変動安定微係数を有する航空機のためのディジタル適応飛行制御系の設計^{*1}

A Digital Adaptive Flight Control System Design for Aircraft with Varying Stability Derivatives

島田 有三^{*2}・小林 信彦^{*2}

Yuzo SHIMADA, Nobuhiko KOBAYASHI

宮澤 宏明^{*2}

and Hiroaki MIYAZAWA

Key Words: Stability and Control, Digital Adaptive Flight Control System, ACT, Time-varying System

Abstract

This paper presents a new control scheme for digital adaptive flight control systems, that satisfies C^* criterion for aircraft which have continuously varying stability derivatives. A number of design methods for digital adaptive flight control systems have been reported based on the assumption that aircraft are linear time-invariant systems. But the equations of real aircraft motions have wide time-varying parameters in their flight envelopes. Only recently, new adaptive control system theories for the linear time-varying systems have been developed. By modifying the new theories, this paper presents a new parameter adjustment algorithm that can estimate the coefficients of powers of dynamic pressure, which are used to synthesize the input to aircraft instead of estimating the time-varying parameters. Computer simulations were performed on a jet fighter as a time-varying system by continuously changing flight conditions in the flight envelope. The results showed remarkable adaptability.

1. はじめに

通常、航空機の運動方程式は、トリム状態での定常運動と、その定常運動まわりの微小摂動を考慮することにより線形化される。ところが近年の高速航空機においては、その飛行領域が拡大した結果、線形モデルの係数も大きく変動することになり、適応制御の導入の必要が生じてきた¹⁾。

しかしこの種の問題では、従来は航空機は線形固定係数系であるとの前提で、ディジタル適応飛行制御系(DAFCS: Digital Adaptive Flight Control System)が設計されてきている²⁻⁴⁾。しかし機体パルス伝達関数が一定であるという仮定は、実際の安定微係数が飛行条件(高度、マッハ数、重量、機体の形状)の関数として連続的に変動するという事実から、この種の適応飛行制御理論を実用化するに際しての理論上の障害の一つとなっていた。

一方、時変システムに対する適応制御の研究が近年盛んになり⁵⁾、Landauらの提案した固定トレースゲイン方式のアルゴリズムが、パラメータ誤差の収束性にすぐれ、時変系の同定や適応制御に適することが指摘されている⁶⁾。さらに新中・鈴木氏は、この固定トレースアルゴリズムを修正した両限トレースゲイン方式を提案⁷⁾し、漸減ゲイン方式の欠点であったパラメータ変動に対する追従性をも備えるアルゴリズムを開発した。また時変系に対する適応制御の統一のアプローチを最近試みている⁸⁾。同様にX. Xianya⁹⁾らも時変系の各パラメータを時間(サンプリング時系列パラメータ k)の1次関数で近似する適応制御問題を取り扱っている。しかしこれらのいずれも、パラメータを k に陽な関数として考えているため、適応制御則内に含まれる k のベキが、長時間の制御中に無限大になることを防止することが必要である。また k の高次ベキによる関数近似を避けるため、ある区間を設定し、その区間内においてパラメータは線形的に変化するものと仮定している。それゆえ、パラメータ調整中に、区間の境界において初期条件の再設定が必要である。しかも、このような区間 $k \in [k_i, k_{i+1})$ も既知でなければならないが、飛行条件の推移が事前に知られて

^{*1} 昭和62年8月7日原稿受理^{*2} 日本大学理工学部航空宇宙工学科

第1図 時変系 (a) と変動系 (b) の相違

ない適応飛行制御のケースでは、これは不可能である。さらに、P. E. 性のある規範入力が一時的に中断すると、その間にパラメータのミスマッチング量が増大することになり、パイロット入力 (規範入力) が再投入された時点でパルス状の過渡誤差が生じることになる (第4図a, 第5図a)。

以上の問題に対し、本論文では航空機の安定微係数が空気密度 ρ や機速 U_0 、あるいは動圧 $\bar{q}$ やマッハ数 M などの関数であることに着目し、飛行条件の推移によるパラメータの時間的変動もこれらの空力データの陽な関数で、時間には陰な関数であるとして取り扱うことにした。実用的には、さらにパルス伝達関数の未知変動パラメータを動圧 $\bar{q}$ のべき級数で近似することで、空力データの真の複雑な関数を求めること

や、 $k \rightarrow \infty$ の問題をなくすることが可能となった。また、このような取扱いによって、パラメータ推定は中間 (媒体) パラメータ $\bar{q}$ を独立変数とした関数を推定することになるので、一度 $\bar{q}$ を独立変数としたこのパラメータ関数の推定が完了していれば、規範入力に P. E. 性の中断が生じて、適応機能が中断したことにはならないという利点も備わることになった (第1図参照)。

すなわち、本論文は安定微係数が連続的に未知変動する航空機のための、初めての DAFCS の設計法を提案するものであり、小型高速機のシミュレーション例を示して本方式の有効性を検証している。その際、比較のため固定係数系として設計された従来型の適応飛行制御則の制御結果も並記し、従来方式も相当有効であることも示している。

