衝撃破壊じん性試験における動的応力拡大係数の数値計算*¹ Numerical Computation of Dynamic Stress Intensity Factor for Impact Fracture Toughness Test

中 野 元 博*²・岸 田 敬 三*²
 Motohiro NAKANO and Keizo KISHIDA

Key Words : Fracture, Stress Intensity Factor, Impact Test, Finite Element Method

Abstract

Consideration of inertia effect is important to estimate the stress intensity factor for impact fracture toughness test. In the present paper the dynamic stress intensity factor $K(t)$ is calculated from $K(t) = \alpha(t) \cdot K^{\text{stat}}$, where $\alpha(t)$ is the impact response function and K^{stat} is the corresponding static value. The $\alpha(t)$ is computed by superimposing the step response function $h(t)$. The $h(t)$ for the crack, subjected to step load, is evaluated using the finite element method. The numerical computation of $K(t)$ is carried out for the experiment introduced by Costin et al. The results indicate the good applicability of this method for the determination of the impact fracture toughness K_{Ia} .

1. 序 論

1950年代に誕生した破壊力学は、すでに静的な弾性問題に対する体系化を完了した。線形破壊力学に基づいて材料の静的負荷下の破壊抵抗を求める平面ひずみ破壊じん性 K_{Ic} 試験法は、1970年にASTMで最初に規格化された。この K_{Ic} による強度評価は、現在でも種々の構造物の設計・保守へ適用されているが、その負荷速度はASTM規格(E399)¹⁾で定めた K_{Ic} 試験の負荷速度の上限 $2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}/\text{s}$ を超えない範囲に限定される。近年、高速負荷に対する強度評価が要求されるようになり、ASTM E399-83で破壊開始時間 t が1ms以上であることなどの特別な必要条件の規定(Annex A7)を設けてより高い負荷速度における $K_{Ic}(t)$ (高速負荷平面ひずみ破壊じん性)の測定が静的試験と同様に実施できるように改訂された。この範囲の高速負荷の下でき裂を含む部材は、まだ静的とほぼ同じような変形を行っていると考えてよいが、さ

らに速い衝撃荷重下では、物体の慣性力の影響が大きく、変形は静的な場合と異なってしまう。したがって、衝撃負荷に対する強度評価には、き裂を含む部材の動的解析が不可欠であり、衝撃破壊じん性 K_{Ia} の測定においても動的応力係数 $K(t)$ を正しく評価できる試験法を開発する必要がある。

衝撃破壊は工学的に重要な問題であり、予き裂試験片を用いた計装化シャルピ試験等²⁾多くの研究がこれまでに行われてきた。しかし、衝撃破壊じん性 K_{Ia} 試験は、衝撃荷重の正確な計測、動的応力拡大係数の計算、破壊開始点の検出という実験的に困難な問題を有しているため、いまだ確立されていない。1977年にCostinら³⁾が提案したホプキンソン棒方式の衝撃破壊じん性試験は、予き裂に入射する応力波を測定することにより衝撃荷重の正確な計測を可能にした点で優れているが、応力拡大係数の算出に静的な K^{stat} の評価式を用いた点、および破壊開始点を静的と同じ基準で決定した点で、正しい衝撃破壊じん性 K_{Ia} の測定法とはいえない。また、衝撃三点曲げ K_{Ia} 試験において測定される衝撃荷重から、単純支持された試験片の曲げ振動を考慮して $K(t)$ を簡便に評価する方法をKishimotoら⁴⁾が提案しているが、実際には試験片が支点から離れる状態が起こりうる⁵⁾ため、 $K(t)$ を高精度に計算する上で問題を残している。

Costinら³⁾の実験のように予き裂に応力波が入射した場合、応力波はき裂面で反射され、き裂先端では回折されて、き裂先端近傍に特異な応力・変位場を発達させる。この動的な応力・変位場の分布形(き裂先端を原点とする極座標で表した r と θ に対する関数形)は静的な場合と同じであるが、その特異場の強度を表す応力拡大係数 K が時間 t の関数となる点で静的と異なっている。

1962年Baker⁶⁾は半無限き裂に対して入射波がき裂に到達してからの時間を t とすると、動的応力拡大係

*¹ 昭和62年8月26日原稿受理

*² 大阪大学工学部

数 $K(t)$ はゼロから $\sqrt{t}$ に比例して増大することを示した。1971年 Thau ら⁷⁾ は無限板中の有限長さのき裂にステップ関数状の応力波が入射するときの動的応力拡大係数がゼロから $\sqrt{t}$ に比例して増大した後、き裂の他端で散乱された膨張波・せん断波の到達による影響を順に受け、さらに Rayleigh 波の到達した瞬間に最大値をとって折れ曲がることを明らかにした。1972年 Sih ら⁸⁾ はこの問題の動的応力拡大係数 $K(t)$ が最大値をとった後、静的な K に振動を伴いながら近づくことを示した。

