論文 CONTRIBUTED PAPER

飛行機の動翼固定での水平定常旋回条件による
横安定設計に関する研究^{*1}

Study on a Design Method for the Lateral Stability of the Airplane by the Conditions for the Steady Horizontal Turn with Control Surfaces Fixed

永島正義^{*2}・山内邦比古^{*3}
Masayoshi NAGASHIMA and Kunihiro YAMAUCHI

Key Words: Aircraft Design, Dihedral Angle, Lateral Stability, Vertical
Tail Plane Area, Steady Horizontal Turn

Abstract

In this report is clarified the relation between the lift coefficient and the dihedral angle of the main-wing and the vertical tail plane for a airplane given a shape of the fuselage and a plane form of the main-wing, to be able to turn steadily at a small bank angle and with all control surfaces fixed. Here we considered the balancing of the moments of air forces about the vertical axis and longitudinal axis. In this consideration for simplicity the air forces are assumed two-dimensional. From this relation the suitable values of the dihedral angle and the vertical tail plane area and position of the airplane to be designed, will be evaluated rather simply, by referring to these values of many excellent airplanes already in practical service.

1. ま え が き

飛行機を計画するにあたって、用途が定まると、どんな速度で飛行することが多いか、あるいはどんな速度のとき、どんな運動をしなければならないことが多いか、さらにどんな速度のとき、どんな安定性が要求されるかなどが用途に応じてあるものである¹⁾。

したがって、用途が定まると、まず、胴体の主な形、主翼の平面形、エンジンなどがだいたい定まってくると思われる。

ここで、どんな揚力係数 C_L で飛んでいるとき、どんな横の安定性や操縦性が求められるかを考えて、適

切に主翼の上反角 Γ 、重心から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離 l_n および垂直尾翼の面積 S_v の関係を選定することが非常に基本的に大切な点である。

その上で、操縦性を優れたものにするためには各舵面の設計を適切にするべきことは言うまでもない。

横の運動に対して、飛行機は操縦することなしに静的に方向安定性あるいは風見安定性と、いわゆる横の安定性をもっていなければならないことは申すまでもないが、飛行機は空間において6次元の自由度をもっているから、空中を飛んでいるときは、この二つの安定性の割合が飛行機の各軸まわりに慣性モーメントの割合と関連して適当でないと、いわゆる動的不安定を生じる。

横の不安定の一つは螺旋不安定であり、いま一つはダッチロールと言われるものである。

そこで、この二つの不安定運動の中間の限界運動として、舵固定のままの水平定常旋回運動を考える。もちろん直線飛行から水平旋回に入れるには適当に操舵するが、旋回に入れたからは舵（補助翼、方向舵）を中立位置に固定するものとするわけである。

この運動は後述するように、旋回中、機体の重心を通る上下軸、前後軸まわりのモーメントがそれぞれ釣り合っていないと不可能であるから、先にふれたように主翼の平面形が決まり、上反角が与えられ、胴体の形と垂直尾翼が定められていると、その飛行機はある揚力係数のときのみ、舵を中立位置に固定のまま水平定常旋回ができることになる。

この関係を利用して、どんな揚力係数 C_L で飛行中に、この水平定常旋回ができるように主翼の上反角 Γ 、重心から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離 l_n