2. 航空機の数学モデルと C^* 規範モデルの設定

制御対象として、縦運動の短周期モードに、1次遅れ要素と近似したエレベータ・アクチュエータを駆動用として付加した以下の数学モデルを考える。

$$\dot{x}_p(t) = A_p(\rho, U_0)x_p(t) + b_p(\rho, U_0)u_p(t) \quad (2.1a)$$

$$C_p^*(t) = C_p(\rho, U_0)x_p(t) \quad (2.1b)$$

ただし、

$$C_p^*(t) \triangleq n_{zp}(t) + (V_{co}/g)q(t) \quad (2.2a)$$

$$x_p(t) \triangleq [w(t) : q(t) : \delta_e(t)]^T \quad (2.2b)$$

$$\begin{aligned} A_p(\rho, U_0) &\triangleq \begin{bmatrix} Z_w(\rho, U_0) & U_0 & Z_\delta(\rho, U_0) \\ M_{\dot{w}}(\rho, U_0)Z_w(\rho, U_0) + M_w(\rho, U_0) & U_0M_{\dot{w}}(\rho, U_0) + M_q(\rho, U_0) & M_{\dot{w}}(\rho, U_0)Z_\delta(\rho, U_0) + M_{\delta_e}(\rho, U_0) \\ 0 & 0 & -\tau \end{bmatrix} \\ b_p(\rho, U_0) &\triangleq [0 : 0 : -\tau]^T \\ C_p(\rho, U_0) &\triangleq \begin{bmatrix} \{l(M_{\dot{w}}(\rho, U_0)Z_w(\rho, U_0) + M_w(\rho, U_0)) - Z_w(\rho, U_0)\}/g \\ l(U_0M_{\dot{w}}(\rho, U_0) + M_q(\rho, U_0)) + V_{co}/g \\ \{l(M_{\dot{w}}(\rho, U_0)Z_\delta(\rho, U_0) + M_{\delta_e}(\rho, U_0)) - Z_\delta(\rho, U_0)\}/g \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.2c)$$

ここで、 $C_p^*(g's)$ 出力は、パイロット位置における垂直加速度比 $n_{zp}(g's)$ とピッチレート $q(\text{rad/s})$ との線形結合された C^* 飛行性基準を表す無次元化量であり、 $l(\text{m})$ は機体重心位置からパイロット (あるいは加速度計) 位置までの距離、 $V_{co}(\text{m/s})$ はクロスオーバー速度、 $g(\text{m/s}^2)$ は重力加速度である。また、 $w(\text{m/s})$ は、垂直方向の微小擾乱速度、 $\delta_e(\text{rad})$ は、エレベータ舵角、 $u_p(\text{rad})$ はエレベータ・アクチュエータに対する入力信号、 $\tau(1/s)$ はアクチュエータサーボ系の時定数の逆数 (帯域幅) である。

さらに、 $Z_w, M_w, M_{\dot{w}}, M_q, Z_\delta, M_{\delta_e}$ は、有次元安定微係数であり、 $\rho(\text{kg/m}^3)$ 、 $U_0(\text{m/s})$ はトリム時の空気

密度と、対気速度で、有次元安定微係数は、これら ρ, U_0 あるいは動圧 $\bar{q}(\text{Pa})$ とマッハ数 M に依存する量である。

さて、(2.1) 式の伝達関数を求めると、

$$\frac{C_p^*(s)}{u_p(s)} = \frac{\beta_{p2}s^2 + \beta_{p1}s + \beta_{p0}}{s^2 + \alpha_{p1}s + \alpha_{p0}} \cdot \frac{-\tau}{s + \tau} \quad (2.3a)$$

が得られる。ここで、パラメータ α_{pi}, β_{pj} は、有次元安定微係数に依存することから、前述したように、飛行条件の推移によって変動するパラメータと考えることができ、空気密度 ρ や定常速度 (トリム速度) U_0 の従属変数である。

$$\alpha_{p1}(\rho, U_0) = -(U_0M_{\dot{w}}(\rho, U_0) + Z_w(\rho, U_0))$$

$$\begin{aligned}
& + M_q(\rho, U_0)) \\
\alpha_{P0}(\rho, U_0) &= Z_w(\rho, U_0)M_q(\rho, U_0) - U_0M_w(\rho, U_0) \\
\beta_{P2}(\rho, U_0) &= \{-Z_{\delta\delta}(\rho, U_0) + l(M_{\delta\delta}(\rho, U_0) \\
& \quad + Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)M_{\dot{w}}(\rho, U_0))\}/g \\
\beta_{P1}(\rho, U_0) &= \{Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)(M_q(\rho, U_0) + M_{\dot{a}}(\rho, U_0)) \\
& \quad + l(Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)M_w(\rho, U_0) \\
& \quad - Z_w(\rho, U_0)M_{\delta\delta}(\rho, U_0)) \\
& \quad + V_{c0}(M_{\delta\delta}(\rho, U_0) \\
& \quad + Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)M_{\dot{w}}(\rho, U_0))\}/g \\
\beta_{P0}(\rho, U_0) &= \{Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)M_{\dot{a}}(\rho, U_0) \\
& \quad - Z_{\dot{a}}(\rho, U_0)M_{\delta\delta}(\rho, U_0) \\
& \quad + V_{c0}(Z_{\delta\delta}(\rho, U_0)M_w(\rho, U_0) \\
& \quad - Z_w(\rho, U_0)M_{\delta\delta}(\rho, U_0))\}/g \quad (2.3b)
\end{aligned}$$