破壊じん性試験片に衝撃荷重が作用したときの動的応力拡大係数 $K(t)$ を解析的に求めることは一般に不可能であるが、数値解を得ることは可能である。中央き裂を有する帯板の両端面にステップ関数状の引張応力を作用させた場合について、1975年 Chen⁹⁾ は差分法により $K(t)$ を計算し、1977年 Abernson ら¹⁰⁾ は特異要素を用いた有限要素法 (FEM) で求めて Chen の結果と比較した。同様な問題について 1978年 Aoki ら¹¹⁾ も特異要素を用いた FEM で $K(t)$ を計算したが、1980年岸本¹²⁾ は $\int$ 積分から $K(t)$ を評価する方法を提案し、特異要素を用いない FEM でも高精度な計算ができることを示した。また、1981年和田¹³⁾ は合力比定数法を提案し、特異要素を用いない FEM で計算したき裂先端要素の応力 σ と応力拡大係数 K の比例関係によって Aoki ら¹¹⁾ の問題の $K(t)$ を簡便に評価できることを示した。このような特異要素を用いない FEM で $K(t)$ を求める方法は、衝撃破壊じん性試験における $K(t)$ を計算する場合や NIKE 3D など既成の汎用構造解析コードによって実構造物に対する $K(t)$ を評価する場合に容易に利用することができる。

本研究の目的は、衝撃破壊じん性 K_{Id} を正確に測定するための試験において重要な問題である動的応力拡大係数 $K(t)$ の正確な計算方法を開発することにある。著者ら¹⁴⁾ はすでに $K(t)$ を正しく求めるため静的な評価式から計算した K^{stat} に対する動的補正係数 $\alpha(t)$ の導入を提案し、試験片のき裂先端近傍の動的ひずみの測定値と静的な値の比から衝撃応答関数 $\alpha(t) = K(t)/K^{stat}$ を求めて正確な K_{Id} の決定を試みてきた¹⁵⁾ 本論文では、これまでの実験的な $\alpha(t)$ の評価において示した考え方¹⁶⁾ を FEM による解析的な衝撃応答関数 $\alpha(t)$ の評価に応用することを試みた。この考え方とは、き裂先端近傍の開口変位 (COD) と応力拡大係数の比例関係に着目して COD の動的な解析値と静的な値の比をとることにより衝撃応答関数 $\alpha(t)$ を決定する方法であり、特異要素を用いない有

限要素法でも高精度に $\alpha(t)$ を計算することができる。さらに、任意の負荷波形に対する衝撃応答関数 $\alpha(t)$ は、ステップ状の波形に対するステップ応答関数 $h(t)$ を時間領域に関して重ね合わせることによって求められる。したがって、FEM を用いて $h(t)$ を解析し、実測波形に対して $h(t)$ を重ね合わせて $\alpha(t)$ を求め、 $K(t) = \alpha(t) \cdot K^{stat}$ より動的応力拡大係数を効率よく評価することができる。このため、著者らは $h(t)$ を解析する FEM プログラムを開発し、その計算精度を Thau らの解析解と比較することにより確かめ、上記のような手順で動的応力拡大係数 $K(t)$ を計算する方法の有用性と長所を実際の衝撃破壊じん性試験の典型例である Costin らの実験を数値シミュレーションすることによって示した。

2. ホプキンソン棒法による衝撃引張破壊試験における動的応力拡大係数 $K(t)$ の評価方法

材料の衝撃破壊じん性 K_{Id} を測定するため、著者らは、ホプキンソン棒法を応用した縦衝撃破壊試験における動的応力拡大係数 $K(t)$ を

$$K(t) = \alpha(t) \cdot K^{stat} \quad (1)$$

で評価することを提案した¹⁴⁾。ここに、 $\alpha(t)$ は動的な効果を補正するために導入した衝撃応答関数である。また、 K^{stat} は静的な評価式に動的な公称応力 σ を代入して求まる応力拡大係数であり、この静的な評価式はハンドブック¹⁷⁾などに次の形で整理されている。

$$K^{stat} = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/W) \quad (2)$$

ここに、 a はき裂長さ、 $f(a/W)$ は試験片の形状 (たとえば W がき裂部の板幅を表す) による補正係数である。

動的な公称応力 σ は、負荷時間 t が十分長くなり、動的な効果が無視できる状態に対して $\alpha(t) = 1$ となるように静的な公称応力 σ も包含する定義を与えるべきである。そこで、動的・静的の区別なく公称応力 σ を『き裂面の位置にき裂がない場合に作用する応力』と定義した。この公称応力 σ は、ホプキンソン棒方式の衝撃破壊試験の場合、き裂に負荷される入射応力 σ_i と等しく、一方、静的な場合『無限遠方の一様応力』で定義される応力 σ と同じ値となる。