^{*1} 昭和62年12月16日、日本航空宇宙学会第25回飛行機シンポジウムにて発表。平成元年1月31日原稿受理

^{*2} 工学院大学機械系学科

^{*3} 工学院大学名誉教授

と垂直尾翼の面積 S_v を選ぶかで、比較的簡単に、しかも、各要素の与えている影響の物理的意味をつかみながら、用途に適した、上記三要素の選定ができる。

2. 主 な 記 号

- A : 主翼のアスペクト比
 b : 主翼の全幅
 c : 主翼の弦長
 C_L : 揚力係数
 C_D : 抗力係数
 C_{D0} : 最小抵抗係数
 $dC_L/d\alpha$: 主翼の揚力傾斜
 $dC_{Li}/d\alpha$: 紡錘型胴体の揚力係数の傾斜
 $dC_{Lv}/d\alpha$: 垂直尾翼の揚力係数の傾斜
 e : 飛行機効率
 k : 主翼が直線テーパー翼と仮定したときの主翼のテーパー比
 l_t : 機軸上の胴体先端から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離
 l_v : 機軸上の機体重心から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離
 l' : 機軸上の横滑り零の点と垂直尾翼の空気力学的中心との距離
 M_x : 横滑りする胴体による偏揺れモーメント
 M_{wr} : 旋回時の主翼の左右の速度差による偏揺れモーメント
 M_{wra} : 横滑りする主翼の有効迎角の差による偏揺れモーメント
 M_v : 垂直尾翼による偏揺れモーメント
 M_{xr} : 旋回時の主翼の左右の速度差による横揺れモーメント
 M_{xra} : 横滑りする主翼の有効迎角の差による横揺れモーメント
 R : 動翼固定での水平定常旋回という特殊な飛行状態における旋回半径
 S_t : 胴体投影側面積
 S_v : 垂直尾翼面積
 l_0 : 主翼の中央弦長
 V : 対気速度
 x' : 機軸上の横風零の点から胴体微小長さ部分の微小面積 dS_t の面積中心までの距離
 x_{tg} : 機体重心と胴体投影側面積重心との距離
 y : 機体重心から翼幅方向の距離
 α : 主翼の迎角
 β : 横滑り角
 Γ : 主翼の上反角
 η_v : 垂直尾翼効率

Λ : 主翼の後退角

π : 円周率

ρ : 空気密度

3. 動翼固定で水平定常旋回のできるための条件

この条件を考えるのに簡単のため次のように仮定した。

- (1) 水平定常旋回ではバンク角が非常に小さいから、機体の左右軸方向の距離と、それを水平面上に投影した距離は等しいとする。
- (2) 主翼の各断面の揚力とその鉛直方向の成分は等しいとする。
- (3) 水平尾翼と垂直尾翼の空気力の機体前後軸まわりのモーメントは主翼のものに比べて無視できるものとする。
- (4) 横風によって胴体を受ける横方向の力は胴体各断面の横方向への投影面積と、その位置の迎角に比例するとした。
- (5) プロペラやエンジン・ナセルにかかる空気力による偏揺れモーメントや横揺れモーメントは無視した。

3.1 偏揺れモーメント 上下軸まわりのモーメントを考えると、胴体が横風を受ける程度は胴体の位置で異なり、旋回中心から前後軸へ下した垂線の足の所では横風はなく、その点から前後へ離れるほど横風は

第1図 水平定常旋回

大きい。そして胴体はたいがい一様の横風を受けたときでも機体の重心まわりに不安定の傾向をもっている。この場合はなおさらである。

さらにエンジン・ポッド等があれば不安定傾向であり、主翼も外側ほど速度が速いため機首を外へまわそうとする傾向になる。また横滑りにより主翼の左右の有効迎角の変化のため機首を内へまわそうとする傾向になる。

これらの傾向を釣り合わせるように垂直尾翼は少し横風を受けねばならない。このため第1図のような形になる。

3.1.1 胴体によるモーメント 第2図において、二次元的に考えると胴体各微小長さ部分の横力 dF_t は次式で表わされる。

$$dF_t = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \frac{x'}{R} dS_t \quad (1)$$

重心まわりのモーメント M_f は旋回内側へ機首を向

第2図 胴体側面図

第3図 円形断面の紡錘形胴体の揚力係数の傾斜

ける状態を負とすると $dM_f = -dF_t \cdot x$ で、また $x = (l_v + l') - x'$ より

$$M_f = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \frac{1}{R} \int_{S_t} \{x'^2 - x'(l_v + l')\} dS_t \quad (2)$$

となり

$$M_f = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \frac{1}{R} \{I_{t_g} - (l_v + l') x_{t_g} \cdot S_t\} \quad (3)$$