さらに、 ρ, U_0 はサンプリング時系列を示すパラメータ“ k ”の従属変数でもある。

$$\rho = \rho(k), \quad U_0 = U_0(k) \quad (2.4)$$

(2.3a)式に対し、零次ホールダを前置してサンプリング周期 T で離散時間系に変換すると、次のように表される。

$$A_P(\rho, U_0, z^{-1})C_P^*(k) = B_P(\rho, U_0, z^{-1})z^{-1}u_P(k) \quad (2.5a)$$

$$\begin{aligned}
A_P(\rho, U_0, z^{-1}) &= 1 + a_{P1}(\rho, U_0)z^{-1} \\
& \quad + a_{P2}(\rho, U_0)z^{-2} + a_{P3}(\rho, U_0)z^{-3} \\
B_P(\rho, U_0, z^{-1}) &= b_{P1}(\rho, U_0) + b_{P2}(\rho, U_0)z^{-1} \\
& \quad + b_{P3}(\rho, U_0)z^{-2} \quad (2.5b)
\end{aligned}$$

ただし、 $u_P(k), C_P^*(k)$ はプラントの k 時点における入出力信号であり、 z^{-1} は、 z 変換の演算子の逆数、あるいは時間遅れ演算子を表す。ここで、(2.5)式に対して、次の前提を設ける。

① 系のむだ時間は、1 サンプル周期 T であり、多項式 A_P, B_P の次数は

$$\partial(A_P(\rho, U_0, z^{-1})) = 3$$

$$\partial(B_P(\rho, U_0, z^{-1})) = 2$$

なる既知数である。

② プラントは安定な逆系を有する。すなわち、

$$b_{P1} + b_{P2}z^{-1} + b_{P3}z^{-2} = 0, \quad b_{P1} \neq 0$$

は、単位円内にゼロ点を有する。

③ パラメータ、 $a_{Pi}, b_{Pi}(i=1\sim3)$ は未知変動係数^{*3}で、 ρ, U_0 あるいは $\bar{q}, M$ に陽で、 k に陰な関数で記述される。また $\rho(k), U_0(k)$ あるいは、 $\bar{q}(k), M(k)$ はエアデータ・コンピュータからサンプリング周期 T で入手可能な空力データである。

前提①は、基本制御則の次数を確定するための条件であり、②は制御入力の有界性を保証するための条件

である。③は(2.5)式の系を時変系とは見なさないということである。

次に、 C^* 基準を満足する次の2次の規範モデル(以下 C^* モデル)を設定する^{10,11)}。この基準を採用することで制御系は、回転運動(q)と遷移運動(n_{zp})の2出力を独立に制御する代りに、これらを合成した変数 C_P^* を出力とし、エレベータ舵角 δ_e を入力とした1入力1出力系を構成することになる。

$$\frac{C_M^*(s)}{u_M(s)} = \frac{\beta_{M1}s + \beta_{M0}}{s^2 + \alpha_{M1}s + \alpha_{M0}} \quad (2.6)$$

(2.6)式を z 変換すると、次式が求められる。

$$A_M(z^{-1})C_M^*(k) = B_M(z^{-1})z^{-1}u_M(k) \quad (2.7a)$$

$$A_M(z^{-1}) = 1 + \alpha_{M1}z^{-1} + \alpha_{M2}z^{-2}$$

$$B_M(z^{-1}) = b_{M1} + b_{M2}z^{-1} \quad (2.7b)$$

ここで、 $C_M^*(k)$ は、機上コンピュータで発生される C^* モデルの出力信号(g 's)であり、 $u_M(k)$ は、パイロットかオートパイロットからの規範入力(g 's)である。また、 $\alpha_{Mi}, b_{Mi}(i=1\sim2)$ は C^* 基準を満たす任意既知定数で、当然 $A_M(z^{-1})$ は安定多項式である。

