Weis-Fogh メカニズムの空力特性 (II)*¹

渦糸近似法による計算

Aerodynamic Characteristics of the Weis-Fogh Mechanism (II)

Numerical Computations by the Discrete Vortex Method

葛原 道久*²・木村 雄吉*²

Michihisa TSUTAHARA and Takeyoshi KIMURA

Key Words: Aerodynamics, Insect Flight, Unsteady Flows, Wings, Vortex Method

Abstract

Aerodynamic characteristics of the Weis-Fogh mechanism which is a lift generating mechanism of hovering flight of small insects were studied by the discrete vortex method. Two flat wings were approximated by a finite number of bound vortices, and the unsteady force due to the change of the strengths of these vortices was estimated by a contour of integration including newly introduced nascent vortices. A sufficient lift is generated in all the stages of the wing motion. Especially, at the final stage of the closing motion, the moment for closing the wing becomes very large while the lift remains moderate. At the same stage, a jet is produced between the two wings and a region of high speed flow also appears in the back side of each wing.

1. ま え が き

小バチの静止飛行における揚力発生の原理である、Weis-Fogh メカニズム^{1,2)}の空力特性については、著者らが完全流体の仮定で報告した³⁾。また、同じく著者らにより、このメカニズムを船舶の推進機構に応用する試みも、行われている^{4,5)}。一方、Weis-Fogh メカニズムそのものについての研究は、おもに2次元モデルに対してなされており、Edwards と Cheng⁶⁾は、単一の放出渦のモデルを用いて流れ場を解析し、翼まわりの循環あるいは剝離泡の渦の中心の位置等が、Maxworthy の実験⁷⁾とよく一致することを示した。また最近 Spedding と Maxworthy⁸⁾は、翼まわりの流れをより詳細にしらべるとともに、揚力等の測定も行った。彼らは、2枚の翼が互いの後縁を中心に開き、180°回転して閉じるという、いわゆる 'fling' あ

るいは開く過程から、'clap' あるいは閉じる過程へと、連続的につながる翼の運動について、実験を行っている。

われわれは、今回前報に続き、2枚の翼が後縁を接してその周りに回転して開いた後、分離して並進運動を行う。また2枚の翼が、ある開き角を保って並進運動しつつ接近し、互いの前縁を接した後そのまわりに回転して閉じるという、二つの場合について、渦糸近似法を用いて計算を行った。ここでは、第1図に示すように、前者を翼が開く場合、後者を閉じる場合と呼んでおく。

渦糸近似法の基礎となるポテンシャル流れ場は、前報で行ったように、等角写像により求めることも可能であるが、翼が接して回転し開く過程（あるいは閉じる過程）と、分離して並進運動する過程とでは、写像関数がまったく異なったものとなり、両者をスムーズにつなぐことは困難である。そこで今回は、翼を有限個の束縛渦で近似することにより、解析を行った⁹⁾。

2. 流れ場の解析

解析は、2枚の翼が接しているときと、離れているときとでは、境界条件等が異なるので、別々に行う。いずれの場合も、2枚の翼は対称に運動するので、対称面を固体壁として扱う。また、翼が開く場合と閉じる場合とでは、パラメータの符号が変わるだけで、同じ解析であるから、ここでは開く場合について述べる。

2.1 翼が後縁を接して回転しているとき 第2図に示すように、翼を長さの等しい m 個の小部分に分割し、その中心に束縛渦を置くことにより近似する。後縁のほうから順に、束縛渦の強さを、 $x_{b1}, x_{b2}, \dots$ とする。また前縁付近、翼弦方向に距離 d 離れた点から、時間間隔 Δt ごとに1個ずつ渦を放出する。こ

*¹ 昭和60年10月18日、第17回流体力学講演会にて一部講演。昭和62年4月17日原稿受理

*² 神戸大学工学部

第1図 翼の動きの2次元モデル

第2図 開く過程

○: 束縛渦, ⊗: 放出渦, ●: 検査点

れら放出渦は、発生した後はその強さを変えずに、流れにより移動するものとする。

いま、原点を翼の後縁にとった直交座標で表わし、複素数 $z = x + iy$ を用いると、流れの複素ポテンシャルは

$$F(z) = i \sum_{j=1}^m \kappa_{bj} \{ \log(z - z_{bj}) - \log(z - \bar{z}_{bj}) \} + i \sum_{l=1}^n \kappa_{fl} \{ \log(z - z_{fl}) - \log(z - \bar{z}_{fl}) \} \quad (1)$$

