2次元膜翼の空力特性^{*)}

Aerodynamic Characteristics of Two-Dimensional Membrane Airfoils

杉本 剛^{**)}・佐藤 淳造^{**)}

Takeshi SUGIMOTO and Junzo SATO

Key Words: Membrane Airfoil, Integral Equation, Aerodynamic Characteristics

Abstract

A theoretical and experimental investigation has been made of a flow past a two-dimensional inextensible membrane airfoil with slackness. The basic equations based on a linearized inviscid theory have been analytically reformulated as a Fredholm integral equation of the second kind with an integral constraint, which has been solved by the degenerate kernel method. The experiment has been made of the measurements of lift, drag and moment acting on quasi-two-dimensional membranes and the visualization of the flow past them. From the comparison of the analysis and the experiments, following conclusions are obtained. 1) The linearized inviscid theory can predict fairly well the essential properties of flow around membranes with very small slackness. 2) As the excess length exceeds about five percent of the chord length, viscous effects prevail over the inviscid phenomena. 3) S-shaped membranes exist but exhibit a sustained oscillation.

1. はじめに

変形しやすい物体と流体の相互干渉について理解を深めることを目的とし、ハンググライダーやヨットのセイル(帆)を念頭に置いて膜翼の研究を行った。

2次元膜翼の理論的研究は、ポテンシャル流に薄翼近似を導入した解析を主流として、これまでに数多く行われてきている。初めて解析を行ったのは西ドイツの K. Voelz¹⁾で、その業績を知らずにイギリスの B. Thwaites²⁾とアメリカの J. N. Nielsen³⁾が相次いで独立に解を得ている。これら初期の段階で後述するような膜翼形状の多様性や空力特性のヒステリシス現象についての知見は得られており、その後の諸研究は、そ

デルの設定や仮定に若干手を加えたものの、現象の本質的理解をさらに深めるものではなかったといっても過言ではない。

それに対し、2次元膜翼に関する実験的研究の例は少ない。まとまった研究としては、NewmanとLow⁴⁾のものや、初めて C_l - α 曲線のヒステリシスが実際に存在することを報告した Greenhalgh ら⁵⁾のものが重要である。

日本では、村井と円山⁶⁻¹⁰⁾が、とくに後縁が弾性体で支持された膜翼の問題を中心に、理論的・実験的に研究を行っている。また山本ら^{11,12)}は、膜翼の安定性の問題を、非定常空気を考慮することで明らかにしつつある。

こうした研究状況のもと、本研究では、理論的には基礎方程式が第2種フレッドホルム型積分方程式に帰着されることを導き、この積分方程式の特性から解を求める一方で、3分力測定・可視化実験により、理論の妥当性と限界について知ることに主眼を置いた。

2. 記号

[A]: 影響係数マトリクス (式(13)および付記 A-1)

a_i : 式(9)で定義される未定定数

α : a_i を成分とする未知ベクトル (式(13))

b : 影響係数ベクトル (式(13)および付記 A-2)

C_d : 2次元抵抗係数

C_l : 2次元揚力係数

C_m : 四半翼弦まわりの頭下げモーメント係数

$\Delta C_p(x)$: 動圧で無次元化した圧力差

C_T : 動圧と翼弦長の積で無次元化した張力

C_{Ti} : 大きいほうから数えて i 番目の C_T の固有値

$f(x)$: 膜翼形状を表す関数 (第1図)

^{*)} 昭和61年4月9日、日本航空宇宙学会第17期年會講演会および昭和62年11月13日、第19回流体力学講演会にて発表。昭和62年4月30日原稿受理

^{**)} 東京大学工学部航空学科

$h_n(\phi)$: 分離された核関数の n 番目の独立変数部分

$h_n(\phi)$: 同じく積分変数部分 ($h_n(\phi)$ とともに式(8))

SR: たるみ比 (式(5))

$\overline{SR}$: $\alpha=1$ (rad) のばあいの SR

U_∞ : 一様流速 (第1図)

(x, y) : 直交座標系 (第1図)

α : 迎え角 (第1図)

x : 変換された積分変数 (式(8))

r : 積分変数

ϕ : 変換された独立変数 (式(8))