を得る。ただし、 I_{t_g} は機体重心まわりの胴体投影側面積の面積二次モーメントである。なお、第3図は円形断面の紡錘形胴体の揚力係数の傾斜²⁾を示す。

3.1.2 主翼の左右の速度差によるモーメント 断面抵抗係数を翼幅方向に一樣とし、二次元的に考えると主翼の左右の速度差による重心まわりのモーメント M_{wr} は旋回外側へ働くモーメントと旋回内側へ働くモーメントの差になるから

$$\begin{aligned} M_{wr} &= \int_0^{b/2} C_D \frac{1}{2} \rho \left\{ V \left(1 + \frac{y}{R} \right) \right\}^2 c \cdot dy \cdot y - \\ &\quad \int_0^{b/2} C_D \frac{1}{2} \rho \left\{ V \left(1 - \frac{y}{R} \right) \right\}^2 c \cdot dy \cdot y \\ &= 2 \cdot C_D \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{1}{R} I_w \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで直線テーパー翼として

$$c = t_0 \left\{ 1 - (1-k) \frac{y}{b} \right\} \quad (5)$$

とおくと、両翼の面積二次モーメントは

$$I_w = \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} \right)^3 t_0 (1+3k) \quad (6)$$

となる。故に

$$M_{wr} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D \frac{2}{R} \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} \right)^3 t_0 (1+3k) \quad (7)$$

を得る。

3.1.3 主翼の横滑りによるモーメント 横滑りにより主翼の左右の迎角の変化から空気抵抗によって生ずるモーメントは、ふつう風見方向へ機首を向けるから負となる。

また、後退角があるために翼に対する空気流の方向を考えると、第4図の関係から内側の翼では有効な翼弦長が小さくなり、それにつれて有効迎角が $\alpha \beta \cdot$

$$\tan \Lambda = \alpha \cdot \tan \Lambda \cdot \frac{l_v + l'}{R} = \frac{C_L}{dC_L/d\alpha} \cdot \tan \Lambda \cdot \frac{l_v + l'}{R} \text{ だけ}$$

大きくなることになる。もちろん外側の翼では同じ量だけ小さくなる。したがって上反角と後退角の影響で内側の翼では有効迎角が横滑りのないときに比べて

$$\frac{l_v + l'}{R} \left(\Gamma + \frac{C_L}{dC_L/d\alpha} \tan \Lambda \right) \text{ だけ増加することになるから、抵抗係数は } C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi A e} \text{ とすると}$$

(a) 上反角効果

(b) 後退翼

第4図 上反角効果および後退角による上反角効果

$$\frac{dC_D}{da} \left(\Gamma + \frac{C_L}{dC_L/da} \tan \Lambda \right) \frac{l_v + l'}{R} = \frac{2 \cdot C_L}{\pi A e} \frac{dC_L}{da} \left(\Gamma + \frac{C_L}{dC_L/da} \tan \Lambda \right) \cdot \frac{l_v + l'}{R} = \frac{2 \cdot C_L}{\pi A e} \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) \times \frac{l_v + l'}{R} \text{ だけ増加し, 外側の翼では減ずる.}$$

故に, このための偏揺れモーメントは

$$M_{wr\Lambda} = -2 \int_0^{b/2} \frac{2 \cdot C_L}{\pi A e} \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) \times \frac{l_v + l'}{R} \frac{1}{2} \rho V^2 c \cdot dy \cdot y \\ = -\frac{4}{\pi A e} C_L \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right)$$

$$\times \frac{l_v + l'}{R} \frac{1}{2} \rho V^2 M_{wA} \quad (8)$$

となる. ここで直線テーパ翼として式(5)とおくと, 片翼の面積一次モーメントは

$$M_{wA} = t_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{k}{3} \right) \quad (9)$$

となる. 故に

$$M_{wr\Lambda} = -\frac{4}{\pi A e} C_L \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) \frac{l_v + l'}{R} \frac{1}{2} \times \rho V^2 t_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{k}{3} \right) \quad (10)$$

を得る.

3.1.4 垂直尾翼によるモーメント 重心まわりの偏揺れモーメントは

$$M_v = -\frac{dC_{Lv}}{da_v} \frac{l'}{R} \frac{1}{2} \rho V^2 \eta_v S_v l_v \quad (11)$$

である.