ステップ関数状の入射応力 σ_i がき裂に入射した場合、(2)式で与えられる K^{stat} は波頭の到達と同時に静的な値となるが、 $K(t)$ はゼロから $\sqrt{t}$ に比例して増大した後 K^{stat} に近づく。この場合の(1)式の $\alpha(t)$ をとくにステップ応答関数として $h(t)$ と記すと、 $h(t)$ はゼロから立ち上がって1に収束するような時間変化を示す。

実際の入射応力 $\sigma(t)$ は、Costin ら³⁾の円周切欠丸棒試験片や Homma ら¹⁸⁾の片側切欠試験片のように長い試験片中の応力波の伝播がき裂部を除いてほぼ一次元波動伝播理論によって解釈できることを用いて、ホブキンソン棒法により計測できる。この試験片断面内ではほぼ一様な入射応力 $\sigma(t)$ の実測波形に対する衝撃応答関数 $a(t)$ は、次のステップ応答関数 $h(t)$ のたたみ込み積分により重ね合わせを行って求められる。

$$a(t) = \frac{1}{\sigma(t)} \int_0^t h(t-\tau) \cdot \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad (3)$$

ここに、 $\dot{\sigma}(t)$ は実測された入射応力 $\sigma(t)$ の時間微分をとった応力速度である。

ステップ応答関数 $h(t)$ の数値解を用いて(3)式からホブキンソン棒法によって測定される入射応力 σ に対する衝撃応答関数 $a(t)$ を効率よく計算できることは、衝撃破壊じん性試験における動的応力拡大係数 $K(t)$ を簡便に評価する上で有用である。このために必要なステップ応答関数 $h(t)$ の数値解は、次に述べる有限要素法 (FEM) を用いた解析方法で求められる。

FEM でき裂先端のような特異応力場を有する問題の高精度な数値解を得るためには、一般に特別な工夫が必要である。き裂先端近傍の開口変位 (COD) と応力拡大係数 K との間には動的な場合も静的な場合と同じ比例関係が存在する。したがって、ここでは特異要素を用いない FEM によってき裂先端近くの複数の節点それぞれに対して計算された COD の動的な解析値と静的な値の比から、ステップ応答関数 $h(t)$ を推定することを試みた。

COD の動的な解析値を得るために FEM によって次の弾性体の微小変形に対する運動方程式を Newmark の β 法を用いて解く。

$$[K]\{\Delta u\} + [M]\{\Delta \ddot{u}\} = \{\Delta F\} \quad (4)$$

また、COD の静的な解析値を得るために FEM で

$$[K]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} \quad (5)$$

の平衡方程式も解く。ここに、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $[M]$ は質量マトリックス、 $\{\Delta u\}$ と $\{\Delta \ddot{u}\}$ はそれぞれ $\{\Delta F\}$ の節点外力増分ベクトルに応じた節点変位と節点加速度増分ベクトルである。

Newmark の β 法を用いて状態 $n-1$ から Δt 時間後の状態 n の変位 u_n および速度 $\dot{u}_n$ は

$$\begin{aligned} u_n &= u_{n-1} + \Delta t \cdot \dot{u}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{u}_{n-1} \\ &\quad + \beta \Delta t^2 \cdot \ddot{u}_n \\ \dot{u}_n &= \dot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_n \end{aligned} \quad (6)$$

と与えられる。これを応用して(4)式を変形すると、

$$\begin{aligned} &\left([K] + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M]\right) \{\Delta u\} \\ &= \{\Delta F\} + [M] \left(\frac{\{\ddot{u}_{n-1}\}}{2\beta} + \frac{\{\dot{u}_{n-1}\}}{\beta \cdot \Delta t} \right) \quad (7) \\ \{u_n\} &= \{u_{n-1}\} + \{\Delta u\} \\ \{\dot{u}_n\} &= \{\dot{u}_{n-1}\} + \{\Delta \dot{u}\} \\ \{\Delta \dot{u}\} &= \frac{\{\Delta u\}}{2\beta \cdot \Delta t} - \frac{\{\dot{u}_{n-1}\}}{2\beta} + \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \{\ddot{u}_{n-1}\} \\ \{\ddot{u}_n\} &= \{\ddot{u}_{n-1}\} + \{\Delta \ddot{u}\} \\ \{\Delta \ddot{u}\} &= \frac{\{\Delta u\}}{\beta \cdot \Delta t^2} - \frac{\{\dot{u}_{n-1}\}}{\beta \cdot \Delta t} - \frac{\{\ddot{u}_{n-1}\}}{2\beta} \end{aligned}$$