注記) プライムは x (もしくは r) に関する1階微分, ダブルプライムは同じく2階微分を表す

3. 理論解析

3.1 基礎方程式 流体は非圧縮定常ポテンシャル流として扱う。以下には伸びないがたるみのある膜翼についての定式化につき述べるが、伸びる膜翼についても同様な定式化・解析は可能である^{8,13)}。膜翼は、その質量、厚みと曲げ剛性が無視でき、無限に細い前後縁軸によって空間に固定されているものとする。

第1図の座標系に示されるように、迎え風を受けてある形状でつり合った膜翼を考える。膜翼微小部において、微小変形の仮定のもとに成立つ、法線方向および接線方向の力のつり合いから、次式が導かれる。

$$\Delta C_p(x) = -C_T f''(x) \quad (1)$$

$$dC_T = 0 \quad (2)$$

(2)より、張力は膜翼の部位によらず一定である。

微小変形を取り扱う限り、空気力の評価は薄翼近似理論で十分である。したがって、圧力差については次式が成立つ^{14,16)}。

$$\Delta C_p(x) = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \int_0^1 \sqrt{\frac{r}{1-r}} \frac{f'(r)-a}{x-r} dr \quad (3)$$

第1図 座 標 系

(1), (3)より ΔC_p を消去し、辺々を x について積分すれば次式を得る。

$$C_T f'(x) + \frac{4}{\pi} \left\{ \int_0^1 \sqrt{\frac{r}{1-r}} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \frac{dr}{r-x} \right\} a \\ = \frac{4}{\pi} \int_0^1 f'(r) \sqrt{\frac{r}{1-r}} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \frac{dr}{r-x} \quad (4)$$

(4)は膜翼形状関数の傾きに関する第2種フレッドホルム型積分方程式である。したがって、次のことがわかる^{14,15)}。

① $\alpha=0$ のばあい (4)の左辺第2項はなくなり、同次積分方程式となる(固有値問題)。膜翼の形状関数の傾き f' が固有関数、無次元張力 C_T が固有値にあたる。この固有解は無数個存在する。

② $\alpha \neq 0$ のばあい、(4)の辺々を α で割れば、 f'/α に関する式となる。このとき、 C_T が固有値と等しくなければ解は必ず存在する。ただし、相似解 f'/α が求まるため、 α の値は以下に述べる拘束条件から別途決めねばならない。

(4)を解くにあたり、さらに以下の条件が課される。

まず、膜翼前後縁固定の条件。

$$f(0)=f(1)=0 \quad (5)$$

次に、膜の長さが翼弦長よりどれだけ長いかを翼弦長との比で表したたるみ比 SR を、次式で定義し、導入する。

$$SR = \int_0^1 \sqrt{1+(f')^2} dx - 1 \\ \cong \frac{1}{2} \int_0^1 (f')^2 dx \quad (6)$$

本解析モデルでは、

$$SR = \text{const.} \quad (7)$$

である。(6)と(7)より、これが積分拘束条件であることがわかる。

こうして、2次元膜翼の問題は、積分方程式(4)を境界条件(5)および積分拘束条件(7)のもとに解く形に定式化された。

3.2 解法 物理的には、たるみに関する条件が与えられたうえで、ある迎え角の状態に置かれた膜翼の形状とそれに働く張力・空気力は定まる。

しかし、たるみに関する条件は弱い非線形性をもつ一方、積分方程式そのものは、 $\alpha=0$ とするかあるいは C_T を指定することにより、容易に解ける線形のものであることがわかっている。

そこで、(4)を(5)のもとで、 $\alpha=0$ または C_T を指定しまず解いて、その結果からたるみ比 SR と C_T の関係をグラフ (もしくは数表) として作成しておき、最後に SR に関する拘束条件を満たす解をさがすこと

にする。

積分方程式(4)を解くには、分離核の方法(別称バンシュール・グルサ核の方法)を用いる。この解法は、原理的には重み付き残差法であるが、厳密解を得る方法でもあることがわかっている^{14,15)}。

(4)の定積分と不定積分の順序を交換した後、不定積分を実行、適当な変数変換及び核関数のフーリエ級数展開を行えば、次式を得る。

$$C_1 f'(\phi) + 2(\phi + \sin \phi - \pi) a \\ - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f'(x) \sum_{n=0}^{\infty} k_n(x) k_n(\phi) dx - c_2 \quad (8)$$

