＝ 技 術 ノ ー ト ＝

TECHNICAL NOTE

3以上のブレードをもつヘリコプタ・ロータの地上および

空中共振に関する簡易推定法^{*1}

Rough Design Criterion for Ground and Air Resonance of Helicopter Rotor with Three or More Blades

安 東 茂 典^{*2}

Shigenori ANDO

Key Words : Mechanical Vibration, Ground Resonance, Air Resonance,
Rough Criterion

Abstract

The rough criterion for the ground or air resonance of helicopter rotor with three or more blades, which was presented by Donham et al. in 1969, is simple and useful. The theoretical basis is however not so clear. It is the purpose of this paper to assign some theoretical reasons for the criterion. The Coleman's theory is reviewed, and then a concept of "Quasi-Resonance-Center" is defined. Then it is found that the "Resonance Region" designated by Donham et al. is the above "Quasi-Resonance-Center" and nothing but.

記 号

- a : ドラグ・ヒンジのオフセット
 b : ドラグ・ヒンジよりブレード重心までの距離
 B_t : パイロンの有効減衰係数
 K_s : ドラグ・ヒンジのバネ常数
 K_x : パイロンの x 方向有効剛性
 M_x : パイロンの x 方向有効質量
 M : ブレードとパイロンの全有効質量
 m_b : ブレード質量
 m : パイロンの有効質量 ($m_t = (m_x + m_y)/2$)
 r : ブレード重心まわりのブレードの回転半径
 x, y : 水平面内の固定座標
 $\Lambda_1 = a/[b(1+r^2/b^2)]$
 $\Lambda_2 = K_s/[m_b b^2(1+r^2/b^2)]$
 $\lambda_t = B_t/M$
 $\bar{\omega}_t$: 静止系から見たホワール角速度, 有次元
 $\bar{\omega}_r$: 基準角振動数 $= \sqrt{K_x/M_x}$, 有次元

$\bar{\omega}_u$: 回転中のリード・ラグ運動の固有角振動数,
有次元

$\bar{\omega}$: ロータの回転角速度, 有次元

$\omega_t = \bar{\omega}_t/\bar{\omega}_r$

$\omega_u = \bar{\omega}_u/\bar{\omega}_r$

$\omega = \bar{\omega}/\bar{\omega}_r$

ω_{ip} : 第1次面内角振動数 (文献3で用いられたもの), 有次元. 本論文中の $\bar{\omega}_u$ と同じ

1. 序 論

ヘリコプタの地上共振問題¹⁻⁴⁾は, 固定翼機のフラッタに匹敵するほどの恐しい問題であった. いや必ずしも過去形ではなく, 現在もなお, 設計者の隙をねらっている厄介な現象である. 近年, ヘリコプタが地上にあるときばかりでなく, 空中浮揚中もほとんど類似の現象が発生しうることが発見された³⁾ よって地上/空中共振問題として一括して論じられている³⁾.

この現象はまず文献1で論じられた. その Fig. 3は“地上共振予測チャート”というキャプションを与えられている. しかしこの図を支持する数学的定式化は何も与えられてはいず, さほど設計者の役に立ってもないようである.

この現象の解析を本格的に行ったのは文献2である. 以後の本現象に言及する文献中においてColemanの名が引用されないことはない. Colemanらの研究²⁾は, エレガントな定式化に基礎づけされ, しかも諸々のパラメータの影響をほとんど余すところなく含んでいる. しかしそれから端的な設計上の指針を得ることは困難なように思われる.

これを例えれば, 固定翼機の操舵面フラッタの設計指針としてのマスバランスである. マスバランスは,

^{*1} 昭和63年3月8日原稿受理

^{*2} 名古屋大学工学部航空学科

FIGURE 3. Driving frequency vs. rotor speed.

第1図 自動化振動数 vs. ロータ回転数 (文献3の Fig. 3)

FIGURE 4. Driving and body frequency relationships.

第2図 自動化振動数とボディ振動数の関係 (文献3の Fig. 4)

操舵面フラッタ予防のための絶対確実な条件ではない。しかしそれにもかかわらず設計者がまず第一に採用する判定基準である。地上/空中共振現象に関して、これに類する蓋然基準があれば、いかに便利かは言を俟たない。

そのような蓋然法則を筆者は文献3, 4において発見した。それは文献3の Fig.3 (第1図) および Fig. 4 (第2図) である。これは文献4の図8.15および8.16に対応する。

ところがこの図が基礎をおく理論的根拠は？ というとあまりはっきりしない。すなわち文献3中に次の文章が(過去の何らかの文献を引用することもなしに)述べられている:

Comparing the frequency of the oscillation mode with the rotational speed, relative to the nonrotating helicopter body, the following are

observed:

At rotor speeds where $\Omega < \omega_{ip}$, the oscillation drives the rotor system. In this case the vibration energy is absorbed by the rotor/engine system.