と表わされる。ここで κ_{bj} と z_{bj} は、それぞれ束縛渦の強さと位置を表わし、 $\bar{z}_{bj}$ は z_{bj} の共役複素数で、 κ_{bj} の壁面(対称軸)に対する鏡像の位置を表わしている。また κ_{fl} は放出渦の強さで、1回目の放出から順に $\kappa_{f1}, \kappa_{f2}, \dots$ とし、 $z_{fl}, \bar{z}_{fl}$ はそれぞれそれらの位置と鏡像の位置である。

各タイムステップにおいて、翼上の m 個の束縛渦と新しく導入される放出渦1個の、合計 $m+1$ 個の未知数を決定しなければならない。これには、前縁、後縁を含み、先に述べた翼の小部分の端、すなわち隣り合う渦の中心点を検査点として、これらに境界条件を

第3図 並進運動の過程

適用する。

後縁を除いた m 個の点で、流れ関数(複素ポテンシャルの虚数部)に対して

$$\psi = -\frac{1}{2} \Omega |z|^2 \quad (2)$$

なる条件を適用する。ここで Ω は翼の回転の角速度である。後縁では、(1)で示される複素ポテンシャルから $\psi=0$ は自動的に満たされているので、ここでは速度の条件

$$\operatorname{Re} \left(\frac{dF}{dz} \right)_{z=0} = 0 \quad (3)$$

を用いる。ここで Re は実数部を表わす。

放出渦は、時間間隔 Δt の間に、束縛渦や他の放出渦から誘導される速度 $\dot{z}_{fl}$ で

$$z_{fl}(t + \Delta t) = z_{fl}(t) + \dot{z}_{fl} \Delta t \quad (4)$$

により移動するものとする。

2.2 翼が並進運動するとき 2枚の翼は、ある角度まで開いた後、分離して並進運動を行うが、このときは翼の両縁から流れは剥離していると考えられるので、第3図に示すように、翼弦方向に d だけ離れた両縁近傍から、各タイムステップに2個ずつ渦を放出する。複素ポテンシャルは、(1)と同じ形に表わされるが、 $m+1$ 個の束縛渦、放出渦の強さを決めるのに、先述の $m+1$ 個の点で

$$\psi = -V|z - z_0| \cos \phi + \psi_0 \quad (5)$$

であるという条件を用いる。ここで V は翼の並進の速度で、 z_0 は後縁の位置、 α は開き角である。また ψ_0 は、翼後縁での流れの関数で、これも未知数である。新しく ψ_0 が未知数として導入されたので、これらを決定する他の二つの条件として、一つは任意の検査点で速度の条件を用いる。いま、後縁を選ぶと

$$\operatorname{Im} \left\{ \left(\frac{dF}{dz} \right)_{z=z_0} e^{i\alpha} \right\} = V \cos \alpha \quad (6)$$

が得られる。ここで、 Im は虚数部を表わす。他の一つは、Kelvin の循環定理を用いて

$$\sum_{j=1}^m x_{bj} + \sum_{l=1}^n x_{tl} = -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \quad (7)$$

という条件である。ここで Γ_0 は、翼が分離する直前の束縛渦と循環の和である。

3. 力とモーメントの計算

ここでは、翼まわりに圧力を積分することにより、翼に働く力、およびモーメントを計算する方法を定式化し、それにより計算を行った。

圧力は圧力方程式

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \frac{dF}{dz} \right|^2 \right) + \text{const} \quad (8)$$

から得られる。平板翼に働く力は、翼表面にそって圧力を積分することにより

$$X - iY = -i \oint_B p dz \quad (9)$$

と求まる。(8)を(9)に代入して積分を行うに際して、(8)の右辺の第3項の定数項は積分により消える。そこで(8)の右辺第1項、第2項それぞれの積分を

$$X_1 - iY_1 = i\rho \oint_B \frac{\partial \phi}{\partial t} dz \quad (10)$$

$$X_2 - iY_2 = \frac{i\rho}{2} \oint_B \left| \frac{dF}{dz} \right|^2 dz \quad (11)$$

