$$P = (1/2) T^{3/2} / \sqrt{\rho A} \quad (2)$$

また

$$V = \sqrt{T/\rho A} \quad (3)$$

体積流量

$$QV = AV = \sqrt{TA/\rho} \quad (4)$$

わずかなダクト前進速度 U_0 があるときの、抵抗は

$$H = (\rho AV)U_0 = TU_0/V \quad (5)$$

これらは単純な運動量理論に基づく理想状態のものである。また(5)の H は有害抵抗を含まない。抵抗 H は移動速度 U_0 の2乗ではなく1乗である、したがって低速でも非常に大きい。

2.2 寸法効果

$$T/\rho AV^2 = \text{無次元} \quad (6)$$

よって

$$T/A = (\text{無次元数}) \times \rho V_T^2 \quad (6')$$

したがって、ファン・ブレード先端速度 V_T さえ一定ならば、円板荷重 T/A は寸法効果を受けない。これは設計上示唆するところ大きいと思う。式(3)により、 V への寸法効果は T/A へのそれとまったく同じである。

3. 安定性解析の定式化

文献1の Appendix を参照する。ビークル重心の並進および重心まわりの回転運動方程式は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} m\dot{U} &= -T\theta - H = -T\theta - \frac{\partial H}{\partial U} U_0 \\ I\ddot{\theta} &= M - hH = \frac{\partial M}{\partial U} U_0 + \frac{\partial M}{\partial \theta} \dot{\theta} - hU_0 \frac{\partial H}{\partial U} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} T &\doteq mg \\ H &= TU_0/V = mgU_0/V \\ U_0 &= U + h\dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

を用いると(7)式はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} + g[\theta + (1/V)(U + h\dot{\theta})] &= 0 \\ I\ddot{\theta} - \dot{\theta} \frac{\partial M}{\partial \theta} + (hmg/V - \frac{\partial M}{\partial U})(U + h\dot{\theta}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

さらに次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} M &\equiv TDM = mgDM, \quad U/V \equiv u \\ g &\equiv (V^2/D)\bar{g}, \quad h \equiv D\bar{h} \\ I &\equiv mD^2\bar{I}, \\ t &\equiv \tau(D/V), \quad (\quad)' \equiv d(\quad)/d\tau \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

V は、2.2 で示したように寸法効果を受けないので、無次元化のベースに適している。そのとき(9)は、

$$\left. \begin{aligned} u' + \bar{g}[\theta + (u + \bar{h}\theta')] &= 0 \\ \bar{I}\theta'' + \bar{g}(\bar{h} - \bar{M}_u)(u + \bar{h}\theta') - \bar{g}\bar{M}_{\theta'}\theta' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$u = u_0 e^{st}, \quad \theta = \theta_0 e^{st} \quad (12)$$

とおくと(11)は

$$\left. \begin{aligned} (\bar{g} + s)u_0 + \bar{g}(1 + \bar{h}s)\theta_0 &= 0 \\ \bar{g}(\bar{h} - \bar{M}_u)u_0 + Q\theta_0 &= 0 \\ Q &\equiv \bar{I}s^2 + \bar{g}s[\bar{h}(\bar{h} - \bar{M}_u) - \bar{M}_{\theta'}] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

さて non-trivial な解があるためには係数行列式が0でなければならない。これから、

$$\left. \begin{aligned} s^3 + As^2 + Bs + C &= 0 \\ A &\equiv \bar{g}(\bar{h}^2 - \bar{M}_u\bar{h} + \bar{I} - \bar{M}_{\theta'})/\bar{I} \\ B &\equiv -\bar{g}^2\bar{M}_{\theta'}/\bar{I} > 0 \\ C &\equiv \bar{g}^2(\bar{M}_u - \bar{h})/\bar{I} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

安定なるためには次のラウスの条件を満たすことが必要である。

$$A, B, C > 0, \quad AB - C > 0 \quad (15)$$

なお、次の簡単な関係式を付け加えておく：

$$\text{前方加速度} : \dot{U}/g = u/\bar{g} \quad (16)$$

$$\text{平衡速度} : u = -\theta \quad (\bar{h} = \bar{M}_u \text{ の下に}) \quad (17)$$

4. 数値計算

4.1 代表的数値 第3図には馬力荷重 vs. 円板荷重を示す。円板荷重は、2~20 lb/ft²、すなわち 10~100 kg/m² の間にある。よって $V = 9 \sim 30$ m/sec である。

第4図の右方は、ダクト・リップの大きいほうで $\partial M/\partial U = 1$ ft-lb/kt; $U = 0 \sim 8$ kt を示す。この模型は $D = 28''$, $T = 30$ lb したがって $V = \sqrt{T/\rho A} = 16.4$ m/sec である。これから $\bar{g} = gD/V^2 = 0.026$ がえられる。そして

$$\bar{M}_u = \frac{M/U}{D^2} \sqrt{\frac{4}{\pi\rho T}} = 0.91 \quad (18)$$

がえられる。

第5図は、2ダクト支持のものである。

第3図 ダクト・ファンの馬力荷重 vs. 円板荷重 (文献10より)