As rotor speed is increased to where $\Omega > \omega_{ip}$, the engine and whirling rotor hub feed energy into the vibration system.

(下線は現筆者が付した。)

惜しいことに、この有用な判定基準は“天下り”的であるといわざるをえない。これが本稿を書くに至った動機である。

なお、本論文で取り上げるのは3かそれ以上のブレードをもつロータのみであることを注意しておく。

2. 地上/空中共振に関する要点 (文献2より)

この目的のために筆者は文献2の Chap. I, Fig. 2 (第3図) を用いる。これは3以上のヒンジつきブレードをもつロータに関するもので

ω_r : ホワール角速度, $\bar{\omega}_r$ で無次元化されている

ω : ロータ回転角速度, $\bar{\omega}$ で無次元化されている

$\bar{\omega}_r$: 基準振動数 $= \sqrt{K_r/M_r}$. ロータ系を一質点としたときの、全ヘリコプタの固定座標 x 方向の角振動数

この図は等方支持の場合、つまり

$$\Delta m = \Delta \lambda_r = \Delta K_r = 0 \quad (1)$$

の場合に関するもの。 $\Delta()$ は x, y 方向のある量の差を表し

m : パイロンの有効質量

$\lambda_r = B_r/M$, B_r はパイロンの有効減衰係数

K_r : パイロンの有効剛性

である。“パイロン”という用語はあまり一般向きではないと思われるが、要するにロータシャフトより下部、降着装置より上方の、全ボディを指す。

FIGURE I-2.—The effect of coupling between pylon and hinge motions.

第3図 パイロンとヒンジ運動間の連成効果 (文献2の Fig. I-2)

さて、この図中の破線は

回転部、つまりロータ系

非回転部、つまりパイロン系

の間の連成を無視できる場合を示し、

2本の水平線 $\omega_t = \pm 1$ はパイロン系

2本の双曲線 $\omega_t = \omega \pm \sqrt{\omega^2 \Lambda_1 + \Lambda_2}$ はロータ系に関するもの、ただし

$$\Lambda_1 \equiv a/[b(1+r^2/b^2)] \quad (2)$$

$$\Lambda_2 \equiv K_p/[m_b b^2(1+r^2/b^2)] \quad (3)$$

a : ドラグ・ヒンジのオフセット,

K_p : ドラグ・ヒンジ装着バネ定数,

m_b : ブレード質量,

b : ドラグ・ヒンジよりブレード重心までの距離,

r : ブレード重心まわりのブレードの回転半径

である。さらに

$\omega_{tt} \equiv \sqrt{\omega^2 \Lambda_1 + \Lambda_2}$ が、回転中のリード・ラグ振動の固有角振動数、 $\bar{\omega}_r$ で無次元化されている。

ということに注意する必要がある。

次にこの図中の実曲線は、回転部と非回転部の間に連成がある場合であって、両破線群の交差点近傍でのみ著しく変化している。

注意すべきは

$$\omega_B \leq \omega \leq \omega_D \quad (4)$$

ただし ω_B, ω_D はそれぞれ点 B, D に対応する ω の値

間では、 ω_t の値が2個しかない(示されていない)が、これは、この間では一対の ω_t が共役複素数になっていることを示す。それでこの間是不安定となる。要するに

点 A: ふつうの意味の危険速度

$\omega_B \leq \omega \leq \omega_D$ 間: 自励的不安定域

である。

3. 文献3の蓋然基準の理由づけ

第1図中の点 C は、“自励的不安定域の中心”ともいえる。そして点 F (これは現筆者が指定した) は点 C に近いので、これもまた、“共振領域の準中心”といってよからう。これは

$$\omega_F - \omega_{tt} = 1 \quad (5)$$

なる点である。もしも有次元形で書くと

$$\bar{\omega}_F - \bar{\omega}_{tt} = \bar{\omega}_r \quad (6)$$

となる。文献3の記号との対応は

式(6) 文献3

$$\bar{\omega} \longleftrightarrow \Omega$$

$$\bar{\omega}_{tt} \longleftrightarrow \begin{cases} 0 & \text{: 関節型ロータ} \\ \omega_{lp} & \text{: リジッドロータ} \end{cases}$$

$$\bar{\omega}_r \longleftrightarrow \text{body frequency}$$

である。ここで“リジッド”は“ヒンジレス”あるいは“フレキシブル”の意味であるのは明らかである。かくして、現筆者は“文献3, Fig.4の

‘Resonance Region’ ● の中心

は

共振領域の準中心 (Fig.3 の F 点)

