飛翔体誘導制御系における目標追尾装置の動特性モデル*¹ Dynamic Models of Target Trackers in Guided Vehicles

江口 弘文*²・山下 忠*³
 Hirofumi EGUCHI and Tadashi YAMASHITA

Key Words: Guided Vehicle, Target Tracker, Strapdown Tracker

Abstract

A homing missile which is guided by the laws such as the proportional navigation guidance, the augmented proportional navigation guidance, and the optimal guidance has a target tracker to detect the line-of-sight rate, which is essentially needed for these guidance laws. Three different types of the tracker are used for this purpose; The first is the free-gyro gimbaled tracker; the second is the rate-gyro gimbaled tracker; the third is the strapdown type tracker. In this paper, basic dynamic models of these trackers are given at first, and then unstructured model uncertainty of these trackers are discussed. And the imperfect tracker stabilization is defined from the standpoint of the tracker model uncertainty, which is the important information for the robust design of the missile guidance system. By using this definition, it is shown that the stabilization loop gain of the rate-gyro gimbaled tracker and the sample frame time of the strapdown type tracker correspond each other.

1. ま え が き

比例航法¹⁾, 改良比例航法²⁾, 最適航法³⁾等に基づいて制御される飛翔体は, いずれも慣性空間における目視線角 (目標と飛翔体の重心位置を結ぶ直線が空間におけるある基準線となす角) の変化率を計測するための目標追尾装置を搭載しており, この目視線角の変化率はこれらの航法に基づいた誘導制御系を構成する場合の基本入力になるものである⁴⁻⁶⁾。しかしながら, この目標追尾装置は飛翔体という高速運動体に搭載された状態で機能しなければならないため, 飛翔体運動との連成の影響 (空間安定特性の不完全性という) による誤差成分を出力信号に含み, 誘導制御系全体を不

安定にしてしまうことがある^{7,8)}。したがって飛翔体の誘導制御系の設計に当たっては, 目標追尾装置の空間安定特性に関するモデル不確定性を考慮にいれたロバスト設計が重要であり, そのためには飛翔体運動との連成を考慮に入れた目標追尾装置の動特性モデルの検討, および空間安定特性に関する定量的考察が不可欠である。

この目標追尾装置については, Rue, White らが詳細な解析を示しているが⁹⁻¹¹⁾, いずれもフリージャイロを用いた装置についての解析であり, また誘導制御系という立場からの考察がなされていない。Nesline らはレートジャイロを用いて構成された目標追尾装置について, 空間安定特性の不完全性と誘導制御系の安定性の関係について述べているが, 空間安定特性の不完全性を表す定量的定義式が示されていない^{7,8)}。また目標追尾装置の新しい形態として最近注目を集めているストラップダウン方式^{12,13)}については, 解析が十分なされていない。

本論文ではまず, 誘導制御問題における目標追尾装置の立場を説明したのち, この装置を, 1) フリージャイロ方式, 2) レートジャイロ方式, 3) ストラップダウン方式の3方式に分類し, 各々について飛翔体運動との連成を考慮に入れた動特性モデルを与える。次に, 誘導制御問題から捉えた場合の目標追尾装置の一般的モデル不確定性の定式化には2種類の考え方が必要であることを示し, このモデル不確定性の一つの原因である空間安定特性の不完全性については定量化のための定義式を与える。最後に3方式について動特性モデルによる特性解析を示し, 基本的特性を明確にするとともに, レートジャイロ方式の空間安定化ループゲインの逆数とストラップダウン方式のサンプルフレームタイムとが, 空間安定特性という意味において一対一に対応していることを示す。

これらの解析により従来基本的解析が示されていなかったストラップダウン方式も含めて, 目標追尾装置

*¹ 平成元年4月4日, 日本航空宇宙学会第20期年会および講演会で講演。平成元年7月20日原稿受理

*² 防衛庁技術研究本部第3研究所

*³ 九州工業大学工学部制御工学科

の各方式における特徴が定量的に明確にされる。またここで与えた空間安定特性の不完全性に関する定義式は、実際に完成された目標追尾装置の性能評価の尺度としても使用可能であることを示す