第4図 $\partial M / \partial U_0$ を評価するための一資料 (文献7より) 第5図 $\bar{I}$ を評価するための一資料 (文献8より) 第6図 $\bar{M}_\theta$ と評価するための一資料 (文献1より)

第7図 $K_L = L/(\rho A V_T^2)$ を評価するための一資料 (文献6より)

$$\left\{ \begin{array}{l} D=28'' \\ \text{重量}=80 \text{ lb} \\ \text{長軸まわりの慣性能率}=2.2 \text{ slug-ft}^2 \end{array} \right.$$

これから、1ダクト支持のピークルへの近似として、

$$\bar{I} = I/mD^2 = 0.1625 \quad (19)$$

を得る。これは $h \approx 0$ の模型である。重心を上方にもつものではもっと大きくなる。よって $\bar{I} = 0.16X$ を採用しよう ($X > 1$)。

第6図はピッチ・ダンピングとして、

$$-\frac{dC_M}{d(q/\Omega)} = 0.05 \sim 0.15 \quad (20)$$

を与える。現在の記号では左辺は $-(V/V_T)\bar{M}_\theta$ となるので、

$$\begin{aligned} -\bar{M}_\theta &= (0.05 \sim 0.15) V_T/V \\ &= (0.05 \sim 0.15) / \sqrt{T/\rho A V_T^2} \\ &= (0.05 \sim 0.15) / \sqrt{K_L} \end{aligned} \quad (21)$$

第7図はダクトリップ半径の大きいもので $K_L \approx 0.03$ を示唆する。よって(21)から

$$-\bar{M}_\theta \approx 0.288 \sim 0.886$$

となり、中間値は0.577である。

4.2 安定判別式の計算 上述の諸パラメータ値は、ばらばらのものである。しかしいまのところ筆者にはもっと整合性のある資料は入手しえないので、一応これらのものを用いることにする。すなわち、

$$\left. \begin{array}{l} \bar{M}_u = 0.91, \bar{I} = 0.16X \\ \bar{M}_\theta = 0.577, \bar{g} = 0.026 \end{array} \right\} \quad (22)$$

を採用する。すると、(14)から

$$\left. \begin{array}{l} A = \bar{g}(\bar{h}^2 - 0.91\bar{h} + 0.16X + 0.577)/\bar{I} \\ B = 0.577\bar{g}^2/\bar{I}, C = (0.91 - \bar{h})\bar{g}^2/\bar{I} \end{array} \right\} \quad (23)$$

第8図には $X=1, 5$ のときの

$$AB \text{ vs. } \bar{h}, C \text{ vs. } \bar{h}$$

をプロットした。安定領域は $\bar{h} \approx 1$ のきわめて狭い部分にある。 $\bar{h} < 0$ に安定領域はない。これはチャールス・ジンマーマンの基本思想の妥当性を立証している。 X を1→5とすると安定領域はかえって減っている。

第8図 安定性パラメータ AB, C , vs. $\bar{h}$

4.3 不安定にならない簡易設計法 式(22), (23)はそれほど信頼性ある数値には基づいてはいない。よってこれらの数値に強く支配されない、もっと簡明な近似設計法を述べよう

それには $C=0$, すなわち $\bar{h} = \bar{M}_u$ とする。そのとき、

$$A = \bar{g}(\bar{I} - \bar{M}_\theta)/\bar{I}, B > 0, C = 0 \quad (24)$$

となり、中立安定となることが示唆される。運動方程式は、

$$\left. \begin{array}{l} u' + \bar{g}u = -\bar{g}(\theta + \bar{h}\theta') \\ \bar{I}\theta'' = \bar{g}\bar{M}_\theta\theta' \end{array} \right\} \quad (25)$$

ゆえに、 θ については u に無関係に解ける。その θ を第1式に入れると u が解ける。初期条件、

$$t=0 \text{ で } u=u_0, \theta=\theta_0, \theta'=\theta'_0 \quad (26)$$

を与えると

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \theta_\infty - (\theta'_0/\Theta)e^{-\Theta t} \\ u = u_\infty - \bar{g} \frac{\theta'_0(\Theta\bar{h}-1)}{\Theta(\bar{g}-\Theta)} e^{-\Theta t} \\ \quad + \left[u_0 + \theta_0 + \theta'_0 \frac{\bar{h}\bar{g}-1}{\bar{g}-\Theta} \right] e^{-\Theta t} \\ \Theta \equiv \bar{g}|\bar{M}_\theta|/\bar{I} \\ \theta_\infty \equiv \theta_0 + \theta'_0/\Theta, u_\infty \equiv -\theta_\infty \end{array} \right\} \quad (27)$$

$t \rightarrow \infty$ で $\theta, u \rightarrow 0$ とはならないが θ_∞, u_∞ は有限である。これが中立安定たるゆえんである。

もしも、(22)式の数値を用い、かつ

$$\left. \begin{array}{l} \theta_0 = 0.1 \text{ rad}, u_0 = 0.1 \\ \dot{\theta}_0 = 0.1 \text{ rad/sec } (\theta'_0 = 0.00434) \end{array} \right\} \quad (28)$$