ここに、

$$\phi = \cos^{-1}(1 - x/2)$$

$$x = \cos^{-1}(1 - \tau/2)$$

$$k_n(x) k_n(\phi) = \begin{cases} 2(1 - \cos x)(\phi - \pi) & n=0 \\ \frac{4}{\pi} \sin nx \sin x \sin n\phi & n \geq 1 \end{cases}$$

c_2 : 積分定数

さらに、次のような未定定数を定義する。

$$a_n = \int_0^\pi f'(x) k_n(x) dx \quad (9)$$

こうして定めた定数を(8)に導入することで、 f' は未定定数 a_n を係数にもつ関数の線形結合の形に展開できる。その f' を積分して境界条件(5)より積分定数を定めれば、 $f, f', \Delta C_p$ について下記の表式を得る。

$$f(\phi) = \frac{1}{2C_1} \left[c_1 + c_2 \cos \phi + 2a \left\{ \phi \cos \phi - \sin \phi - \frac{\phi}{2} + \frac{\sin 2\phi}{4} - \pi \cos \phi \right\} - \frac{2a_0}{\pi} (\phi \cos \phi - \sin \phi - \pi \cos \phi) + \frac{a_1}{\pi} (2\phi - \sin 2\phi) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{n} \left\{ \frac{\sin(n-1)\phi}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\phi}{n+1} \right\} \right] \quad (10)$$

$$f'(\phi) = \frac{1}{C_1} \left[2a \left\{ \frac{3}{4} \pi - \phi - \sin \phi \right\} + a_0 \frac{2\phi - \pi}{\pi} + a_1 \left(\frac{4}{\pi} \sin \phi - 1 \right) + \frac{4}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{n} \sin n\phi \right] \quad (11)$$

$$\Delta C_p(\phi) = 4a \cot \frac{\phi}{2} - \frac{8}{\pi \sin \phi} \left\{ \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\phi \right\} \\ = 4a \cot \frac{\phi}{2} - \frac{8}{\pi \sin \phi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\cos n\phi - (-1)^n}{\sin \phi} \quad (12)$$

ここに、 $c_1 = 3\pi a/2 - a_0 - a_1$, $c_2 = \pi a/2 - a_0 + a_1$
こうして積分方程式を解くことと、 a_n を定めるこ

ととは等価となる。そこで、無限個数のモードに展開されている厳密解を有限の N 番目までのモードで打ち切った解で近似することを考える。

(11)の両辺に $k_n(\phi)$ を乗じ、 ϕ について0から π まで積分し、 a_n に関する定義(9)を用いれば、 a_n に関する一次方程式を得る。この作業を $n=0 \sim N$ まで行えば、 a_n についての $N+1$ 元連立方程式が次のように得られる。

$$([A] - C[I])a = ab \quad (13)$$

ここに、

$[A]$: 影響係数マトリクス。成分については付記のA-1に示す

$[I]$: 単位マトリクス

$$a = (a_0, a_1, \dots, a_N)^T$$

b : 影響係数ベクトル。成分については付記のA-2に示す。

$a=0$ のとき、(13)が C_1 を固有値、 a を固有ベクトルとする固有値問題になるのは、(4)の積分方程式のそれに対応し、 $a \neq 0$ ならば、 a/a が解として求まるのも同様な対応を示している。

ところで、 $a \neq 0$ のばあいの相似解は、 $a=1$ として求めた解であると理解することができる。 $a=1$ のばあいの解を(5)に代入して得たたるみ比を $\overline{SR}$ とおくと、 $a=a$ のばあいのたるみ比 SR は、解の相似性から次のように表せる。

$$SR = a^2 \overline{SR} \quad (14)$$

したがって、 C_1 を指定すれば、 $\overline{SR}$ が求まり、与えられた SR 値の膜翼に働く張力が C_1 の指定値と一致するときの迎え角 α は、(14)より決定できるのである。任意の迎え角の情報が得たいばあいには、ニュートン法などの繰返し計算を行わねばならないが、形状と空気力と迎え角との関係を知るためなら、その必要はない。