として別々に考察する。

まず(10)について、翼上の特異点を除いた翼面(複素平面の切れ目と考えられる)上の任意の点の上側と下側とでは、 ϕ は同じ値をとる。したがって $\partial \phi / \partial t$ も両側で同じ値である。よって $\partial \phi / \partial t$ を一周積分すると0になる。また、特異点まわりはこれをさけるため、 ϕ を複素数 $\bar{F} = \phi - i\psi$ に拡張し、第4図に示すように、特異点まわりの小さな円周に沿って積分し、その半径が0となる極限をとる。すなわちこのような積分路で(10)は

$$X_1 - iY_1 = i\rho \oint_B \frac{\partial \bar{F}}{z t} dz \quad (12)$$

となる。また(11)については

$$X_2 - iY_2 = \frac{i\rho}{2} \oint_B \frac{dF}{dz} d\bar{F} \quad (13)$$

と変形できるが、上の議論同様、特異点を除いた翼面の両側で dF/dz , ψ とともに同じ値をとる。また特異点

第4図 積分路

まわりの積分は、渦点近傍の流線は同心円で、その半径0の極限の同心円に沿って積分を行うと、そこでは $d\psi = 0$ である。したがって

$$\oint_B \frac{dF}{dz} d\psi = 0 \quad (14)$$

であり、(14)式に $2i$ をかけて(13)に加えると

$$X_2 - iY_2 = \frac{i\rho}{2} \oint_B \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 dz \quad (15)$$

となる。結局力の式は拡張された Blasius の式

$$X - iY = i\rho \oint_B \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} dz + \frac{i\rho}{2} \oint_B \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 dz \quad (16)$$

となる。

翼まわりのモーメントも同様に

$$M = \text{Re} \left\{ -\rho \oint_B \frac{\partial F}{\partial t} (\bar{z} - z_0) dz - \frac{\rho}{2} \oint_B \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 (z - z_0) dz \right\} \quad (17)$$

で求められる。

力の式(16)の右辺第2項((15)式)は、 $(dF/dz)^2$ が z の1価関数であるから、容易に積分路内の特異点に留数定理を用いることにより

$$\begin{aligned} X_2 - iY_2 &= -\pi\rho \left[\sum_{j=1}^m \frac{2x_{bj}}{z_{bj} - \bar{z}_{bj}} - \sum_{j=1}^m x_{bj} \left\{ \sum_{k=1}^m \frac{x_{bk}}{z_{bj} - z_{bk}} - \sum_{k=1}^m \frac{2x_{bk}}{z_{bj} - \bar{z}_{bk}} \right\} \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{j=1}^m x_{bj} \left\{ \sum_{l=1}^n x_{tl} \left(\frac{1}{z_{bj} - z_{tl}} - \frac{1}{z_{tl} - \bar{z}_{tl}} \right) \right\} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

と表わされる。右辺第1項((12)式)を見積もるのに、被積分関数の共役複素数を考えると

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} &= i \sum_{j=1}^m x_{bj} \left\{ \frac{-\dot{z}_{bj}}{z - z_{bj}} + \frac{\dot{\bar{z}}_{bj}}{z - \bar{z}_{bj}} \right\} \\ &\quad + i \sum_{l=1}^n x_{tl} \left\{ \frac{-\dot{z}_{tl}}{z - z_{tl}} + \frac{\dot{\bar{z}}_{tl}}{z - \bar{z}_{tl}} \right\} \\ &\quad + i \sum_{j=1}^m x_{bj} \{ \log(z - z_{bj}) - \log(z - \bar{z}_{bj}) \} \quad (19) \end{aligned}$$

となる。上式の、中括弧で結んだ右辺第1項、第2項はそれぞれ束縛渦と放出渦の移動によるものであり、第3項は束縛渦の時間的変化によるものである。

翼面上の1周積分において、(18)の右辺第1項は、束縛渦に留数定理を用いて見積もることができ、第1項は0となる。第3項について、 $\bar{z}_{bj}$ を含む2番目の項は積分路内 $z_{bj}(j=1, \dots, m)$ に、 m 個の対数特異点を持ち、一般に