の $\{\Delta u\}$ を未知数とする連立一次方程式が得られる。(7)式は $[M]$ をゼロマトリックスで置き換えると(5)式に一致するので、動的 COD と静的 COD が同一プログラムで解析できる。同じ要素分割のモデルを用い、同一のプログラムによって解析した動的 COD と静的 COD の比をとると、空間の有限要素による離散化近似の影響が相殺されるため、比較的粗い要素分割でも高精度な $h(t)$ の数値解を推定しうる。

ステップ応答関数 $h(t)$ を解析する場合、初期条件を入力するための工夫も必要である。(7)式の $\{\Delta F\}$ にステップ関数状の外力 $\{F_0\}$ をたんに入力しただけでは未知数である変位増分 $\{\Delta u\}$ が初期において正解より小さな値として計算される。この問題を解決するために $\{F_0\}$ に相当する初速度 $\{\dot{u}_0\}$ も同時に入力してステップ応答関数 $h(t)$ の計算精度を向上させた。

ステップ関数状の入射波に対して、変位は波頭を横切って連続であるが、応力 σ 、ひずみ ϵ および粒子速度 v は不連続となる。このとき法線ベクトル $\{n\}$ の波頭面上に作用する表面力ベクトル $\{\sigma\}\{n\}$ と粒子速度ベクトル $\{v\}$ の間には、次の跳躍条件式が成り立つ。

$$[\sigma]\{n\} + \rho c\{v\} = 0 \quad (8)$$

ここに、 ρ は密度、 c は波頭の伝播速度である。(8)式から算出されたステップ状の入射応力 σ に相当する粒子速度 v を外力境界節点の初速度 $\{\dot{u}_0\}$ として与えると、 σ に相当する初期外力 F_0 が作用したときと同様なステップ応答を計算できる。

ステップ応答関数 $h(t)$ の解析において安定した時間積分を実行するため、時間増分 Δt は節点間最小距離 l を膨張波 c_1 が伝播するのに要する時間 l/c_1 以下にとって、Newmark の係数 β は $1/4$ を用いている。

3. ステップ応答関数 $h(t)$ の計算精度の検討

ステップ応答関数 $h(t)$ を特異要素を用いない FEM で評価する方法の計算精度を検討するため、Thau ら⁷⁾によって解析解の示された問題を著者らの FEM

第1図 き裂へ垂直に応力波 σ_i が入射する Thau ら⁷⁾の問題と FEM 解析に用いた要素分割

第2図 静的 FEM による変位の解析結果

プログラムを用いて求め、 $h(t)$ の数値解と解析解の比較を行った。第1図(a)に Thau ら⁷⁾の解析した問題を示す。長さ $2a$ のき裂の中央を原点 O とする直角座標系 $O-xy$ において、 x 方向に速度 c_1 で伝播するステップ関数状の膨張波 σ_i が y 軸上にあるき裂に入射する場合の動的応力拡大係数 $K(t)$ は、ステップ関数状の表面力 $-\sigma_i$ をき裂面に作用させた散乱応力場に対する $K(t)$ と等しい。そこで、 x 軸と y 軸について対称性をもつ散乱応力場を FEM により解析し、ステップ応答関数 $h(t) = K(t)/K^{stat}$ を求めた。

要素分割の粗さが計算精度に及ぼす影響を調べるため、第1図(b)と(c)の平面ひずみ4節点アイソパラメトリック要素の一边がそれぞれ $a/5$ と $a/10$ であるモデルを用いて(8)式から初期条件を与え $h(t)$ を計算した。また、ステップ関数状の外力に相当する初速度 v_1 を(8)式で計算して初期条件として入力したことによる $h(t)$ の計算精度の向上について調べるために、第1図(b)の要素分割が粗く時間増分 Δt の長いモデルを用いて初速度を入力しない FEM 解析も追加して実施した。モデル化においては、 x 軸と y 軸に関する散乱応力場の対称性の他に、き裂面で発生した散乱波が $x=3.8a$ と $y=4a$ に設けた固定境界で反射された後再びき裂先端へ到達するまでの $t < 6a/c_1$ の時間範囲に対して無限体中と同じ動的 COD を計算できる点も考慮した。