2. 誘導制御問題

飛翔体の誘導制御問題とは、三次元空間において飛翔体と目標を会合させるための飛翔体の制御問題であり、時刻 t における飛翔体および目標の位置ベクトルを $X_M(t)$, $X_T(t)$ とするとき、ある適当な時刻 t_f および許容誤差 ε_m に対して、

$$\|X_M(t_f) - X_T(t_f)\| < \varepsilon_m \quad (1)$$

$\|\cdot\|$: ベクトルノルム

を満足させることである。飛翔体はロール軸に関する運動について十分制御されているとして、ピッチ軸とヨー軸に関するカップリングを無視して二次元平面での問題として捉えた場合の概念を第1図に示す。第1図は時刻 $t=0$ における飛翔体と目標を結んだ直線を基準の目視線 (Line-of-Sight, 図中では L.O.S. と略記している) としており、その目視線に対する飛翔体と目標の経路角がそれぞれ ψ_M , ψ_T 、速度ベクトルが V_M , V_T 、基準目視線に直交する方向の加速度ベクトルが n_M , n_T であり、 a_M は V_M に直交する飛翔体の加速度ベクトルである。また $\sigma(t)$ は目視線角、 V_c は相対接近速度、 t_{go} は会合までの時間、 $e(t)$ は基準目視線に直交方向の距離誤差である。

第1図において飛翔体の加速度を制御するための指令加速度 a_c は、たとえば比例航法の場合、 N' を航法定数として、

$$a_c = N' V_c \dot{\sigma} \quad (2)$$

で与えられる^{1,6)}。したがって目標追尾装置は目視線角の変化率 $\dot{\sigma}$ を計測することが義務づけられている。また改良比例航法、最適航法等においても a_c を決定

第1図 誘導制御問題の幾何学的概念

する制御則で目視線角の変化率が必要とされる^{2,3)}。

3. 飛翔体運動との連成を考慮にいたった目標追尾装置の動特性モデル

二次元平面の運動に限定した場合の目標追尾装置に関する座標軸関係を第2図に示す。第2図において、 X , Y 軸は慣性空間に固定した座標系、 X_M , Y_M 軸は飛翔体に固定した運動座標系、 X_s 軸はトラックアンテナ (以下単にアンテナという) のアンテナ軸方向であり、初期状態では X_M , Y_M 軸は X , Y 軸に一致している。また σ は目視線角であり、ここでは近似的に飛翔体の重心位置とアンテナの重心位置は一致しているとしている。 θ は飛翔体の回転運動によって発生するオイラー角、 λ は飛翔体の機軸方向とアンテナ軸方向となす首振り角、 σ_H は飛翔体に固定した座標系でみた目視線角、 ε は目標方向とアンテナ軸方向となす誤差角である。

目標追尾装置はいずれの方式においても、この誤差角 ε を検出し、 ε が零になるように絶えずアンテナ軸 X_s を目標方向に指向させることにより目標追尾を実現している⁴⁾。 X_s 軸は目標を追尾するという意味においてのみ慣性空間 XY 平面内で運動するものであり、飛翔体自身に発生する回転運動によって動いてはいけない。 X_s 軸のこの慣性空間における自立性を目標追尾装置の空間安定特性という⁷⁾。なお以下においては、とくに誤解のおそれがない場合は空間安定特性の不完全性という意味においても単に空間安定特性という。

空間安定特性の物理的実現方法の相違によって、目標追尾装置は次の3方式に大別できる。すなわち、1) アンテナ自身を高速で回転させることによるジャイロ剛性でスピン軸にあたる X_s 軸を慣性空間に安定させる (フリージャイロ方式)、2) アンテナを支持するジンバル軸にレートジャイロを搭載し、 X_s 軸を慣性空

第2図 目標追尾装置の座標軸関係

間に自立させるための制御系を構成する (レートジャイロ方式), 3) アンテナ自身は飛翔体に直接固定し, アンテナから照射する電波の方向を電氣的に直接制御する (ストラップダウン方式), の3方式である.