3.3 解析例 以下に、 $N=24$ として3.2の解析を行った結果について述べる。

膜翼の形状は弦の振動モードのように波形である。ここでいう固有解とは、この波の山(谷)が一つ増すかどうかのしきいであると考えられる。

(13)より求めた C_1 の固有値は、大きいほうから、 $C_{11}=1.727$, $C_{12}=0.5562$, $C_{13}=0.4633$, $C_{14}=0.2934$, $C_{15}=0.2681$, $C_{16}=0.2000$ 等であった。これらの値はVoelz¹⁾, Thwaites²⁾, Nielsen³⁾, 村井と円山⁴⁾の求めたものとよく一致する。

これらのうち、大きな三つの固有解について、形状と圧力分布のモードを第2図に示す。 $C_{11} \geq C_{12}$ では膜翼は山形、 $C_{11} > C_{12} \geq C_{13}$ では山(谷)が二つのS字形、 $C_{11} > C_{12} \geq C_{13}$ では山(谷)が三つのM字形とな

第2図 固有解のモード (左:形状, 右:圧力差)

第3図 $\overline{SR}$ と C_n の関係 ($C_n \geq C_{n1}$)

り, 以下 C_n が固有値を超えるごとに, 形状に山 (谷) が増えていく。

また, 村井と円山⁶⁾によっても報告されているが, 奇数番目の固有値 $C_{n1}, C_{n3}, C_{n5}, \dots$ に対する解は, 翼弦方向に前後対称な形状になり, さらに圧力差の前縁での発散が消失する¹³⁾。

第3図には $\overline{SR}$ と C_n の関係を示した。この図から, 同一の迎え角 (同一の $\overline{SR}$ 値に対応) のもとに, いくつかの C_n 値をもつ解があることがわかる。そのような解の多様性は, C_n - α 曲線等にヒステリシスを生じさせる。ヒステリシスが起こる臨界状態は, 計算の結果 $C_n = 0.9165$ のときであることがわかった。この値は村井と円山⁶⁾のものとはよく一致するが, Greenhalgh⁴⁾が求めた値 0.902 とは少々異なる。

次に, $\overline{SR} = 0.01$ のばあいでは $C_n \geq C_{n2}$ の範囲の解に

(a) C_n - α diagram

(b) Pressure difference

(c) Sail shape

第4図 解析例 ($\overline{SR} = 0.01$ のばあい)

ついて, 第4図に C_n - α 曲線, 圧力差分布例, 形状例を示した。たとえば $\alpha = 10^\circ$ あたりから徐々に迎え角を下げていったばあいを想定すると, 初め形状は山形で, 迎え角を下げるに従い矢高ピーク (風圧中心) も後方へ移動する。 $\alpha = 0^\circ$ では, 前縁 suction は消えるが矢高による効果のみで正の揚力が発生している。また前述のとおり, 矢高ピークは翼弦中央となる。さらに迎え角を下げて負にすると, いままでと正負逆の

前縁 suction が現れる。これは、正の迎え角では下面にあったよどみ点が、 $\alpha=0^\circ$ を境に、上面へ移ったことを示している。よどみ点が上面に移った影響は比較的局所的で、膜翼前縁近くをわずかに押し下げてS字形状を生じさせるが、揚力は正に保たれる。しかし、 $C_L=0.9165$ にあたる $\alpha=-5.7^\circ$ を越えた迎え角でS字形状(およびより複雑な形状)が存在することはないので、下に凸の山形状への跳び移りが起こる。

第5図 C_L - α 曲線にみる解析と実験との比較

また、解が f/α , f'/α , $\Delta C_e/\alpha$ 等の形で相似性をもつゆえに、さまざまなSR値に対する解は、 α 軸をもつグラフ上では相似な曲線群として表される。第5図(a)は、 C_L - α 曲線群の例である。同図中の破線は等張力線を示している。

4. 風洞実験

4.1 実験装置・方法 第6図(a)に示すように、前後縁に直径3mmのドリルロッドを用い、それに木の整形部を取り付け、厚さ50 μ mのマイラー樹脂シートを膜面とした膜翼の模型を製作した。