3.1.5 偏揺れモーメントの釣り合い条件 これら, 式(3), (7), (10), (11)のモーメントは水平定常旋回において釣り合うべきであって, 合計零であるべきであるから, これより飛行機の偏揺れモーメントの平衡式を得る.

$$\frac{dC_{Lu}}{da} \{ I_{ts} - (l_v + l') x_{ts} S_t \} + 2 \cdot C_D I_w \\ = \frac{4}{\pi A e} C_L \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) (l_v + l') M_{wA} \\ + \frac{dC_{Lv}}{da_v} l' \eta_v S_v l_v \quad (12)$$

式(5)の直線テーパ翼では, I_w, M_{wA} に関係を代入して

$$\frac{dC_{Lu}}{da} \{ I_{ts} - (l_v + l') x_{ts} S_t \} + \frac{1}{3} C_D \left(\frac{b}{2} \right)^3 t_0 (1 + 3k) \\ = \frac{4}{\pi A e} C_L \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) (l_v + l') t_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \\ \times \left(\frac{1}{6} + \frac{k}{3} \right) + \frac{dC_{Lv}}{da_v} l' \eta_v S_v l_v \quad (13)$$

である.

3.2 横揺れモーメント 前後軸まわりのモーメントを考えると, 主翼は左右の速度差により, 内側へバンクさせようとする傾向になり, またこの傾向を釣り合わせるように, 横滑りによる主翼の左右の迎角の変化から生ずる外側へバンクさせようとするモーメントも発生しなければならない.

3.2.1 主翼の左右の速度差によるモーメント 旋回外側の主翼は内側の主翼よりも対気速度が大きくなるため, 内側へバンクさせようとするモーメント M_{xr} は

$$M_{xr} = \int_{-b/2}^{b/2} C_L \frac{\rho}{2} \left\{ V \left(1 + \frac{y}{R} \right) \right\}^2 c \cdot dy \cdot y \quad (14)$$

となり

$$M_{xr} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L \cdot 2 \frac{I_w}{R} \quad (15)$$

を得る。ただし I_w は両翼の面積二次モーメントで、式(5)の直線テーパー翼では

$$M_{xr} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L \cdot 2 \frac{1}{R} \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} \right)^3 b_0 (1+3k) \quad (16)$$

である。

3.2.2 主翼の横滑りによるモーメント 横滑りのために左右の迎角の変化から生ずる外側へバンクさせようとするモーメント $M_{x\Gamma A}$ は

$$M_{x\Gamma A} = 2 \int_0^{b/2} \frac{dC_L}{da} \left(\Gamma + \frac{C_L}{dC_L/da} \tan \Lambda \right) \times \frac{l_v + l'}{R} \frac{1}{2} \rho V^2 c \cdot dy \cdot y \quad (17)$$

となり

$$M_{x\Gamma A} = 2 \frac{\rho}{2} V^2 \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) \frac{l_v + l'}{R} M_{wA} \quad (18)$$

を得る。ただし、 M_{wA} は片翼の面積一次モーメントで、式(5)の直線テーパー翼では

$$M_{wA} = \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} \right)^2 b_0 (1+2k) \quad (19)$$

である。したがって

$$M_{x\Gamma A} = 2 \frac{\rho}{2} V^2 \left(\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda \right) \frac{l_v + l'}{R} \frac{1}{6} \times \left(\frac{b}{2} \right)^2 b_0 (1+2k) \quad (20)$$

を得る。

3.2.3 主翼の横揺れモーメントの釣り合い条件 式(15)、(18)の横揺れモーメントは水平定常旋回において釣り合うべきであるから、これより飛行機の横揺れモーメントの平衡式を得る。

$$\frac{dC_L}{da} \Gamma + C_L \cdot \tan \Lambda = C_L \frac{I_w/M_{wA}}{l_v + l'} \quad (21)$$

あるいは

$$\Gamma = \frac{C_L}{dC_L/da} \left(\frac{I_w/M_{wA}}{l_v + l'} - \tan \Lambda \right) \quad (22)$$

となる。

3.3 動翼固定での水平定常旋回できるための条件 方程式(12)と(22)を連立させる条件が動翼固定での水平定常旋回できるための条件である。

故に、方程式(12)と(22)で C_L と l' を未知数として連立方程式として解くと、形のすっかり定まった飛行機の動翼固定での水平定常旋回できるときの揚力係数 C_L とそのときの機体の重心を通る前後軸上で横滑りのない点と垂直尾翼の空気力学的中心の距離 l' を与えることになる、この条件は実際上一組ある。