第2図は静的 FEM 解析結果の変位を実際より拡大して示した変形図である。第2図(a)が無限体中のき

第3図 動的 FEM による変位の解析結果

(a) Coarse model (b) Refined model

第4図 き裂開口変位の動的と静的の比の解析結果

裂に $-\sigma_i$ の表面力を静的に作用させた場合の変形を表す。 $x=3.8a$ と $y=4a$ の境界で囲まれた有限の大きさのモデルを用いて無限体中の変位分布を計算するため、第2図(b)に示されるようなモデル周囲が自由表面である場合の変位分布と第2図(c)のような固定境界である場合の変位分布とを FEM で求めて平均をとったものが第2図(a)である。また、第2図(a)に示されたき裂面の各節点の x 方向変位が静的 COD となる。

第3図は動的 FEM 解析結果を第2図と同様に変位を拡大して示した変形図である。ここで、Thau らと同様にき裂長さ $2a$ を速度 c_1 の膨張波が伝播するのに要する時間 $2a/c_1$ で無次元化した時間 τ を用いて $\tau=0.5, 1.0, 2.0$ の変形をそれぞれ第3図の(a), (b), (c)に示した。動的解析で得られたき裂面各節点の x 方向変位である動的 COD (δ^{dyn}) と第2図(a)に示された静的 COD (δ^{stat}) の比が、時間 τ とともにゼロから増大する様子を第4図に示す。横軸の r/a はき裂先端からの距離 r を a で無次元化した値であり、図中の数字はそれぞれの時間 τ を表す。き裂先端 $r=0$ にプロットした黒丸は、き裂から第1近接および第2近接の位置にある節点の $\delta^{dyn}/\delta^{stat}$ から直線外挿した値である。要素分割の異なる第4図(a)と(b)の両方で、き裂の両端で散乱された膨張波、せん断波および

 第5図 ステップ応答関数 $h(\tau)$ の計算結果

 第6図 $h(\tau)$ の重合せによる σ_1 が一定な入射波に対するランプ応答関数 $\alpha(\tau)$ の計算結果

Rayleigh 波がそれぞれき裂中心 $r=a$ において交差する時間 $\tau=0.5$, $\tau=0.866$ および $\tau=0.942$ の前後の $\delta^{\text{dyn}}/\delta^{\text{stat}}$ は, r に対してほぼ一定値をとることがわかる. き裂先端近くの $\delta^{\text{dyn}}/\delta^{\text{stat}}$ がほぼ一定値を示すということは, その動的な変位場の r に対する分布形が静的な場合とほぼ一致していることを表し, COD と応力拡大係数の比例関係によって $r=0$ の $\delta^{\text{dyn}}/\delta^{\text{stat}}$ の外挿値でステップ応答関数 $h(\tau)$ のよい推定値を与えることができる.

第5図に $\delta^{\text{dyn}}/\delta^{\text{stat}}$ をき裂先端に外挿して求めたステップ応答関数 $h(\tau)$ の時間変化を示す. 三角印は粗い要素分割のモデルで FEM 解析された $h(\tau)$ であり, 白丸印と黒丸印はそれぞれ粗い分割と細かい分割のモデルで(8)式からステップ関数状の外力に相当する初速度を入力して解析された $h(\tau)$ である. 実線の Thau らによって示された $h(\tau)$ の解析解と比較すると, 同じ粗い分割のモデルを用いても初速度を入力した白丸印のほうが入力しない三角印より立上りの $\tau=0.1$ でただちに解析解に近づくことから, (8)式で初期条件を考慮する方法による $h(\tau)$ の計算精度向上が確かめられた. また, 第5図で FEM による $h(\tau)$ の数値解は, 三つとも $0.4 \leq \tau \leq 1.2$ の時間範囲内で実線の解析解とよく一致した. この時間範囲は, 第4図においてき裂先端近くの $\delta^{\text{dyn}}/\delta^{\text{stat}}$ の値が r に対してほぼ一定値を示す時間領域であることがわかる. さらに, き裂の先端 $r=2a$ で散乱された Rayleigh 波の到達により $h(\tau)$ の解析解が折れ曲がる時間 $\tau=1.884$ の直前で, $h(\tau)$ の数値解に要素分割の細粗による影響が現れている.

実際の衝撃破壊じん性試験において, 破壊開始までの負荷波形はステップ関数状でなく, 時間 t に比例し

て増加するランプ状の波形に近い. そこで, 衝撃破壊じん性試験における衝撃応答関数 $\alpha(\tau)$ の計算精度を検討するため(3)式を用いて第5図のステップ応答関数 $h(\tau)$ からランプ応答関数 $\alpha(\tau)$ を求めた.