を意味している”と推察する。この同定法により

$$\Omega - \omega_{lp}, \text{ body frequency} \quad \text{vs.} \quad \Omega$$

の交点のみでなく、この交点を含むある領域で不安定となることが理解される。ただしこの蓋然基準は、この領域の幅は指摘しえない、ということに注意すべきである。これは表現を簡潔ならしめるためにやむをえないことである。しかしそれでもなおかつ、この蓋然法則はその存在価値を失わない。

4. 結 論

文献3の、地上/空中共振現象予測のための蓋然基準は、簡単明瞭で使いやすい。しかしその導出根拠は明白であるとはいえなかった。本報告ではこれを文献2中の図の、“共振領域の準中心”を意味するものとして同定することができた。

本稿を作成するに当り川崎重工(株)大林秀彦部長から論文コピーの入手、討論を通じての有益な示唆など数々のご好意を受けた。ここに厚く御礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) Prewitt, R.H. and Wagner, R.A.: Frequency and Vibration Problems of Rotors, J. Aeronaut. Sci., 7 (1940), pp. 444-450.
- 2) Coleman, R.P. and Feingold, A.M.: Theory of Self-Excited Mechanical Oscillations of Helicopter Rotors with Hinged Blades, NACA Rep. 1351 (1956).
- 3) Donham, R.E., Cardinale, S.V. and Sachs, I.B.: Ground and Air Resonance Characteristics of a Soft In Plane Rigid-Rotor System. J. Am. Helicopter Soc., 14 (1969), pp. 33-41.
- 4) 加藤寛一郎, 今永勇生: ヘリコプタ入門, 東大出版会, 東京, 1985, pp. 192-196.

付 録

1. 本文中の説明は、第1図中の右上り線についてのみである。では左上りの短い線はどうか?

(a) まず第3図は原点对称であるから第3象限を考慮することは第1象限を考えることと全く同じとな

り、その必要はない。同様に第 2 象限と第 4 象限は本質的には同じことを表す。結果、 $\omega > 0$ の右半平面のみを考えればよいということになる。

次に ω_t の正、負には関心がないと考えれば、

H^u, H^l : 二つの双曲線の中の、上、下方のもの

$\tilde{H}^l$: H^l の中の第 4 象限内にある短い部分

$M^u \tilde{H}^l$: $\tilde{H}^l$ の水平線 $\omega_t = 0$ に関する鏡像

を定義し、縦軸に $|\omega_t|$ 、横軸に ω をとる第 1 象限内に、三つの線、 $H^u, H^l, M^u \tilde{H}^l$ を描くだけでよい。ではなぜ Donham らは「 $M^u \tilde{H}^l$ は不安定化しない」と判定したのか？ それは第 4 象限内の $\tilde{H}^l$ は、第 3 図の実曲線を考えた場合、 ω_t の全 4 実根の存在する ω 領域内にあるからである。

(b) 次に第 1 図の縦軸の目盛りを $|\Omega - \omega_{ip}|$ としている理由について考える。

上記(a)中の説明から

H^l 線は $\omega_t = \omega - \omega_{u1}$ そのものである。

$M^u \tilde{H}^l$ 線は、 $-\omega_t = \omega - \omega_{u1}$ より $|\omega_t| = |\omega - \omega_{u1}|$ である。

この両者を合わせると、

$$|\omega_t| = |\omega - \omega_{u1}|$$

となる。かくして第 1 図 (あるいは Donham らの Fig.3) の作図法は全く説明された。

2. 最後に本文中に原文で引用した Donham らの基本的 criterion,

“...observed ; $\Omega \gtrless \omega_{ip}$ ^{unstable} _{stable} ” *

について推論する。第 1 図にて

不安定化する右回り線は $\Omega > \omega_{ip}$ 領域にあり、
不安定化しない左回り線は $\Omega < \omega_{ip}$ 領域にある。

よって、* から第 1 図が生れたのではなく、第 1 図から * が引き出された、と考えるのが自然である。Donham らの論文の記述法は論理的とはいえない。

以上のように Donham らの criterion は Colman の解析結果の要点を、大ざっぱではあるが要領よく簡潔に表現したものである。しかしその導出過程は必ずしも簡単自明とはいえないと思う。