$$\sum_{j=1}^m \dot{x}_{bj} \neq 0$$

であるから、積分路を1周しても、もとの点に戻らない。翼面が流れ場の切れ目であると考え、後縁を接している場合(あるいは翼後縁が固体壁に接してい

る場合)には、この積分は翼面上の厳密な意味の1周積分ではなく、翼後縁の下側から翼面にそって左まわりに翼後縁の上側まで積分すると考えればよい。

翼が分離して流れの中にあるときには、積分の始点と終点をどこに選ぶかにより積分値が変化する。これらの矛盾は本来 Kelvin の定理から、局所的にも循環が変化すべきでない渦糸(束縛渦)の循環を、境界条件を満たすように時間的に変化させていることからくる。そこで、渦全体の系での Kelvin の定理である(7)式を、時刻 t と $t+\Delta t$ とに適用し、その差をとると

$$\sum_{j=1}^m \{x_{bj}(t+\Delta t) - x_{bj}(t)\} + \sum x_{ti}^{\text{new}} = 0 \quad (20)$$

が得られる。ここで x_{ti}^{new} は、時刻 t と $t+\Delta t$ の間に放出された自由渦の強さである。(20)を Δt で割って $\dot{x}_{bj}$ を

$$\dot{x}_{bj} = \frac{x_{bj}(t+\Delta t) - x_{bj}(t)}{\Delta t}$$

で差分的に計算するとすれば

$$\dot{x}_{bj} + \sum \frac{x_{ti}^{\text{new}}}{\Delta t} = 0 \quad (21)$$

第5図 放出渦を考慮した積分路

となる。すなわち、前縁、後縁からの放出渦の強さに $1/\Delta t$ をかけたものを加えることにより、積分路を閉じさせて積分値を一意的に定めることができる。したがって前縁、後縁での積分路は第5図に示すように、新しく放出された渦を含むようにする。この部分は前縁(あるいは後縁)と放出渦の間の切れ目を横切って、ここで偏角が $2\pi x_{ti}^{\text{new}}/\Delta t$ 増加すると考えてもよい。

簡単のため

$$G = i \sum_{j=1}^m \dot{x}_{bj} \{ \log(z - z_{bj}) \} + i \sum \frac{x_{ti}^{\text{new}}}{\Delta t} \log(z - z_{ti}^{\text{new}}) \quad (22)$$

と書くと、前述のように、この項の虚数部を1周積分すると0になるから実数部のみから計算できて

$$\oint_B G dz = \oint_B \arg(G) dz \quad (23)$$

が得られる。ここで $\arg(G)$ は、 G の偏角を表わす。

前に述べた、2枚の翼が後縁を接している場合も、2枚全体を考えると、やはり前縁からの放出渦を加えて考えるべきであるから、そのうちの1枚のみを扱う場合も、新しい放出渦を考慮して積分路を考えるのが自然である。しかし、この場合にはいずれにせよ、積分路は、縁でも一般的には閉じることはない。結局(12)は、翼面上の束縛渦と各タイムステップに新たに前縁から放出された渦のみで見積もることができ

$$X_1 - iY_1 = 2\pi\rho i \left[\sum_{j=1}^m x_{bj} \dot{z}_j \right]$$

第6図 開く場合の揚、抗力、モーメント係数 ($\alpha=45^\circ$)

$$-\left\{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^j \dot{x}_{bq} \Delta r_i + \frac{x_{ti}^{new}}{\Delta t} \right|_{LC} e^{-i\alpha} \right\} \quad (24)$$

と表わすことができる。ここで上式の右辺第2項の Δr_j は $|z_{b,j} - z_{b,j-1}|$ ($j=1, 2, \dots, m$) であり, z_{b0} は翼の後縁 z_0 に対応している。添字 L は前縁から放出された渦を表わし, C は翼弦長である。式(24)で注意す

べきは, 後縁から渦の放出がある場合でも, この力の計算には陽的には表われないで, $\dot{x}_{b,j}$ に陰的にきいてくるだけである。積分の始点を後縁でなく, 他の点にとれば, もちろん後縁からの放出渦が式の中に現れる。式(8)と(24)から, 翼に働く力が求まる。

モーメントの式(17)についても, $(z - z_0) = e^{-2i\alpha}(z$

第7図 開く場合の揚, 抗力, モーメント係数 ($\alpha=60^\circ$)

第8図 閉じる場合の揚, 抗力, モーメント係数 ($\alpha=45^\circ$)

第9図 閉じる場合の揚, 抗力, モーメント係数 ($\alpha=60^\circ$)