風洞は東京大学工学部航空学科の2次元フラット風洞を用いた。主流風速は9.0~10.5m/sec、翼弦長(おもに200mmとした)により定義したレイノルズ数は 1.3×10^5 程度である。風洞の測定部は幅0.3m、高さ1.2mである。

3分力測定のため、特別な天秤を製作した。第6図(b)にスケッチを示す。この天秤で膜翼前後縁軸に働く力を測定することで、空気力を調べた。

前後縁軸(rod)は風洞内の模型からアクリル製観察窓(acrylic pane)に触れることなくそれを貫通し風洞外へ伸び、風洞外壁に固定されたロードセル(L)と連結した前後縁支持材(rod support)にベアリングを介して取り付けられている。この支持材に伝えられた軸力は、この原理でレバー(lever)によってロード

第6図 模型および実験装置
図中のLとFのみがアクリル壁に固定されている。

セルに伝わる。このレバーの支持は、摩擦を避けるためにパネ支点(F)とした。ロードセルは、翼弦方向の力を測るため風洞左右壁に1組、翼弦垂直方向の力とモーメントを測るために2組、合計3組を使用した。

ロードセルの出力を、オシロスコープでモニターしつつ、デジタルボルトメータによって読みとり、これをマイクロコンピュータに入力、処理して、 $C_l \cdot C_d \cdot C_m$ を得た。

なお、この天秤は模型とともに姿勢を変えるため、キャリブレーションは迎え角ごとに行った。

また、流れの可視化は、スモーク・ワイヤ法を用いた。

4.2 3分力測定結果 たるみが0.5, 1, 2.7, 5, 10%翼弦長 ($SR=0.005, 0.01, 0.027, 0.05, 0.1$) のばあいについて実験を行った。ただし $SR=0.1$ では、とくに小迎え角で激しい振動(はためき)が起こり、空気力の測定が不可能であったので、結果は示してな

い。

第5図にみるとおり、解析と実験の結果は、 $SR < 0.03$ では定性的に、そして $SR \leq 0.01$ ではある程度定量的にも一致している。一方、 $SR=0.05$ のばあいの実験値は他と明らかに異なった傾向を示している。この傾向は、レイノルズ数が本実験と同程度である Newman ら⁴⁾の知見とも一致する。

以下に、解析と実験の結果が定量的にもよく一致した例として $SR=0.01$ のばあいと両者の結果が定性的にも合わなかった例として $SR=0.05$ のばあいについて述べる。

$SR=0.01$ のばあいの実験結果を第7図に示す。ヒステリシスを起こす角度の予測も含め、線形ポテンシャル流理論は流れ場の理解に有効であることがわかる。正負の迎え角で $C_l-\alpha$ 曲線が予測どおり対称にならなかったのは、解析では考慮しなかった重力の影響(とくに前後縁の木製整形部の重量のため膜面が下に凸になりやすいため)と思われる。理論上のS字形に相当すると思われる形状は実際に観測されたが、可

第7図 実験結果 ($SR=0.01$ のばあい)
 図中、破線は解析結果を表す。実験値を表すシンボルは、○が定常状態、●が非定常状態のものであることを示す。

第8図 実験結果 ($SR=0.05$ のばあい)
 図中、破線は解析結果を表す。実験値を表すシンボルは、○が定常状態、●が非定常状態のものであることを示す。

視化写真に示すとおり変曲点をもつ山形を基本とした形状で、これを中心とした微小な一定振幅の自励振動を伴っている。一方、 $\pm 12^\circ$ を超えた大迎え角では、 C_m 値の発散的増大と C_l の低下とを合わせ考えて、低圧側に大きな剥離が生じ失速を起こしていることがわかる。また、剥離域の非定常性による振動もみられる。 C_m について、大迎え角での理論値と実験値のずれを除けば、両者の結果はよく一致しており、形状の予測も比較的妥当であることがわかる。

SR=0.05の結果を第8図に示す ヒステリシス現象こそ実際に起こるものの、解析と実験の結果は大きく食い違う 迎え角の絶対値の小さい -2° から $+2^\circ$ までの範囲では、形状に変曲点をもつばあいもたないばあいともに振動している。また、この迎え角の範囲では揚力傾斜は平板の理論値 2π の2.5倍前後とかなり大きい。これは粘性の影響による非線形揚力効果のためと考えられる(可視化実験の項で詳述)。剥離域は、矢高が大きいため、迎え角を大きくしていても徐々に広がっていくことが、 C_r 曲線と C_m 値の発散の様子からわかる。失速もおだやかである。またモーメントは、理論と実験の傾向はよく似ているが、揚力に大きな違いがあることを考えれば、風圧中心の位置が予測した点より後方にあることを示している。