第6図に $h(\tau)$ の解析解から計算されたランプ応答関数 $\alpha(\tau)$ を実線で, $h(\tau)$ の数値解から求めた $\alpha(\tau)$ を第5図と同じ記号で示す. 黒丸印と白丸印の $\alpha(\tau)$ は, $\tau=1.0$ 以後で実線と2%の誤差範囲内で一致した. しかし, 三角印で示された初速度を入力しない場合の $h(\tau)$ から算出された $\alpha(\tau)$ は, 誤差2%以内になるのが $\tau=1.7$ と初速度を入力した場合の $h(\tau)$ を用いた $\alpha(\tau)$ に比べて遅くなっている. 以上のことから, 比較的粗い要素分割でステップ応答関数 $h(\tau)$ を評価しても, 第6図の黒丸印と白丸印の $\alpha(\tau)$ のように衝撃応答関数を精度よく計算できることがわかる.

4. ホプキンソン棒法による衝撃引張破壊試験における動的応力拡大係数 $K(t)$ の計算例

ホプキンソン棒法による衝撃引張破壊試験の典型例である Costin ら³⁾の実験で報告された入射応力の実測波形に対する衝撃応答関数 $\alpha(t)$ を計算し, 動的応力拡大係数 $K(t)$ を評価するとともに, 静的な応力拡大係数の評価式に基づいて Costin らが衝撃破壊じん性を測定した結果の信頼性について述べる.

Costin らが用いた円周切欠丸棒試験片において, 断面内で一様な応力分布の引張応力波 σ_1 がき裂に入射する第7図(a)の応力場は, き裂面に $-\sigma_1$ の表面力を作用させた第7図(b)の散乱応力場とき裂のない丸棒に σ_1 が入射する第7図(c)の応力場の重ね合わせに等しい. 第7図(c)の応力場には特異性がないので, 第7図(a)の $K(t)$ は第7図(b)の散乱応力場の

第7図 Costin ら³⁾の円周切欠丸棒試験片に対するFEM解析の要素分割と境界条件

第8図 円周切欠丸棒試験片のステップ応答関数 $h(t)$

解析から求めることができる。散乱応力場の対称性を利用すると第7図(b)に示した領域を一边が $R/10$ (R は丸棒の半径)である4節点軸対称アイソパラメトリック要素で分割し、ステップ応答関数 $h(t)$ の数値解をFEMを用いて評価できる。第8図にき裂部 ligament 半径 b が $0.5R$ および $0.4R$ に対する $h(t)$ の計算結果を示す。図から $h(t)$ がき裂長さ $a=R-b$ の影響を受け、 a の長い $b/R=0.4$ のほうは 0.5 に対する結果より遅れて立ち上がることがわかる。

Costin らは、き裂から1直径 (25.4 mm) 離れた位置に貼ったひずみゲージで測定した透過応力 σ_t から衝撃荷重 $P(t)$ を計算し、これを静的な応力拡大係数の評価式に代入して $K(t)$ を評価した。Costin らが測定した透過応力 σ_t は、第7図(b)のモデルで得られた散乱応力場と同じ要素分割のモデルに対して第7図(c)の境界条件を与えて計算した入射応力場をFEMで解析し、両応力場を重ね合わせた第7図(a)を計算することによって求められる。ステップ状の入射応力 σ_i が作用する場合、 $b/R=0.5$ および 0.4 に対する透過応力 σ_t のステップ応答 σ_t/σ_i は、それぞれ第9図の実線と破線の時間変化を示す。第8図の $h(t)$ と第9図の σ_t/σ_i のステップ応答を比べると、立ち上がり部分はほぼ同じで σ_t/σ_i のほうが $h(t)$ より速く1に収束する傾向が表れている。

Costin らは、SAE 1020 冷間圧延鋼の試験片番号 C-9の衝撃試験結果を典型的な実験例として示してい

第9図 ステップ応力波 σ_i が入射したときの無次元化透過応力 $\sigma_t(t)/\sigma_i$ の時間応答

第10図 Costin ら³⁾の衝撃破壊試験における典型的な入射応力 σ_i 、透過応力 σ_t 、反射応力 σ_r 波形

第11図 典型的な入射応力 σ_i の実測波形に対する衝撃応答関数 $\alpha(t)$ の計算結果

る。この試験片の ligament 半径 b は 5.41 mmと記されていたので $b/R=0.426$ となる。オシロスコープの写真で示された入射ひずみゲージと透過ひずみゲージの典型的な出力波形から入射応力 σ_i 、反射応力 σ_r 、透過応力 σ_t の時間変化を読み取った結果を第10図に示す。

第10図の入射応力 σ_i に対する動的応力拡大係数 $K(t)$ を(1)式で計算するのに必要な衝撃応答関数

第12図 動的応力拡大係数 $K(t)$ の計算結果および静的な評価式に入射応力 σ_i と透過応力 σ_t を代入して求めた応力拡大係数 K^{stat} の時間変化