3. CAS 制御則と誤差方程式の導出

ここでは、前章で記述された規範モデルの出力に、 C^* プラントの出力値を追従させるための CAS の基本構成を決定する。まず出力誤差を

$$e(k) \triangleq C_M^*(k) - C_P^*(k) \quad (3.1)$$

と定義する。上式に、(2.5)式を代入すると

$$\begin{aligned}
e(k) &= C_M^*(k) - b_{P1}(\cdot)u_P(k-1) - b_{P2}(\cdot)u_P(k-2) \\
& \quad - b_{P3}(\cdot)u_P(k-3) + a_{P1}(\cdot)C_P^*(k-1) \\
& \quad + a_{P2}(\cdot)C_P^*(k-2) + a_{P3}(\cdot)C_P^*(k-3) \quad (3.2)
\end{aligned}$$

となる。ただし、 $a_{Pi}(\cdot), b_{Pi}(\cdot)$ の $(\cdot)$ は前記した $\rho(k), U_0(k)$ の関数を意味する。さて、制御目的は $C_P^*(k)$ 応答を $C_M^*(k)$ 応答に適応的に追従させるような CAS を設計することであるから、(3.2)式の出力誤差 $e(k)$ を零とするような制御入力として、次式を合成することにする。

$$\begin{aligned}
u_P(k-1) &= (C_M^*(k) \\
& \quad - \hat{b}_{P2}(k)u_P(k-2) - \hat{b}_{P3}(k)u_P(k-3) \\
& \quad - \hat{a}_{P1}(k)C_P^*(k-1) - \hat{a}_{P2}(k)C_P^*(k-2) \\
& \quad - \hat{a}_{P3}(k)C_P^*(k-3))/\hat{b}_{P1}(k) \quad (3.3)
\end{aligned}$$

ここに、 $\hat{a}_{Pi}(k), \hat{b}_{Pi}(k)$ は、パラメータ a_{Pi}, b_{Pi} の推定値で、4章で述べる調整則より推定されるものとする。

そこで(3.3)式を(3.2)式に代入し整理すると、次の誤差方程式が導出される。

$$e(k) = \tilde{\phi}^T(k)\xi_0(k) \quad (3.4a)$$

$$\tilde{\phi}(k) = \tilde{\theta}(k) - \theta(\rho(k), U_0(k)) \quad (3.4b)$$

*3 時間を陽に含まないという意味で時変 (time-varying) の代りに、変動 (varying) 係数という言葉を用いた。

ただし,

$$\begin{aligned} \zeta_0(k) &= [u_P(k-1), u_P(k-2), u_P(k-3), \\ &\quad C_P^*(k-1), C_P^*(k-2), C_P^*(k-3)]^T \\ \bar{\theta}(k) &= [\bar{\theta}_{P1}(k), \bar{\theta}_{P2}(k), \bar{\theta}_{P3}(k), \\ &\quad \bar{a}_{P1}(k), \bar{a}_{P2}(k), \bar{a}_{P3}(k)]^T \\ \theta(\rho(k), U_0(k)) &= [b_{P1}(\cdot), b_{P2}(\cdot), b_{P3}(\cdot), \\ &\quad -a_{P1}(\cdot), -a_{P2}(\cdot), -a_{P3}(\cdot)]^T \end{aligned} \quad (3.4c)$$

である。以上、本設計法の基礎となる CAS 制御則と誤差方程式を導出した。

4. 適応飛行制御系の設計と安定解析

プラントパラメータ・ベクトル $\theta(\cdot)$ は、次なる非零で有界な既知関数行列 $F(\cdot)$ で記述されると仮定する。

$$\theta(\cdot) = F(\cdot)\phi + \Delta\theta(\cdot) \quad (4.1)$$

これより、 $\theta(\cdot)$ 推定は上式の ϕ を推定することに帰着する。

$$\bar{\theta}(k) = F(\cdot)\bar{\phi}(k) \quad (4.2)$$

ここに $\Delta\theta(\cdot)$ は既知関数で表現しきれない誤差 (たとえば、幾何学的形状の変化項や後の級数展開時の高次ベキの和の項など) を含ませている。また、(4.1)、(4.2)式において

$$\begin{aligned} F(\cdot) &= [F_0(\cdot) : F_1(\cdot) : \dots : F_l(\cdot)] \in R^{6 \times 6(l+1)} \\ \phi^T &= [\phi_0^T : \phi_1^T : \dots : \phi_l^T] \in R^{1 \times 6(l+1)} \\ \bar{\phi}^T(k) &= [\bar{\phi}_0^T(k) : \bar{\phi}_1^T(k) : \dots : \bar{\phi}_l^T(k)] \in R^{1 \times 6(l+1)} \\ F_i(\cdot) &= \text{diag}\{f_{ij}^i(\cdot)\} \in R^{6 \times 6} \\ &\quad i=0 \sim l, j=1 \sim 6 \\ \phi_i &= [b_{P1,i} : b_{P2,i} : b_{P3,i} \\ &\quad : -a_{P1,i} : -a_{P2,i} : -a_{P3,i}]^T \\ \bar{\phi}_i(k) &= [\bar{b}_{P1,i}(k) : \bar{b}_{P2,i}(k) : \bar{b}_{P3,i}(k) \\ &\quad : \bar{a}_{P1,i}(k) : \bar{a}_{P2,i}(k) : \bar{a}_{P3,i}(k)]^T \\ &\quad i=0 \sim l \end{aligned} \quad (4.3)$$