これら3方式いずれの場合においても, 第2図で,

$$\sigma_H = \sigma - \theta \quad (3)$$

$$\epsilon = \sigma_H - \lambda \quad (4)$$

という幾何学的関係が成立する. 目標追尾装置の出力 X_0 としては一般に

$$X_0 = K_H \epsilon \quad (5)$$

が用いられる⁴⁾. ここで K_H はトラッカゲインである. また出力 X_0 は X_s 軸を目標方向へ追尾させるためのトルカ入力となり目標追尾装置としてのフィードバックループが構成される. トルカ出力 T_q は, トルカゲインを K_T とし, トルカの動特性を1とすると,

$$T_q = K_T X_0 \quad (6)$$

である⁴⁾.

前記3方式において異なるのはトルカ出力に対するアンテナの運動力学であり, フリージャイロ方式の場合は最も簡略化された運動方程式として,

$$H\ddot{\lambda} = T_q \quad (7)$$

で表現される¹⁰⁾. ここで H はアンテナの角運動量, λ はプリセッション運動によって発生する首振角であり, 第2図における首振角 λ とは,

$$\lambda = \lambda' - \theta \quad (8)$$

の関係がある. θ が零のとき λ と λ' は一致する. (3)~(8)式を用いて, フリージャイロ方式の動特性モデルを第3図に示す

次にレートジャイロ方式の場合は, ジンバル軸回りのアンテナの運動は,

$$J\ddot{\lambda} = T_q \quad (9)$$

で表現される. ここで J はアンテナのジンバル軸回り慣性性能率, λ は首振角である. また(9)式によって

第3図 フリージャイロ方式目標追尾装置の動特性モデル

発生するジンバルフレームの回転角速度 $\dot{\lambda}$ および飛翔体に発生する回転角速度 q はともに, ジンバルフレームに搭載されたレートジャイロによって検出され, 空間安定化のためのトルカにフィードバックされる. したがって(6)式は,

$$T_q = K_T (X_0 - \dot{\lambda} - q) \quad (10)$$

となる. (3)~(5), (9)~(10)式を用いてレートジャイロ方式の動特性モデルを第4図に示す.

ストラップダウン方式においては, ジンバルの力学的運動によってではなく, アンテナから照射する電波のビーム軸方向 λ を直接制御することにより目標追尾を実現する. このとき λ 角の補正は, 目標と飛翔体との相対位置関係の変化によって発生する誤差角 ϵ , および飛翔体の回転運動 q によって発生する姿勢角 θ の両者に対してなされなければならない. また, 誤差角 ϵ に対しては第3図から類推できるように, 目視線角に対して基本的には微分回路が構成されていなければならないため, 数学的な積分回路を通して電波ビーム角 λ の制御に用いられる. 以上のことを考

第4図 レートジャイロ方式目標追尾装置の動特性モデル

第5図 ストラップダウン方式目標追尾装置の動特性モデル

慮にいて、ストラップダウン方式の動特性モデルを第5図に示す。

第5図で K_1 は電波照射についての首振り角特性を示しており、本文では1としている。また前向きループのサンプラと零次ホールドは信号処理のためのものであり、 T はサンプルフレームタイムを表している。さらにフィードバックループの無駄時間 e^{-TS} は、誤差角 ϵ および姿勢角 θ の補正に要する遅れであり、これはサンプルフレームタイム T に等しい。また T_f は飛翔体の姿勢角に関するレート積分ジャイロ出力のサンプルフレームタイムであり、ジャイロ動特性 $G_f(s)$ および補償器 $G_c(s)$ は本文では1としている。

4. 目標追尾装置のモデル不確定性

第3図～第5図から目標追尾装置の出力 X_0 は一般にラプラス変換を用いて、

$$X_0(s) = G_H(s)\sigma(s) + G_q(s)q(s) \quad (11)$$

である。ここで $G_H(s)$ は目視線角 σ に対する目標追尾装置の伝達関数であり、 $G_q(s)$ は飛翔体の回転角速度 q によって生じる出力の伝達関数、すなわち目標追尾装置の空間安定特性の不完全性を表している。