という初期値を用いると

$$\theta_\infty \approx 0.2, U_\infty = -3.3 \text{ m/sec} \quad (29)$$

となり、おだやかな値である。また

$$\begin{aligned}\dot{U}/g &= -(\theta_0 + u_0 + \tilde{h} \cdot \theta_0') \\ &= -(\theta_0 + u_0 + \tilde{M}_u \theta_0') \approx -0.2\end{aligned}\quad (30)$$

すなわち初期加速度もおだやかである。

水平突風応答性：この $C=0$ とする設計法について

特記したいことがある。それは水平横風突風に対してピークルは傾けられることなく、ただ横に流されるだけである、ということだ。こうして約25年前、アメリカで作られたあるタイプのもの、ダクトなしロータ型式、が突風で転覆した⁴⁾というような事故を防止で

第9図 式(14)の固有値 vs. $\tilde{h}(X=1)$
式(22)で与えられたパラメータ値を用いた。

きよう。

4.4 Off-Design での挙動 式(14)の特性値を $X=1$ に関して数値計算した結果を第 9 (a), (b) 図に示す。 $\tilde{h} \doteq \tilde{M}_u$ を中心とする狭い幅の中に安定領域がある。 $\tilde{h}=0$ では振動的発散であり、文献 8, 9 の結果と一致する。この傾向は $\tilde{h}=-1$ ぐらいまでは続いている。逆に $\tilde{h}=1 \sim 2$ となると非振動的発散が現われてくる。 $\tilde{h} \doteq \tilde{M}_u$ の近くのみには奇跡的な安定領域があり、ヒラー VZ-1 はここをうまく探り当てたのだろうと推察される。

4.5 ダクト・リップの曲率について ダクト・リップ曲率の大小については種々の議論がある。しかし私は大きいほうがよいと考える。揚力は全速度域で大きい (第 7 図)、過大となりがちな $\tilde{M}_u$ は $\tilde{h}$ を大きくすることで相殺すればよいからである。少なくとも $h \leq D$ で収まれば問題はなかろう。

5. 結 論

ダクトッド・ファン VTOL—Flying Platform—は安全で最简单的航空機であり、いまなお静かなるブームが続いている。ヒラー VZ-1 が相当な満足を取めたにもかかわらず、その後の多数ダクト支持ビークルに関する実験は高い重心位置という根本原理を無視して動的不安定のため (自動制御なしでは) 失敗してしまった。

いまや原点に帰り、最简单的ヒラー VZ-1 に近いものをレジャー用として用い、実用試験段階に入るべきである。この間に経験を積み、改善を重ねれば空中作業台などの用途が拓けよう。

なによりも重要なことは、安定性解析、とくに重心位置の決定である。本論では一つの簡単な設計目標を示した。それは中立安定をねらうものである；それは水平移動速度と姿勢角と非連成ならしめる。ほぼ中立安定でも十分なコントロール能力さえあれば何らの問題もないであろう。また、この設計で横風突風により

転覆することはなくなり、ただ、横に流されるだけとなる。

低速度の欠点はレジャー用ならば許容される。そしてレジャーから真の実用段階に移行する際まで、解決を延ばしておけばよい。

本研究において川本知徳技官は作図の労をとられた。丹羽昌平博士は原稿の重要ミスを指摘くださった。加藤三千代教務員は第 9 図の計算をお引き受けくださった。これらの方々に深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 内藤 晃：ダクトッド・ロータのビッチダンピング、日本航空宇宙学会誌, 31 (1983), pp. 268-274.
- 2) 杉浦一郎, 丹羽昌平, 成瀬禎一, 伊藤満男, 坂本研二：フライング・フラットベッドの姿勢制御, 第 21 回飛行機シンポジウム講演集, 1983, pp. 322-325.
- 3) Jane's All the World Aircraft (1957-58), Jane's Publishing Company, London, 1958.
- 4) John P. Campbell (水野 洸訳) : Vertical Take-Off and Landing Aircraft (和文タイトル: VTOL のすべて), 航空情報, 1963 年 12 月号, pp. 58-61; 1964 年 2 月号, pp. 58-61.
- 5) Kirby, R. H.: Dynamic Stability and Control Characteristics of a Ducted-Fan Model in Hovering Flight, NACA RM L 54 C18 (1954).
- 6) Sissingh, G. J. and Sacks, A. H.: Comments on Present Ducted Fan Research, Ducted Fan Symposium at M. I. T., 1958.
- 7) Parlett, L. P.: Experimental Investigation of Some of the Parameters Related to the Stability and Control of Aerial Vehicles Supported by Ducted Fans, NASA TN D-616 (1960).
- 8) Parlett, L. P.: Stability and Control Characteristics of a Small-Scale Model of an Aerial Vehicle Supported by Two Ducted Fans, NASA TN D-920 (1961).
- 9) Parlett, L. P.: Stability and Control Characteristics of a Model of an Aerial Vehicle Supported by Four Ducted Fans, NASA TN D-937 (1961).
- 10) Johnson, R. S., Jr.: The Ducted Fans as Applied to the Convoplane Concept, Ducted Fan Symposium at M. I. T., 1958.