とおいた。このとき誤差方程式 (3.4) は、

$$\begin{aligned} e(k) &= [F(\cdot)\bar{\phi}(k) - \Delta\theta(\cdot)]^T \cdot \zeta_0(k) \\ &= \bar{\phi}^T(k)\xi(k) - \Delta\theta^T(\cdot)\zeta_0(k) \end{aligned} \quad (4.4)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} \bar{\phi}(k) &= \bar{\phi}(k) - \phi \in R^{6(l+1)} \\ \xi(k) &= F^T(\cdot)\zeta_0(k) \\ &= [\xi_0^T(k) : \xi_1^T(k) : \dots : \xi_l^T(k)]^T \in R^{6(l+1)} \\ \xi_i(k) &= F_i^T(\cdot)\zeta_0(k) \in R^6, \quad i=0 \sim l \end{aligned} \quad (4.5)$$

と定義した。

ところで、空力微係数の複雑な関数行列 $F(\cdot)$ を事前に求めることは適応制御の目的に反するし、現状の空気力学の理論上からも現実的でない。そこで制御系を簡単化する意味もあって、次のように動圧 $\bar{q}$ のみの関数と見なし、そのベキ級数展開で近似することに

する。

$$F_i(\rho, U_0) \cong F_i(\bar{q}(k)) = \bar{q}^i(k)I, \quad i=0 \sim l \quad (4.6)$$

このとき、(4.4)式の誤差方程式は (4.5)、(4.6)式より、

$$e(k) = \phi^T(k)\xi(k) \quad (4.7)$$

と書き改めることができる。ただし、

$$\begin{aligned} \phi(k) &= \bar{\phi}(k) - w(\bar{q}(k)) \in R^{6(l+1)} \\ w^T(\bar{q}(k)) &= [\Delta\theta^T(\bar{q}(k)) : 0 \dots : 0] \in R^{6(l+1)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \xi^T(k) &= [\xi_0^T(k) : \bar{q}(k)\xi_0^T(k) : \\ &\quad \dots : \bar{q}^l(k)\xi_0^T(k)] \in R^{6(l+1)} \end{aligned}$$

と定義した。この (4.7)式が連続変動係数系に対する誤差方程式であり、 $l=0$ とおけば、 $\Delta\theta$ の存在を無視した固定係数系の場合に一致する。

さて、 $\bar{\phi}(k)$ の推定アルゴリズムとして、次の最小二乗形調整則を採用する。

$$\bar{\phi}(k+1) = \bar{\phi}(k) - \frac{P(k)\xi(k)\{\bar{\phi}^T(k)\xi(k) - C_P^*(k)\}}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \quad (4.9a)$$

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \frac{P(k)}{\lambda(k)} \left\{ I - \frac{\xi(k)\xi^T(k)P(k)}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \right\} \\ &= \frac{P'(k)}{\lambda(k)} \end{aligned} \quad (4.9b)$$

上式分母の時変忘却係数 $\lambda(k)$ は次の両限トレース方式⁷⁾で算出する。

$$\lambda(k) = \begin{cases} \text{tr } P'(k)/P_0; & \lambda \leq \text{tr } P'(k)/P_0 \\ \lambda & ; \text{tr } P'(k)/P_0 \leq \lambda \leq \text{tr } P'(k)/P_L \\ \text{tr } P'(k)/P_L; & \text{tr } P'(k)/P_L \leq \lambda \end{cases} \quad (4.9c)$$

このときの $P(k)$ の初期値と λ の設定値は次のように選ぶ必要がある。

$$P(0) = P^T(0) > 0, \quad 0 < P_L < \text{tr } P(0) \leq P_U, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (4.9d)$$

以上のアルゴリズムの採用により

$$P_L \leq \text{tr } P(k) \leq P_U, \quad 0 < \lambda(k) \leq 1 \quad (4.9e)$$

が成立することが知られている。

次に、パラメータ誤差ベクトル $\phi(k)$ に関する適応則を以下に導出し、以後この式を基に安定性の考察を行う。まず (4.9a) 式のパラメータ調整則は、次の $\bar{\phi}(k)$ のパラメータ誤差更新式と等価である。

$$\bar{\phi}(k+1) = \bar{\phi}(k) - \frac{P(k)\xi(k)\xi^T(k)\bar{\phi}(k)}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \quad (4.10)$$

上式の両辺から $w(\bar{q}(k+1))$ を引き、(4.8)式より次式に書き改められる。

$$\begin{aligned} \phi(k+1) &= \phi(k) - \frac{P(k)\xi(k)\xi^T(k)\phi(k)}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \\ &\quad - \Delta w(\bar{q}(k+1)) \end{aligned} \quad (4.11)$$