ここで第3図～第5図において、たとえばトラックゲイン K_H が誤差角 ε に対して ε が大きい領域で変化し、その結果目標追尾装置出力が基準状態から変動することを考慮に入れると⁴⁾、

$$G_H(s) = (1 + \Delta_H(s))G_{H0}(s) \quad (12)$$

と考えられる。ここで $G_{H0}(s)$ は誤差角 ε が零度近傍での目視線角に対する基準の伝達関数であり、 $\Delta_H(s)$ はそれからの変動成分を表す。

また第3図、第4図では、目標追尾装置に対する飛翔体運動の影響が基本的な場合についてモデル化されているが、たとえばジンバルベアリングに発生する摩擦トルク等を考慮に入れると、基本モデルからの特性変動が考えられる¹⁰⁾ また第5図における K_1 も、ドームのスロープ誤差^{7,8)}によって詳細にみれば様ではない。したがって第3図～第5図の基本モデルにこれらの変動要因を考慮に入れると、

$$G_q(s) = G_{q0}(s) + \Delta G_q(s) \quad (13)$$

と考える必要がある。ここで $G_{q0}(s)$ は基本モデルでの飛翔体回転角速度に対する伝達関数であり、 $\Delta G_q(s)$ はその変動成分を表す。なお、フリージャイロ方式の場合は $G_{q0}(s)$ が零になるため ((16)式参照)、(12)式とは異なり(13)式についてはモデル不確定性を和の形で表現している。また5章の解析では $\Delta H(s)$ 、 $\Delta G_0(s)$ はいずれも零としている。

目標追尾装置に対して、(12)，(13)式のモデル不確定性を考慮に入れた場合の誘導制御系のブロック線図

第6図 誘導制御系における目標追尾装置のモデル不確定性

を第6図に示す。第6図で目標追尾装置のモデル不確定性を除いた部分は、Nesline らが誘導制御系の解析に用いているブロック線図と同じである^{7,8)}。第6図で、 $G_a(s)$ は舵角 δ に対する飛翔体旋回加速度 a_m までの伝達関数、 $G_R(s)$ は回転角速度 q までの伝達関数を示している。第6図において、 $\Delta_H(s)$ は、たとえば Doyle らが取り扱っている制御系のモデル不確定性であり、誘導制御系においてループゲインの変動という影響をもたらす¹⁴⁾。

しかしながら $G_q(s)$ の存在は第 6 図に示したように、誘導制御系の中に寄生ループを構成し、この寄生ループは誘導制御系全体を不安定にしてしまうことがあることが知られている^{7,8)}。目標追従装置の出力信号が理想的には y であるべきとする航法上の要求から考えれば、 $G_q(s)$ の存在自身も理想モデルからの変動成分と見なすことができる。この種の寄生ループを構成するモデル不確定性はその要因と影響が複雑であり、誘導制御系設計上の一般的取扱いは困難である。飛翔体の分野においては筆者らが寄生ループの安定解析と誘導制御系のシミュレーションを併用した一手法を述べているにすぎない¹⁵⁾。

この $G_q(s)$ は、目標追尾装置の空間安定特性の不完全性によって生じるものである。そこでこのモデル不確定性を定量的に表現するために空間安定特性を以下のように定義する。

〔定義〕 「飛翔体における目標追尾装置の空間安定特性とは、目標追尾装置出力に対する飛翔体回転角速度の影響の程度をいい、その程度 $K_s(\omega)$ を目視線角の変化率が零のときの、飛翔体の正弦波状回転角速度に対する目標追尾装置出力の定常振幅の比の対数、すなわち(14)式で表す。

$$K_s(\omega) = 20 \log_{10} \left| \frac{X(\omega)}{q(\omega)} \right|_{\sigma=0} \quad (14)$$

ここで $|q(\omega)|$ は入力正弦波の振幅, $|X(\omega)|$ は入力角周波数に対応した出力の定常振幅を表す.