第10図 翼が180°回転する場合の渦点の分布

$-z_0$) において, 上の同様の議論から, 特異点と, 翼面上の切れ目での複素ポテンシャルの偏角を見積もることにより計算でき

$$M = \text{Re}(M_1 + M_2) + M_3 \quad (25)$$

と表わすことができる. ここで, M_1, M_2 は複素数で M_3 は実数であり,

第11図 翼が180°回転する場合の揚力, モーメント係数

$$M_1 = -i\pi\rho \left[\sum_{j=1}^m \frac{2x_{bj}^2(z_{bj} - z_0)}{z_{bj} - \bar{z}_{bj}} - \sum_{j=1}^m x_{bj}(z_{bj} - z_0) \left\{ \sum_{k=1}^m \frac{x_{bk}}{z_{bj} - z_{bk}} - \sum_{k=1}^m \frac{2x_{bk}}{z_{bj} - \bar{z}_{bk}} \right\} - \sum_{j=1}^m 2x_{bj}(z_{bj} - z_0) \left\{ \sum_{l=1}^m \bar{x}_{tl} \left(\frac{1}{z_{bj} - z_{tl}} - \frac{1}{z_{bj} - \bar{z}_{tl}} \right) \right\} \right] \quad (26)$$

$$M_2 = 2\pi\rho e^{-2ia} \sum_{j=1}^m \dot{x}_{bj} \dot{z}_{bj} (z_{bj} - z_0) \quad (27)$$

$$M_3 = \pi\rho \sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^j \dot{x}_{bq} (\Delta r_j^2 - \Delta r_{j+1}^2) + \frac{\dot{x}_{tl}^{new}}{\Delta t} \Big|_L c^2 \quad (28)$$

と表わされる。

揚力係数, 抗力係数, モーメント係数をそれぞれ

$$C_L = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho V^2 C}, \quad C_D = \frac{\pm Y}{\frac{1}{2}\rho V^2 C} \quad (+: \text{開く場合})$$

$$C_M = \frac{\mp M}{\frac{1}{2}\rho \Omega^2 c^2} \quad (-: \text{閉じる場合}) \quad (29)$$

と定義する。

4. 計算結果

ここでは, 前述の開く場合と閉じる場合について力とモーメントを計算し, 流れ場を実験と比較した。そして Maxworthy⁷⁾あるいは Spedding と Maxworthy⁸⁾の実験と比較するため, 翼が後縁を接した

第12図 翼が180°回転する場合の翼まわりの循環

第13図 開く場合の流れの様子 ($\alpha=45^\circ$)
計算による図(左側)の実線は流線を表わしている。

まま 180° 回転する場合についても計算を行った。

第6図と第7図は、それぞれ翼が 45° あるいは 60° まで回転し、分離して並進運動をして、翼後縁と対称面の間が翼弦長の4倍まで離れる場合の、揚力係数、抗力係数とモーメント係数である。計算のパラメータは、 $\Delta t=0.05$, $d=0.008$, $\Omega=1$, $V=1$ である。モーメントは翼が回転している場合のみ示し、抗力は翼が並進運動している場合のみ示している。開く過程でも十分な揚力が出ており、並進運動に移ってからは、揚力、抗力とも多少の変動はあるものの、漸近値に近づいている。

第8図と第9図は、閉じる場合のもので、前と同じく前縁と対称軸との距離 $4c$ から接近するときの揚、抗力係数と、回転するときの揚力、モーメント係数である。揚力、抗力とも翼が対称面に近づくに従い増加する。回転して閉じる際には、角度が小さくなるにつれて揚力も幾分増加するが、前縁まわりのモーメントは非常に大きくなる。これは、翼の開き角が小さくなって、2枚の翼あるいは翼と対称面の間の流体を押し出すのに、大きなモーメントを必要とするが、揚力の方は、押し出される流体の速度は大きくなるものの、翼間の面積が小さくなり、流量が減少するためであ

る。これは小バチの飛行にとっては不利であるから、小バチの翅の運動は、翅を閉じる前に開く過程に移行するか、翅がその弾性により変形し、このような大きなモーメントを必要としないようになっているのであろう。

第10図は、翼が 180° 回転する場合の放出渦の分布の時間変化で、これは蝶の羽ばたきのモデルと考えられる⁸⁾。パラメータは $\Delta t=0.04$, $d=0.008$, $\Omega=1$ である。図中の+の記号は Maxworthy の可視化実験の渦の中心の位置を示し、計算との一致は非常によい。また第11図に、揚力係数と後縁まわりのモーメント係数を示す。揚力は、翼が約 90° 開いたときに最も大きく、これは Spedding と Maxworthy の実験でも示されている。しかし前と同様、翼が小さい角度まで閉じてくると、揚力はそれほど大きくなりえないのに、モーメントは非常に大きな値をとる。