ここで、

$$\Delta w(\bar{q}(k+1)) = w(\bar{q}(k+1)) - w(\bar{q}(k)) \quad (4.12)$$

とおいた。この式は調整則の計算に(4.9)式を用いると、パラメータ誤差ベクトル $\phi(k)$ は、実際は(4.11)式に従って更新されることを意味しており、 Δw の存在がパラメータ推定にある程度の影響を与える可能性がある。

そのために、以下の解析において、増分 $\Delta w(\bar{q}(k+1))$ が有界なベクトルであると仮定するに十分な精度で関数近似がなされているものとする。そこで、Lyapunov 関数の候補として次式を選ぶ。

$$V(k+1) = \{\phi(k+1) + \Delta w(\bar{q}(k+1))\}^T P^{-1}(k+1) \cdot \{\phi(k+1) + \Delta w(\bar{q}(k+1))\} \quad (4.13)$$

上式の $P^{-1}(k+1)$ の正定性については、(4.9b)式より、逆行列のレンマを用いて、変動パラメータを有するプラントの場合にも容易に示しうる⁶⁾。

さらに、(4.11)式、および(4.9b)式は行列 $R(k)$ を新たに定義して次のように書き改められる。

$$\phi(k+1) + \Delta w(\bar{q}(k+1)) = R(k)\phi(k) \quad (4.14a)$$

$$P(k+1) = R(k)P(k)/\lambda(k) \quad (4.14b)$$

$$R(k) = I - \frac{P(k)\xi(k)\xi^T(k)}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \quad (4.14c)$$

(4.14a, b)式より $R(k)$ を消去すると、パラメータ更新式は次のように書き改められる。

$$P^{-1}(k+1)\{\phi(k+1) + \Delta w(\bar{q}(k+1))\} = \lambda(k)P^{-1}(k)\phi(k) \quad (4.15)$$

ここで、Lyapunov 関数の差分をとり、(4.15)式を代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) &= V(k+1) - V(k) \\ &= \lambda(k)\{\phi(k+1) + \Delta w(\bar{q}(k+1))\}^T \\ &\quad \cdot P^{-1}(k)\phi(k) \\ &\quad - \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\}^T P^{-1}(k) \\ &\quad \cdot \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\} \end{aligned}$$

さらに、(4.11)式を用いれば、

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) &= \lambda(k)\phi^T(k)P^{-1}(k)\phi(k) \\ &\quad - \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\}^T P^{-1}(k) \\ &\quad \cdot \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\} \\ &\quad - \frac{\lambda(k)e^2(k)}{1 + \xi^T(k)P(k)\xi(k)} \end{aligned} \quad (4.16)$$

を得る。ここで、(4.16)式の右辺第3項目は、半負値となるので、第1項と第2項の和を $\Delta V_1(k+1)$ と記すことにし、 $\Delta V_1(k+1)$ が半負値になるための十分条件を考える。

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k+1) &= \lambda(k)\phi^T(k)P^{-1}(k)\phi(k) \\ &\quad - \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\}^T P^{-1}(k) \\ &\quad \cdot \{\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

① まず、パラメータ θ の l 次近似が、 $\Delta w(\bar{q}(k)) \equiv 0$ と見なせるほど十分な場合。

$$\Delta V_1(k+1) \equiv (\lambda(k) - 1)\phi^T(k)P^{-1}(k)\phi(k) \leq 0 \quad (4.18)$$

となり、固定係数系と仮定したときの従来の結果に一致する。

② $\Delta w(\bar{q}(k))$ が非零で有界なベクトルの場合。(4.17)式は、

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k+1) &= -(1 - \lambda(k))\phi^T(k)P^{-1}(k)\phi(k) \\ &\quad - 2\phi^T(k)P^{-1}(k)\Delta w(\bar{q}(k)) \\ &\quad - \Delta w^T(\bar{q}(k))P^{-1}(k)\Delta w(\bar{q}(k)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

と書き直される。さらにゲイン行列 $P(k)$ の最大固有値を、 $\rho_{\max}(k)$ 、最小固有値を $\rho_{\min}(k)$ とすれば、次の不等式が導出される。

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k+1) &\leq -(1 - \lambda(k))\|\phi(k)\|^2 \rho_{\max}^{-1}(k) \\ &\quad + 2\|\phi(k)\| \|\Delta w(\bar{q}(k))\| \rho_{\min}^{-1}(k) \\ &\quad - \|\Delta w(\bar{q}(k))\|^2 \rho_{\max}^{-1}(k) \\ &= -\rho_{\max}^{-1}(k)\{(1 - \lambda(k))\|\phi(k)\|^2 \\ &\quad + \|\Delta w(\bar{q}(k))\|^2 \\ &\quad - 2\|\phi(k)\| \|\Delta w(\bar{q}(k))\| \rho_{\max}(k) \\ &\quad \cdot \rho_{\min}^{-1}(k)\} \end{aligned} \quad (4.20)$$