この定義によると(11)式の場合は、

$$K_s(\omega) = 20 \log_{10} |G_q(j\omega)| \quad (15)$$

である。(14)式の定義の特徴は空間安定特性をゲインのみで定義したところにある。すなわち(13)式で表現されるモデル不確実性が解析的に明らかでない場合でも、つまり系をブラックボックスとする場合にも、実験的手法によって $|X(\omega)|/|q(\omega)|$ を求めることにより $K_S(\omega)$ を知ることが可能であり、その特性を誘導制御系の設計、あるいは目標追尾装置の性能比較、評価に活用することができる。

5. 特性解析

5.1 フリージャイロ方式 第3図からフリージャイロ方式の出力信号 X_0 はラプラス変換を用いて、

$$X_0(s) = \frac{K}{T_c s + 1} s \sigma(s) \quad (16)$$

ただし、 $T_c = H/K_H K_T$, $K = H/K_T$ である。

(16)式からフリージャイロ方式の出力信号は $s\sigma(s)$ すなわち $\dot{\sigma}(t)$ を1次遅れで出力しており、その帯域は $\omega_c = 1/T_c$ で与えられる。また(16)式からわかるように $G_{q0}(s)$ は零である。このとき誤差角 ε は、

$$\varepsilon(s) = -\frac{T_c}{T_c s + 1} s \sigma(s) \quad (17)$$

であり、ランプ関数状の目視線角に対して定常偏差が残る制御系である。したがってアンテナの視野角の最大値を $\varepsilon_{\max}$ とすると追尾が維持される条件は、

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon_{\max} \quad (18)$$

で表すことができる。

いま $\sigma(t) = At$ とすると、誤差角の定常値 ε_s は

$$\varepsilon_s = \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s) = A T_c \quad (19)$$

である。したがって(18)式は、

$$|A T_c| \leq \varepsilon_{\max} \quad (20)$$

であり、(20)式が満足される A の最大値がこの装置の最大追尾角速度 $\dot{\lambda}_{\max}$ を表すから、

$$\dot{\lambda}_{\max} = \varepsilon_{\max} \cdot K_H K_T / H \quad (21)$$

である。ここでトルカの最大出力トルクを $T_{\max}$ で表すと、

$$\varepsilon_{\max} \cdot K_H K_T \leq T_{\max} \quad (22)$$

という制限があることがわかる。

5.2 レートジャイロ方式 第4図からレートジャイロ方式の出力信号 X_0 はレートジャイロ自身の動特性を1とすると、

$$X_0(s) = \frac{K_H(Js + K_T)}{Js^2 + K_T s + K_H K_H} s \sigma(s) - \frac{K_H Js}{Js^2 + K_T s + K_H K_H} q(s) \quad (23)$$

であり、誤差角 ε は

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{K_H} X_0(s) \quad (24)$$

で与えられる。(23)式第1項が、比例航法を表現するために必要な目視線角の変化率を計測している項であり、第2項はレートジャイロ方式の空間安定特性を示している。いま $q(t) = 0$ のとき、(23)式から目視線角の変化率に対する出力ゲインを $\omega \leq \sqrt{K_T K_H} / J$ 域で一定に保つためには、 K_T / J を K_{SL} とおけば、 $K_{SL} > \sqrt{K_{SL} K_H}$ すなわち、

$$K_{SL} \geq K_H \quad (25)$$

でなければならない。ここで K_{SL} は第4図の空間安定化ループのループゲインを表している。目標追尾装置としての帯域は、 $\omega_c \approx \sqrt{K_{SL} K_H}$ で見積ることができる。

次に、ランプ関数状の目視線角 $\sigma(t) = At$ に対して $q(t) = 0$ のとき、誤差角 $\varepsilon(t)$ の定常値 ε_s は、

$$\varepsilon_s = \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s) = A / K_H \quad (26)$$

であり、フリージャイロ方式の場合と同様に一定の誤差角で目標を追尾している。この場合も追尾が維持される条件は(18)式により、

$$\left| \frac{A}{K_H} \right| \leq \varepsilon_{\max} \quad (27)$$

である。したがってレートジャイロ方式の最大追尾角速度 $\dot{\lambda}_{\max}$ は、

$$\dot{\lambda}_{\max} = \varepsilon_{\max} \cdot K_H \quad (28)$$

で与えられ、フリージャイロ方式と異なって、トルカのゲイン K_T は直接には最大追尾角速度の向上に寄与していない。しかし(25)式により、レートジャイロ方式の場合も目標追尾性能はトルカゲインで拘束されることがわかる。