すなわち形の定まった飛行機では、上のような特別な定常運動ができる C_L はただ一つあることになる。

4. 横安定設計への利用

設計しようとする飛行機について、性能や横の静安定などから胴体の形や主翼平面形および重心から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離 l_v を定めたとして、次に動翼固定の水平定常旋回ができる l' に対する C_L の適当な値が定まると、方程式(12)と(22)から採るべき上反角 Γ の値とそのときの垂直尾翼面積 S_v が求まる。

5. 考 察

4章で述べた C_L の適当な値の見当をつけるための資料として、現在までよく用いられている多数の飛行機について、三面図等を資料として上の C_L とそれに伴った、そのときの l' を算出した。

第5図の(a)、(b)、(c)および(d)はそれぞれ $\frac{1}{dC_L/da} \left(\frac{I_w/M_{wA}}{l_v + l'} - \tan \Lambda \right)$ 軸、 Γ 軸および C_L 軸の直角度座標である。(a)は主要なジェット機とプロペラ機についてプロットした。(b)は大型のジェット輸送機群であり、(c)、(d)はそれぞれ小型ジェット機とジェット戦闘機群を示した。

ジェット機が普通、巡航飛行する揚力係数は0.2~0.3程度で非常に小さいのであるが、この計算の結果、動翼固定で水平定常旋回できる揚力係数は非常に大きく、大型の輸送機は離陸時等の大きな揚力係数のときこの旋回が可能なことになっている。

一方、プロペラ機の動翼固定の水平定常旋回できる揚力係数は普通、巡航飛行する揚力係数とほとんど同じ値であった。

多数の飛行機の計算結果のプロットで構成される三次元曲面は Skewed Plane になる。

縦軸は上反角であり、曲面の上側 (Γ 軸方向) にはずれた機体を製作した場合はグッチロールを生じやすく、また曲面の下側 (Γ 軸方向) にはずれた機体を製作した場合は螺旋不安定を生じやすい。したがって、このような場合は三軸要素のそれぞれの量を加減して、この曲面上に乗るように修正する必要がある。

つまり、この曲面は多くの優秀な機体について、その動翼固定で水平定常旋回できるときの三軸要素で構成されるから、この曲面上に乗った飛行機を設計すれば、用途に応じた安定性と操縦性の間の適当な調和のとれた飛行機が設計できることになる。

第6図と第7図は、全機の動翼固定で水平定常旋回できる揚力係数 C_L と $\{(l + l')/l_v\} \times 100\%$ の関係を示す 図中に小型の単発プロペラ機とジャンボ・ジェット機および小型ジェット機を描いた (縮尺は異なる)

(a)

(b)

(c)

(d)

第5図 飛行機群で構成される斜曲面

第6図 飛行機の横滑り零の点

第7図 飛行機の横滑り零の点

が、機体の垂直尾翼の空気力学的中心を縦軸の100%に合わせた。したがって、図中のシンボル群がいろいろな飛行機の横滑り零の点であり、この点は機体の垂直尾翼の空気力学的中心のほぼ直後にある。

動翼固定での水平定常旋回中の飛行機の前後軸上の横滑り零の点から垂直尾翼の空気力学的中心までの距離 l' は、プロペラ機や小型ジェット機では正の値を

もっているが、大型ジェット機では負の値をもつものもある。これは横風により胴体に生ずる横向きの力を胴体各断面の横方向の投影面積とその位置の迎角に比例するとした計算を用いたので、胴体側面積重心が機体の重心より前方にある飛行機でも胴体に横風を受けると旋回の内側に機首をふるの、これに釣り合うには垂直尾翼に旋回の外側から風を受けねばならないことになったのである。

実際には横方向の力は胴体の先端部のほうが強く働くことを考えに入ると、 l' はこの計算より正のほうにずれると考えられる。また、プロペラ機については、プロペラの影響を考えていないので上記の飛行状態で横滑りが小さく出ている。さらに高翼やエンジン・ポット等の影響による上反角効果は省略されている。したがって、同種の形の飛行機を考え合わせる場合だけ本計算の結果は、だいたいそのまま役立つと思われる。

参考文献

- 1) 永島正義, 山内邦比古: 飛行機の動翼固定での水平定常旋回法による横安定設計に関する研究, 日本航空宇宙学会, 第25回飛行機シンポジウム講演集 (1987)。
- 2) Durand, W. F.: Aerodynamic Theory, Vol. IV, Divisions J-M, Jan. 1934, pp. 132-133.