ここで(4.20)式の $\{ \}$ 内が半正値となる領域を考えると、

$$\begin{aligned} (1 - \lambda(k))\|\phi(k)\|^2 + \|\Delta w(\bar{q}(k))\|^2 \\ - 2\|\phi(k)\| \|\Delta w(\bar{q}(k))\| \rho_{\max}(k) \rho_{\min}^{-1}(k) \geq 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

となる。具体的に(4.21)式を満足する $\|\phi\|, \|\Delta w\|$ の関係を求めると、

$$\|\phi(k)\| \leq \frac{\rho_{\max}(k)/\rho_{\min}(k) - \sqrt{(\rho_{\max}(k)/\rho_{\min}(k))^2 + \lambda(k) - 1}}{1 - \lambda(k)} \|\Delta w(\bar{q}(k))\| \quad (4.22a)$$

$$\|\phi(k)\| \geq \frac{\rho_{\max}(k)/\rho_{\min}(k) + \sqrt{(\rho_{\max}(k)/\rho_{\min}(k))^2 + \lambda(k) - 1}}{1 - \lambda(k)} \|\Delta w(\bar{q}(k))\| \quad (4.22b)$$

を得る。(4.22b)式はパラメータ誤差がある程度以上大きくなると、 $\Delta V(k+1)$ が必ず負になる領域が存在することを示している。とくに、

$$0 < \lambda(k) \leq 1 \quad (4.23)$$

となれば、相当粗い関数近似でも $\Delta V < 0$ なる領域が保証される。ゆえに、関数近似誤差の増分が有界であ

るとの仮定のもとで $\Delta V(k+1) \leq 0$ となり, P. S. 性が満足されれば $k \rightarrow \infty$ で $V(k) \rightarrow 0, \Delta V(k) \rightarrow 0$ より

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\phi(k) + \Delta w(\bar{q}(k))) = 0 \quad (4.24 a)$$

さらに, (4.16) 式より

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = (1 + \zeta^T(k) P(k) \zeta(k)) \cdot \Delta w^T(\bar{q}(k)) P^{-1}(k) \Delta w(\bar{q}(k)) \quad (4.24 b)$$

が保証される. とくに, $\Delta w \equiv 0$ のときは $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \equiv 0$ となる.

5. 数値シミュレーション

連続系, 離散系の C^* モデルとして次式を採用した.

$$\frac{C_m^*(s)}{u_m(s)} = \frac{5s + 25}{s^2 + 7.07s + 25} \quad (5.1 a)$$

$$\frac{C_m^*(z)}{u_m(z)} = \frac{0.0495 - 0.0471z^{-1}}{1 - 1.9293z^{-1} + 0.9317z^{-2}} \quad (5.1 b)$$

ただし, (5.1 b) は (5.1 a) を $T = 0.01(s)$ で z 変換したものである.

第2図 飛行領域と飛行条件の推移 (文献 12 を加筆引用)

第3図 定加加速度を受ける未制御機の時速, 動圧変動と入出力応答

制御対象機として, F4C 機の飛行データ¹²⁾を使用した. その際, $l = 4.941(m)$, $V_{co} = 121.9 (m/s)$ (400 ft/s), および $\tau = 10(l/s)$ と仮定し, $u_m(g's)$ として 4 秒ごとに振幅 +1, 0, -1 の矩形波を投入した. また, 急激なパラメータ変動を与えるため, 水平飛行中に意図的に実機の最大推力の約 2 倍の定加加速度 ($13.61 m/s^2$) を与えることにより, 第 2 図中の①→②→③のように飛行条件が急速に変動する場合を想定した. 第 3 図にそのときの機速 U_0 と動圧 $\bar{q}$ の変動, ならびに未制御時の機体応答 C_P^* を示す.

従来方式と新方式を比較するために $\hat{a}_{Pi}$, $\hat{b}_{Pi}$ 推定のための動圧 $\bar{q}$ の 1 次級数展開として, [I] 0 次近似と [II] 1 次近似の 2 ケースをシミュレーションした.

[I] 第 4, 5 図の a は従来の固定係数系として設計された適応制御則によるシミュレーション結果である. ただし, 機体伝達関数の各パラメータは第 3 図の動圧 $\bar{q}(k)$ の変動により連続変動している. このときの制御則の各設定値は

ゲイン行列の初期値: $P(0) = 10^6 I$

上限トレース値: $P_U = 6 \times 10^6$

下限トレース値: $P_L = 6 \times 10^3$

忘却係数: $\lambda = 0.85$

推定パラメータ: $\hat{\theta}(0) = \phi_0(0)[0.2, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ である.

第 4 図 a より従来方式の適応則でも, 連続的にパラメータ変動する系に有効であることが明らかである. ただし, 出力誤差 e に関しては規範入力 $u_m(k)$ の矩形波の切り変わり時に, パルス状の誤差が生じている. これはパラメータが連続的に変動する系の場合, 規範入力の P. E. 性の欠如によってパラメータ推定誤差が増大してしまったために生じた誤差である. したがってモデルマッチングを保持するためには, 絶えず $0 < \lambda(k) < 1$ となるような, 測定信号ベクトル $\zeta(k)$ の独立性 (P. S. 性) を確保するように, 規範入力 $u_m(k)$ を印加し続ける必要 (P. E. 性) がある.