空間安定特性：(14)式の定義によればレートジャイロ方式の空間安定特性は(23)式から、

第7図 レートジャイロ方式目標追尾装置空間安定特性ゲイン線図

$$K_S(\omega) = 20 \log \frac{JK_H \omega}{\sqrt{(K_T K_H - J\omega^2)^2 + K_T^2 \omega^2}} \quad (29)$$

で与えられる。第7図に $J=10$, $K_T=3,000$, $K_H=100$ としたときの(29)式のゲイン線図を示す。第7図において現実に考慮すべき領域は飛翔体の固有角周波数の最大値 ω_a (小型の飛翔体では約 30 rad/s 程度である)以下の領域であり、その領域において(29)式は、

$$K_S(\omega) \approx 20 \log |\omega/K_{SL}| \quad (30)$$

と近似することができる。このとき $K_S(\omega_a)$ が誘導制御系設計上許容されうる値 $K_S^*(\omega_a)$ 以下になるように J および K_T が選定されなければならない。 $K_S^*(\omega_a)$ 決定法の一例は文献15に述べている。

5.3 ストラップダウン方式 第5図で目標追尾系の開ループ伝達関数 $G_{OL}(s)$ は、

$$G_{OL}(s) = \frac{K_H K_I K_T e^{-T_s} (1 - e^{-Ts})}{s^2} \quad (31)$$

であり、前向き伝達関数 $G_{FL}(s)$ は、

$$G_{FL}(s) = \frac{K_H (1 - e^{-Ts})}{s} \quad (32)$$

である。また追尾系の閉ループ伝達関数 $W(s)$ は、

$$W(s) = \frac{G_{FL}(s)}{1 + G_{OL}(s)} \quad (33)$$

である。このとき、目視線角に対する誤差角 $\epsilon(s)$ は、

$$\epsilon(s) = \frac{1}{1 + G_{OL}(s)} \sigma(s) \quad (34)$$

である。また外乱 $q(s)$ については、一般にレート積分ジャイロ出力のサンプルフレームタイム T_r が、追尾ループのサンプルフレームタイム T に比べて十分小さいことから連続信号とみなすと、

$$G_S(s)q(s) = (K_I e^{-T_s} - 1) \frac{1}{s} q(s) \quad (35)$$

が第5図の入力点で加算されているのと同様である。

したがって目標追尾装置出力は、

$$X_0(s) = W(s)\sigma(s) + W(s)G_S(s)q(s) \quad (36)$$

と考えることができる。

$G_{OL}(s)$, $G_{FL}(s)$ の Z 変換は、一般に関数の Z 変換を $Z[\cdot]$ で表すと、

$$\begin{aligned} G_{OL}^*(z) &= K_H K_I K_T z^{-1} (1 - z^{-1}) Z[1/s^2] \\ &= \frac{K_H K_I K_T \cdot T \cdot z^{-2}}{(1 - z^{-1})} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} G_{FL}^*(z) &= K_H (1 - z^{-1}) Z[1/s] \\ &= K_H \end{aligned} \quad (38)$$

である。したがって、目視線角に対するストラップダウン方式のパルス伝達関数 $W^*(z)$ は、

$$W^*(z) = \frac{K_H (1 - z^{-1})}{1 - z^{-1} + K_H K_I K_T \cdot T \cdot z^{-2}} \quad (39)$$

であり、

$$\epsilon^*(z) = \frac{(1 - z^{-1})}{1 - z^{-1} + K_H K_I K_T \cdot T \cdot z^{-2}} \sigma^*(z) \quad (40)$$