第12図は、このときの翼の束縛渦と放出渦を含めた循環の和であり、これは開き角の小さいときに、Maxworthy の実験値より大きく、開き角が大きくなるに従い小さくなっている。これは、計算では回転の角速度一定としているのに対し、実験では開き始めて 20° 付近まで徐々に加速し、その後一定の角速度で開

第14図 閉じる場合の流れの様子 ($\alpha=45^\circ$)

いているのと、計算において、渦の放出位置の翼に対する相対位置を一定としていることによるものと思われる。

第13図、第14図は、それぞれ開く場合と閉じる場合の、計算とアルミ粉末トレーサ法での可視化¹⁰⁾による流れ場との比較である。両者は比較的良好に一致している。開く場合には、前縁から剥離した流れは剥離泡を形づくり、翼に再付着している。そして翼が並進運動すると、翼とともに移動しているのがわかる。また閉じる場合、開き角が小さくなるに従い、翼の間から強いジェットが出るが、翼の背面にも、後縁から出た渦と前縁から出た渦により誘導される、渦なしの非常に速度の大きい領域が現れている。なお実験では、翼の前縁の平均の移動速度と翼弦長 c を基準にとったレイノルズ数は、15,000 である。

5. 結 論

渦糸近似法により、Weis-Fogh メカニズムにおける流れ場と、翼に働く力、モーメントを求め、これまでの実験および可視化実験との比較も行った。

翼が回転して開く過程でも、十分な揚力が生じ、並進運動に至って、一枚翼の揚抗力に漸近する。

閉じる場合は、2枚の翼が近づくと揚抗力とも増加し、回転して閉じる過程では、開き角が小さくなるに従い、揚力はそれほど大きくはならないが、閉じるためのモーメントは非常に大きくなる。またそのとき、翼の間から強いジェットが出るが、翼背面にも流速の大きな領域が生じ、これは可視化実験とも一致する。

翼が後縁のまわりに1回転する場合、翼が開き角、

90° 付近で揚力が最も大きく、この事実も実験で確かめられている。また、閉じるに従い揚力、モーメントは上の場合と同じ傾向を示す

数値計算において、プログラム作製等お手伝いいただいた、長谷川幸芳君、出来元治君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Weis-Fogh, T.: Quick Estimations of Flight Fitness in Hovering Animals, *J. Exp. Biol.*, 59(1973), pp. 169-230.
- 2) Lighthill, M. J.: On the Weis-Fogh Mechanism of Lift Generation, *J. Fluid Mech.*, 60, Pt. 1(1973), pp. 1-17.
- 3) 薦原道久, 木村雄吉: Weis-Fogh (ヴァイス-フォー) メカニズムの空力特性, *日本航空宇宙学会誌*, 32(1984), pp. 154-162.
- 4) 薦原道久, 木村雄吉: Weis-Fogh メカニズムを応用した船の推進, *日本航空宇宙学会誌*, 33(1985), pp. 458-460.
- 5) 薦原道久, 木村雄吉: Weis-Fogh メカニズムを応用した船の推進機構, *日本機械学会論文集*, 51(1985), pp. 3137-3144.
- 6) Edwards, R. H. and Cheng, H. K.: The Separation Vortex in the Weis-Fogh Circulation-Generation Mechanism, *J. Fluid Mech.*, 120(1982), pp. 463-473.
- 7) Maxworthy, T.: Experiments on the Weis-Fogh Mechanism of Lift Generation by Insects in Hovering Flight, *J. Fluid Mech.*, 93, Pt. 1(1979), pp. 47-63.
- 8) Spedding, G. R. and Maxworthy, T.: The Generation of Circulation and Lift in a Rigid Two-Dimensional Fling, *J. Fluid Mech.*, 165(1986), pp. 247-272.
- 9) 坂田 弘, 足立武司, 稲室隆二: うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法, *日本機械学会論文集*, 49(1984), pp. 801-808.
- 10) 薦原道久, 木村雄吉: Weis-Fogh メカニズムの2次元モデルにおける流れ, 流れの可視化, 6(1986), pp. 301-306.