第13図 透過応力 σ_t の実験で測定された波形と 裂進展のない条件で計算された波形の比較

$\alpha(t)$ は、第8図の $b/R=0.5$ と 0.4 の結果から実測値 $b/R=0.426$ に対する $h(t)$ を内挿で求めた後、(3)式により第11図のように推定できる。(2)式の応力拡大係数の静的な評価式は $b/R=0.426$ の円周切欠丸棒試験片に対して具体的に

$$K^{\text{stat}}(\sigma) \approx 0.484 \cdot \sigma \sqrt{\pi b} \cdot \left(\frac{R}{b}\right)^2 \quad (9)$$

与えられる。第12図の破線は、(9)式の公称応力 σ に第10図の入射応力 σ_i を代入して得られる $K^{\text{stat}}(\sigma_i)$ で、実線は $K^{\text{stat}}(\sigma_i)$ に第11図の $\alpha(t)$ を掛けて求めた動的応力拡大係数 $K(t)$ である。また、一点鎖線は Costin らが用いた(9)式の公称応力 σ に透過応力 σ_t を代入して計算した $K^{\text{stat}}(\sigma_t)$ である。第12図より時間 $t \leq 21 \mu\text{s}$ において $K^{\text{stat}}(\sigma_t)$ は動的応力拡大係数 $K(t)$ のよい推定値を与えることがわかる。

一方、第9図の透過応力のステップ応答 σ_t/σ_i を $b/R=0.426$ に対して内挿し、第10図の入射応力 σ_i の実測波形に対して重ね合わせを行うと第13図の破線で示される透過応力 σ_t の計算波形が求められる。これを第13図の実線で示される σ_t の実測波形と比較すると、 $t > 21 \mu\text{s}$ で明らかに異なることがわかる。計算

波形はき裂長さが一定であることと弾性範囲内であることを仮定している。へき開ファセットを破面に呈するようなぜい性破壊を起こす場合には、第13図に示される σ_t の計算波形と実測波形の差はき裂進展が原因であり、破壊開始時間 t_0 をこれらの差の現われ始めた点で決定することが可能である。しかし、Costin らの供試材である SAE 1020 冷間圧延鋼の場合 σ_t の計算波形と実測波形の差はき裂進展によるのか、き裂先端での塑性変形が原因であるのかが不明である。SAE 1020 冷間圧延鋼の降伏応力はひずみ速度依存性が大きく衝撃破壊じん性 K_{Id} 試験において生じるき裂先端での塑性域は静的な K_{Ic} 試験時に比べ相当小さくなる。したがって、Costin らは SAE 1020 冷間圧延鋼の静的な K_{Ic} は塑性変形のため測定できなかったが、衝撃破壊じん性 K_{Id} は塑性域補正を行って $70.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ と測定している。第13図から破壊開始時間 t_0 は $21 \mu\text{s}$ から $25 \mu\text{s}$ までの範囲にあって、塑性域補正をしない K_{Id} は第12図の実線より $58 \sim 69 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ となる。この実験の場合正確なき裂進展開始時間 t_0 の決定のために電位差法など他の検出方法が必要であったが、動的応力拡大係数 $K(t)$ を透過応力 σ_t の実測値から静的な評価式を用いて評価する方法は、第12図の $K(t)$ の実線と $K^{\text{stat}}(\sigma_t)$ の一点鎖線のよい対応から Costin らの試験片形状と透過ゲージ位置に対して、ほぼ正確な破壊じん性を測定できることがわかる。

5. 結 論

本研究では、正確な衝撃破壊じん性 K_{Id} の測定に不可欠な動的応力拡大係数 $K(t)$ の数値計算の方法を提案した。その特長は次のようにまとめられる。

(1) 動的応力拡大係数は $K(t) = \alpha(t) \cdot K^{\text{stat}}$ のように静的な応力拡大係数の評価式から求まる K^{stat} に衝撃応答関数 $\alpha(t)$ の動的補正を行って評価できる。

(2) 衝撃応答関数は入射応力 σ_i の実測波形に対し、

$$\alpha(t) = \frac{1}{\sigma_i(t)} \int_0^t h(t-\tau) \cdot \dot{\sigma}_i(\tau) d\tau$$

の式を用いてステップ応答関数 $h(t)$ を重ね合わせるにより正確に計算される。

(3) ステップ応答関数 $h(t)$ は特異要素を用いない FEM 解析によって求められたき裂開口変位の動的と静的の比から推定できる。その精度は Thau らの解析解と比較検討した結果から、比較的粗い要素分割でも $K(t)$ の計算に対して十分であることがわかった。