である。ここで $G_{OL}^*(z)$, $G_{FL}^*(z)$, $W^*(z)$, $\epsilon^*(z)$ はそれぞれ $G_{OL}(s)$, $G_{FL}(s)$, $W(s)$, $\epsilon(s)$ の Z 変換を表したがって周波数応答特性は、(39)式において $z = e^{j\omega T}$ とおくことにより得られる。第8図に $K_I = K_T = 1$, $K_H = 50$ でサンプルフレームタイム $T = 1$ ms とした場合の結果を示す。第8図の特性は、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式の場合と同様に目視線角 σ に対して近似微分特性を示している。帯域としては、サンプルフレームタイム T が十分小さいときは連続系に近いことから $\omega_c \approx K_H K_I K_T$ と見積ることができる。

次に、ランプ関数状の目視線角に対する誤差角について考える。 $\sigma(t) = At$ のとき

$$\sigma^*(z) = \frac{ATz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \quad (41)$$

だから、

$$K_L = K_H K_I K_T \quad (42)$$

とおくと(40)式から、

$$\epsilon^*(z) = \frac{ATz^{-1}}{(1 - z^{-1} + K_L \cdot T \cdot z^{-2})(1 - z^{-1})} \quad (43)$$

である。(43)式に最終値の定理を用いると、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \epsilon(nT) = \lim_{z \rightarrow 1} \epsilon^*(z) \cdot (1 - z^{-1}) = A/K_L \quad (44)$$

となり、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式の場合と同様に一定の目視線角速度に対して定常偏差が残る追尾装置になっている。したがって、ステップ入力に対する(43)式の過渡応答においてオーバーシュートがないことを仮定すれば、追尾が維持される条件は(18)式および(44)式から、

第8図 ストラップダウン方式目標追尾装置周波数応答特性

$$\left| \frac{A}{K_L} \right| \leq \varepsilon_{\max} \quad (45)$$

であり、ストラップダウン方式の最大追尾角速度は、

$$\dot{\lambda}_{\max} \leq \varepsilon_{\max} \cdot K_L \quad (46)$$

である。

次にストラップダウン方式目標追尾装置の安定性について考察する。特性方程式は(39)式より、

$$z^2 - z + K_L T = 0 \quad (47)$$

である。ここで、 $z = (w+1)/(w-1)$ なる双1次変換を行うと(47)式は、

$$K_L T w^2 + 2(1 - K_L T)w + K_L T + 2 = 0 \quad (48)$$

である。(47)式が安定である条件は(48)式の特性根の実部が負であることである。したがって、

$$0 < K_L T < 1 \quad (49)$$

である。すなわち目標追尾装置としての目標追尾特性、周波数応答特性を向上させるためにループゲイン K_L を大きくすると、それに応じてサンプルフレームタイム T を短くしなければならない。

空間安定特性：飛翔体回転角速度 $q(s)$ に対する目標追尾装置の出力 $X_{0q}(s)$ は(35)、(36)式から、

$$X_{0q}(s) = W(s)(K_L e^{-Ts} - 1) \frac{1}{s} q(s) \quad (50)$$

である。ここで $W(s)$ は(33)式で与えられる。したがって、(14)式の定義によればストラップダウン方式の空間安定特性は、

$$K_S(\omega) = 20 \log |W(j\omega)| \cdot \frac{|K_L e^{-j\omega T} - 1|}{\omega} \quad (51)$$

で与えられる。(50)式において $W(s)$ は、第8図から設計に必要な低周波数領域では近似的に微分特性とみることができるから、

$$K_S(\omega) \approx 20 \log |K_L e^{-j\omega T} - 1| \quad (52)$$

であり、 K_L が理想的に1の場合は、

$$K_S(\omega) \approx 20 \log 2 |\sin(\omega T/2)| \quad (53)$$

である。さらに $\omega T \ll 1$ では、

$$K_S(\omega) \approx 20 \log \omega T \quad (54)$$

である。

第9図に $K_L = 1$ としたときの $K_S(\omega)$ をサンプルフレームタイム T が1msと10msの場合について示す。第9図および(54)式からわかるようにストラップダウン方式の場合の空間安定特性は、目標追尾ループに含まれる無駄時間(サンプルフレームタイム) T で決定される。ストラップダウン方式の場合もレートジャイロ方式の場合と同様に、考慮すべきは飛翔体の最大固有角周波数 ω_a 以下の領域であり、その領域で(54)式が誘導制御系設計上許容される $K_S^*(\omega_a)$ 以下になるようにサンプルフレームタイム T が選定されなければならない。