4.3 可視化実験結果 第7図中に SR=0.01 のばあいについて3種の迎え角での写真を示す。以下、上に凸の形状について述べるが、下に凸の形状については天地を逆にすれば上に凸と等価である。 $\alpha=-4^\circ \sim -2^\circ$ では、条線が全体として中央部が上に凸になっており正の揚力が生じていること、膜の凹面側に剥離を伴う厚い境界層からなるよどみ域があって、その境界形状に非定常性が強いこと、等がうかがえる。 $\alpha=0^\circ \sim 4^\circ$ では、負の迎え角のときと変わって、凹面側のよどみ域がかなり小さくなり、後流も狭くかつ安定して見え、流れ場が全体的にはポテンシャル流的であることが理解できる。 $\alpha=6^\circ \sim 10^\circ$ では、前縁上面におそらく long bubble と思われる剥離域ができおり、矢高ピーク後方の剥離域の遡上と相まって、 $\alpha=8^\circ$ 付近で上面が全面剥離し大きな後流が作られ、失速していく過程がわかった。

第8図中には、SR=0.05のばあいについて3種の迎え角での写真を示した。 $\alpha=-1^\circ \sim 0^\circ$ では、SR=0.01のばあいほどではないが、条線が中央部で上に凸になっている様子がわかる。膜の凹面側のよどみ域はかなり厚く、その境界は矢高の大きさと同程度にうねり、大きく変動している。 $\alpha=2^\circ \sim 4^\circ$ では、迎え角を

上げるにつれて、凹面側のよどみ域が減少し(境界層厚さも減少していると考えられる)、後縁側から流れが膜面に沿うようになっていくことがわかった。したがって、迎え角を上げるに伴い、揚力を生ずる働きに寄与する有効な矢高の範囲が後縁側から増していくわけで、結果として非線形性の強い大きな揚力傾斜が得られている。 $\alpha=8^\circ \sim 14^\circ$ では、前縁上面に剥離が認められるが、矢高が大きいため迎え角を大きくしても裏面に再付着し bubble を形成している。したがって後縁側から剥離域が遡上するものの、前縁の bubble との合併はなかなか起こらない。このことは、失速がおだやかであることと符合している。

5. む す び

以上のことから、次の結論を得た。

- 1) レイノルズ数が 10^4 程度の流れでは、SR<0.03 では定性的に、SR $\leq$ 0.01 ではさらに定量的にも、実際の現象を線形ポテンシャル流理論で解釈しうる。
- 2) SR $\geq$ 0.05 では、粘性の影響が現象のかなりの部分を支配している。
- 3) 線形ポテンシャル流理論の予測どおりヒステリシス現象は存在するが、同一の迎え角のもと、理論上のS字形に相当する変曲点のある形状の膜翼は、一定振幅の自励振動を起こす。

今後は、膜翼の安定性や粘性の効果についての解析を進め、さらに深く現象を理解することが必要であろう。

本研究を進めるにあたり、実験装置・模型の製作で砂田保人技官のお世話になりました。心より御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Voelz, K.: Profil und Auftrieb eines Segels, Z. angew. Math. Mech., 30 (1960), pp. 301-317.
- 2) Thwaites, B.: The Aerodynamic Theory of Sails I. Two-dimensional Sails, Proc. R. Soc. London, Series A, 261 (1961), pp. 402-422.
- 3) Nielsen, J. N.: Theory of Flexible Aerodynamic Surfaces, Trans. ASME, Series E, 85 (1963), pp. 435-443.
- 4) Newman, B. G. and Low, H. V.: Two-dimensional Impervious Sails: Experimental Results Compared with Theory, J. Fluid Mech., 144 (1984), pp. 445-462.
- 5) Greenhalgh, S., Curtis, H. C. Jr., and Smith, B.: Aerodynamic Properties of a Two-Dimensional Inextensible Flexible Airfoil, AIAA J., 22 (1984), pp. 865-870.
- 6) Murali, H. and Maruyama, S.: Theoretical Investigation of the Aerodynamics of Double Membrane Sailing Airfoil Sections, J. Aircraft, 17 (1980), pp. 294-299.
- 7) Murali, H. and Maruyama, S.: Theoretical Investigation of Sailing Airfoil Taking Account of Elasticities, J. Aircraft, 19 (1982), pp. 385-389.