実際の衝撃破壊じん性試験の典型例である Costin らの実験の数値シミュレーションを本計算法を用いて行った結果、 $K(t)$ と Costin らが透過荷重から静的公

式により評価した応力拡大係数がほぼ一致することが示されたので、Costinらの求めた K_{Id} は信頼できることがわかった。また、透過応力 σ_t の実測波形とシミュレーションで求めた σ_t の計算波形はき裂進展がないと考えられる時間範囲でよく一致したことから、ぜい性材料の破壊開始点を σ_t の計算と実測の両波形の差が現れ始めた点で決定することも可能である。

最後に本研究を進めるにあたり、文部省科学研究費補助金(58550045, 59750043, 61050038)の援助を受けた。また、FEM解析には大阪大学大型計算機センターのコンピュータ(ACOS 1000)を用いた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, American National Standard ASTM E399-83, 1983, pp. 518-553.
- 2) Server, W. L.: Impact Three-Point Bend Testing for Notched and Pre-cracked Specimens, *J. Testing Evaluation*, **6** (1978), pp. 29-34.
- 3) Costin, L. S., Duffy, J. and Freund, L. B.: Fracture Initiation in Metals under Stress Wave Loading Conditions, *ASTM STP 627*, 1977, pp. 301-318.
- 4) Kishimoto, K., Aoki, S. and Sakata, M.: Simple Formula for Dynamic Stress Intensity Factor of Pre-cracked Charpy Specimen, *Engng. Fract. Mech.*, **13** (1980), pp. 501-508.
- 5) 岸田敬三, 横山 隆, 中野元博, 塚本秀郎: 動的破壊じん性 K_{Id} 決定のための新しい衝撃3点曲げ試験法, 第二回材料の衝撃問題シンポジウム前刷集, 1987, pp. 117-120.
- 6) Baker, B. R.: Dynamic Stress Created by a Moving Crack, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **29** (1962), pp. 449-454.
- 7) Thau, S. A. and Lu, T. H.: Transient Stress Intensity Factors for a Finite Crack in an Elastic Solid Caused by a Dilatational Wave, *Int. J. Solids Struct.*, **7** (1971), pp. 731-750.
- 8) Sih, G. C., Embley, G. T. and Ravera, R. S.: Impact Response of a Finite Crack in Plane Extension, *Int. J. Solids Struct.*, **8** (1972), pp. 977-993.
- 9) Chen, Y. M.: Numerical Computation of Dynamic Stress Intensity Factors by a Lagrangian Finite-Difference Method, *Engng. Fract. Mech.*, **7** (1975), pp. 653-660.
- 10) Aberson, J. A., Anderson, J. M. and King, W. W.: Dynamic Analysis of Cracked Structures Using Singularity Finite Elements, *Elastodynamic Crack Problems*, ed. by Sih, G. C., Noordhoff, Leyden, 1977, Chap. 5.
- 11) Aoki, S., Kishimoto, K., Kondo, H. and Sakata, M.: Elastodynamic Analysis of Crack by Finite Element Method Using Singular Element, *Int. J. Fract.*, **14** (1978), pp. 59-68.
- 12) 岸本喜久雄, 青木 繁, 大里豊彦, 坂田 勝: $\bar{J}$ 積分を用いた動的応力拡大係数の有限要素解析, 日本機械学会論文集(A編), **46** (1980), pp. 584-589.
- 13) 和田 均, 高木 豊, 西村 融: 有限要素法による応力拡大係数の一計算法とその動的問題への応用, 日本機械学会論文集, **47** (1981), pp. 501-511.
- 14) 岸田敬三, 中川憲治: スプリットホプキンソン棒法による動的破壊じん性の測定, *材料*, **32** (1983), pp. 1096-1101.
- 15) Kishida, K., Yokoyama, T. and Nakano, M.: Measurement of Dynamic Fracture Toughness Based on the Split Hopkinson Bar Technique, *Inst. Phys. Conf. Ser.* No. 70, 1984, pp. 221-228.
- 16) 中野元博, 岸田敬三: 衝撃荷重を受ける静止き裂に対する動的応力拡大係数の決定について, 日本航空宇宙学会第16期年会講演会講演集, 1985, pp. 196-197.
- 17) Sih, G. C. (ed.): *Handbook of Stress Intensity Factors*, *Inst. Fract. and Solid Mech.*, Lehigh University, 1974.
- 18) Homma, H. and Shockey, D. A.: Response of Cracks in Structural Materials to Short Pulse Loads, *J. Mech. Phys. Solids*, **31** (1983), pp. 261-279.