[II] 次に, 第 4 図 b, 第 5 図 b はパラメータ推定を動圧 $\bar{q}(k)$ の 1 次関数で近似したときの結果である. 飛行条件の推移と, パラメータの時間変動に関しては, 0 次の場合と比較するために, 第 4 図 a, 第 5 図 a に一致させてある. また, 上・下限トレース値は次元が [I] のケースの 2 倍になったことから $P_U = 2 \times 6 \times 10^6$, $P_L = 2 \times 6 \times 10^3$ とした以外は, やはり $P(0) = 10^6 I$, $\lambda = 0.85$ と一致させている. また推定パラメータの初期値は,

$$\hat{\theta}(0) = [0.2, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\hat{\phi}_0(0) = [0.2, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\hat{\phi}_1(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

第4図 (a) 0次近似則で適応制御された場合, と (b) 1次近似則で適応制御された場合の機体応答

第5図 (a) 0次近似推定, と (b) 1次近似推定された場合の $tr P, \lambda$ の応答と a_{Pi}, b_{Pi} ならびに同推定値 $\hat{a}_{Pi}, \hat{b}_{Pi}$ の応答

第6図 ⑩→⑧→⑦→④→②なる飛行条件の推移に対して1次近似則で適応制御されたときの応答

に設定した。

ここで、第4図a, bの出力誤差 $e(k)$ を比較すると、規範入力の切り換え時のパルス状の出力誤差は、b図のほうが減少している。これは新適応制御則により、パラメータ推定値が第5図のaに比べ同図bのほうが真値に追従しているためであり、規範入力に絶えず変動しなくてもモデルマッチングが十分保持されていることを示している。

〔Ⅲ〕 次の第6図は、高度と速度の両飛行条件が⑩→⑧→⑦→④→②のように、変動する場合のシミュレーション結果の抜粋であり、動圧をランプ状に変化させてある。この場合も動圧の0次と1次近似推定の両ケースについて設定値と初期条件を第4, 5図と同様に与えてみたが、やはり共に良好な結果を得ることができた。ここでは紙面の制約上、1次近似された新適応飛行制御系の出力結果のみを記載しておく。さらに飛行条件が⑤→⑥→⑦と推移する場合についても、良好な結果が得られていることを付記しておく。

6. ま と め

連続的な未知変動安定微係数を有する航空機に対して、従来方式を包含する新しいデジタル適応飛行制御系を提案し、以下のことをシミュレーションで明らかにした。

① パラメータ変動を動圧 $\bar{q}$ の1次関数で近似することで実用上十分な精度でパラメータ推定が行われ、本適応飛行制御系の設計法の妥当性を明らかにした。

② 0次近似、すなわち、固定係数系と考えて設計された従来方式の適応制御を用いても十分な適応能力を有するが、規範入力のP.E.性の有無によっては、モデルマッチングの維持が困難である。

参 考 文 献

- Stein, G. and Hartmann, G. L.: Adaptive Control Laws for F-8 Flight Test, IEEE Trans., AC-22-5 (1977), pp. 758-767.
- 島田有三, 村松旦典: 離散形 C^* モデル規範形適応飛行制御系の設計, 日本航空宇宙学会第16期年会講演集, 1985, pp. 186-187.
- 島田有三, 内島 誠, 小林信彦: C^* モデル規範形デジタル適応飛行制御系の設計, 日本航空宇宙学会第17期年会講演集, 1986, pp. 133-134.
- 島田有三, 小林信彦: C^* モデル規範形DAFCSの設計, 日本航空宇宙学会第18期年会講演集, 1987, pp. 65-66.
- Anderson, B. D. O.: Adaptive Systems and Time Varying Plants, INT. J. Control, 37 (1983), pp. 367-377.
- Landau, I. D., 富塚誠義: 適応システムの理論と実際, オーム社, 1981.
- 新中新二, 鈴木 隆: 適応システムのためのパラメータ調整アルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, 21 (1985), pp. 691-697.
- 新中新二, 鈴木 隆: 時変系に対する適応制御, 計測自動制御学会論文集, 22 (1986), pp. 1149-1155.
- Xianya, X. and Evans, R. J.: Discrete Time Stochastic Adaptive Control for Time-Varying Systems, IEEE Trans., AC-29-7 (1984), pp. 638-640.
- 島田有三: C^* モデル規範型適応飛行制御系, 日本航空宇宙学会誌, 27 (1979), pp. 481-489.
- 島田有三, 村松旦典: C^* モデル規範型適応飛行制御系の研究, 日本大学理工学研究所報, 60, 1984, pp. 711-724.
- Heffley, R. K. and Jewell, W. F.: Aircraft Handling Qualities Data, NASA, CR-2144, December (1972).