- 8) 村井 等, 円山重直: 1枚翼面セルウィングの翼形モードの多様性とその静的安定性, 日本機械学会論文集 B 編, 49 (1983), pp. 1389-1397.
- 9) 村井 等, 円山重直: 1枚翼面セルウィングの二次元非定常特性および静的安定性の実験的研究, 日本機械学会論文集 B 編, 51 (1985), pp. 1393-1399.
- 10) 村井 等, 円山重直: 1枚翼面セルウィングの二次元非定常特性の理論的研究, 日本機械学会論文集 B 編, 51 (1985), pp. 2068-2075.
- 11) 山本恭二, 菅長和彦: 流れの中の可換膜の振動, 飛行体まわりの制離流の解析シンポジウム報告書 (1986), pp. 77-83.
- 12) 山本恭二, 石丸一量: 流れの中の可換膜の振動 (II), 飛行体まわりの制離流の解析シンポジウム報告書 (1987), pp. 80-83.
- 13) 杉本 剛: 2次元セルに関する基礎的研究, 東京大学工学部修士論文, 1987.
- 14) Tricomi, F.G.: Integral Equations, Interscience Pub., New York, 1967.
- 15) Atkinson, K.E.: A Survey of Numerical Methods for the Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind, SIAM, Philadelphia, 1976.
- 16) Ashley, H. and Landahl, M.: Aerodynamics of Wings and Bodies, Addison-Wesley Pub. Co. Inc., Reading, 1965.

付記 影響係数の具体形

式(13)の $[A]$ マトリクスの成分 A_{ij} は以下のとおりである.

$i=1$ のとき

$$A_{11} = \frac{4}{\pi}$$

$$A_{12} = \frac{8}{\pi} - \pi$$

$$A_{1j} = \begin{cases} -\frac{8}{\pi} / [(j-1)^2 - 1] & j: \text{奇数} \\ \frac{8}{\pi} / (j-1)^2 & j: \text{偶数} \end{cases}$$

$i=2$ のとき

$$A_{21} = 0$$

$$A_{22} = \frac{16}{3\pi} - \frac{\pi}{2}$$

$$A_{2j} = \begin{cases} 0 & j: \text{奇数} \\ -\frac{16}{\pi} / [(j-1)^2 \{(j-1)^2 - 4\}] & j: \text{偶数} \end{cases}$$

$i \geq 3$ で奇数のとき

$$A_{i1} = -\frac{8}{\pi} \cdot \frac{i-1}{[(i-1)^2 - 1]^2}$$

$$A_{i2} = 0$$

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(j-1)} \left\{ \frac{1}{(j+i-2)^2 - 1} - \frac{1}{(j-i)^2 - 1} \right\} & j: \text{奇数} \\ 0 & j: \text{偶数} \end{cases}$$

$i \geq 4$ で偶数のとき

$$A_{i1} = 0$$

$$A_{i2} = -\frac{16}{\pi} / [(i-1)\{(i-1)^2 - 4\}]$$

$$A_{ij} = \begin{cases} 0 & j: \text{奇数} \\ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(j-1)} \left\{ \frac{1}{(j+i-2)^2 - 1} - \frac{1}{(j-i)^2 - 1} \right\} & j: \text{偶数} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

また, 式(13)の b ベクトルの成分 b_i は以下のとおりである.

$$b_1 = 8 - \frac{\pi^2}{2}$$

$$b_2 = \frac{8}{3} - \frac{\pi^2}{4}$$

$$b_i = \begin{cases} -\frac{8(i-1)}{[(i-1)^2 - 1]^2} & i \geq 3 \text{ で奇数} \\ -\frac{8}{(i-1)\{(i-1)^2 - 4\}} & i \geq 4 \text{ で偶数} \end{cases}$$

(A.2)