第9図 ストラップダウン方式目標追尾装置空間安定特性ゲイン線図

第10図 サンプルフレームタイムおよび空間安定化ループゲインと空間安定特性の関係

以上の結果をレートジャイロ方式の場合と比較すると空間安定特性について、(30)式と(54)式から、

$$T = 1/K_{SL} \quad (55)$$

の関係がある。第10図に飛翔体の最大固有振動数 ω_a をパラメータにして、レートジャイロ方式の空間安定化ループゲイン K_{SL} およびストラップダウン方式のサンプルフレームタイム T に対する空間安定特性 $K_S(\omega)$ の関係を示す。この図により飛翔体の最大固有角周波数およびシステム設計上実現すべき空間安定特性値から、目標追尾装置が満足すべき K_{SL} および T を一義的に決定することができる。

6. おわりに

飛翔体用目標追尾装置をフリージャイロ方式、レートジャイロ方式、ストラップダウン方式の3方式に分類し、各々について飛翔体運動との連成を考慮に入れた動特性モデルを与えた。また目標追尾装置のモデル不確定性には2種類の考え方が必要であることを示

し、寄生ループを構成するモデル不確定性 (空間安定特性) については定量的な定義式を与えた。また動特性モデルを用いた基本性能解析を示すとともに、空間安定特性という意味においてレートジャイロ方式の空間安定化ループゲイン K_{SL} の逆数とストラップダウン方式のサンプルフレームタイム T とが一對一に対応することを示した。なお、モデル不確定性を考慮にいられた誘導制御系のロバストな設計については、別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) Murtaugh, S. A. and Criel, H. E.: Fundamentals of Proportional Navigation, IEEE Spectrum, Dec. (1966), pp. 75-85.
- 2) Nesline, F. W., Jr. and Zarchan, P.: A New Look at Classical vs Modern Homing Guidance, J. Guid., 8 (1985), pp. 3-8.
- 3) Bryson, A. E. and Ho, Y. C.: Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing Corp., 1975.
- 4) Wolfe, W. L. and Zissis, G. I.: The Infrared Handbook, Office of Naval Research Department of Navy, Arlington, VA., 1978.
- 5) Dow, R. B.: Fundamentals of Advanced Missiles, John Wiley & Sons, Inc., 1958.
- 6) Merrill, G.: System Preliminary Design, D. Van Nostrand Company, Inc., 1960.
- 7) Nesline, F. W., Jr. and Zarchan, P.: Digital Homing Guidance-Stability vs Performance Trade-off, J. Guid., 8, 2 (1985).
- 8) Nesline, F. W., Jr. and Zarchan, P.: Missile Guidance Design Tradeoffs for High-Altitude Air Defense, J. Guid., 6, 3 (1983).
- 9) Rue, A. K.: Stabilization of Precision Electro-Optical Pointing and Tracking Systems, IEEE, AES-5 (1969), pp. 805-819.
- 10) Rue, A. K.: Precision Stabilization Systems, IEEE, AES-10 (1974), pp. 34-42.
- 11) White, S. A.: Dynamics of a Solenoidal-Torqued Gyro-Stabilized Seeker Assembly for Guidance and Tracking, IEEE, AES-10 (1974).
- 12) Willman, W. W.: Effects of Strapdown Seeker Scale-Factor Uncertainty on Optimal Guidance, J. Guid., 11, 3 (1988), pp. 199-206.
- 13) Vergez, P. L. and McClendon, J. R.: Optimal Control and Estimation for Strapdown Seeker Guidance of Tactical Missiles, J. Guid., 5, 3 (1982), pp. 225-226.
- 14) Doyle, J. C. and Stein, G.: Multivariable Feedback Design: Concepts for Classical/Modern Synthesis, IEEE, AC-26 (1981), pp. 4-16.
- 15) 江口弘文, 渡辺憲司: 飛翔体用目標トラッキング装置の空間安定性について, 第26回飛行機シンポジウム講演集, 1988.