初期たわみを有する補強長方形板の非線形自由振動

(第3報) 実験^{*1}

Free Nonlinear Vibrations of Stiffened Rectangular Plates with an Initial Curvature

(Part 3) Experiment

角 誠之助^{*2}・有 富 正 男^{*3}

Seinosuke SUMI, Masao ARITOMI

桐 岡 健^{*3}

and Ken KIRIOKA

Key Words: Structural Analysis, Free Nonlinear Vibration, Stiffened Rectangular Plate, Initial Curvature, Experiment

Abstract

This paper presents an experimental investigation of the linear (small amplitude) and nonlinear (large amplitude) fundamental vibrations of orthotropic stiffened square plates with a small initial curvature. The stiffened plates are made of tough-pitch copper plates by photo-etching. The plates are excited by a speaker and the modes of linear vibration are measured by laser holography. The effects of the initial curvatures on the vibration modes and the variations of eigen-frequencies with the amplitude are clarified. The experimental results are found to verify the previously theoretical investigations.

1. 緒 言

前報^{1,2)}では, smeared out 法により直交補強板を等価な直交異方性板に置き換え, 初期たわみを有する補強長方形板の非線形自由曲げ振動の基礎式を誘導するとともに, Galerkin 法と逐次近似法を用いて周辺単純支持板と周辺固定板の基本振動に対する近似解を求め, 初期たわみや振幅さらには補強材と板の剛性比が補強板の振動特性に及ぼす影響を明らかにした。

一方, 補強板の曲げ振動に関する実験的研究は既にいくつか報告されている。例えば, Hoppmann ら^{3,4)}は全周辺が単純支持された一方向補強板の曲げ振動実

験を行い, 補強板を等価な直交異方性板に置き換えて求めた固有振動数の近似式の妥当性を検討している。また, Olson と Hazell⁵⁾は1本および2本のリブで補強された正方形板の振動モードをレーザホログラフィで測定し, 同時にその時の固有振動数を計測して有限要素法による結果と比較している。さらに, 斎藤と山口⁶⁾は粘弾性ばりが板の振動減衰特性に及ぼす影響を, 実験と伝達マトリックス法による解析により明らかにしている。しかしながら, 初期たわみを有する補強板の非線形振動に関する実験的研究はほとんど見当たらない。

そこで本報は理論解析^{1,2)}と同時に実験を行い, 両者を比較検討したものである。まずタフピッチ銅板をフォトエッチングにより腐食させて補強平板を製作し, それを理論解析で用いた初期たわみ曲面をもつ金型に挟んで電気炉内で加熱し, 浅い曲面を有する補強板試験片を製作した。次にスピーカによる音響加振法で, 線形および非線形の振動実験を行い, 理論解析の妥当性を検討した。また線形振動実験では, レーザホログラフィの時間平均法により振動モードを測定し, 初期たわみや補強材本数が基本振動モードに及ぼす影響を明らかにした。

2. 試験片および試験片取付枠

2.1 試験片 試験片を製作したタフピッチ銅板の材料定数を第1表に示す。また表中に薄板(補強材なしの薄板を, 本報では単に薄板と呼ぶ)として示した試験片は, 補強板の実験に先立って, まず試験片取付枠の全周辺単純支持, あるいは全周辺固定の境界条件が実現できているかの検証実験に用いた。補強板試験

^{*1} 昭和61年7月18日, 第28回構造強度に関する講演会および昭和62年7月17日, 第29回構造強度に関する講演会にて講演。平成2年6月4日原稿受理

^{*2} 九州大学工学部航空工学科

^{*3} 鹿児島大学工学部機械工学科

片は第1図のように厚さ $H=1.00$ mm の銅板をフォトレッチングにより腐食させ、非補強部の厚さ h (この板厚 h の等厚長方形板を前報^{1,2)}と同じくここでも非補強板と呼ぶ) が 0.35 mm の二方向補強板と 0.37 mm の一方向補強板を製作した。これら第1図の補強板に smeared out 法を適用すれば、補強材と非補強板との伸び剛性比 $\alpha_s, \alpha_r, \alpha_{sr}$ 、曲げ剛性比 β_s, β_r 、ねじり剛性比 β_{sr} および質量比 $\bar{\rho}$ は第1報の(6)式、(7)式より

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s &= 2(1-\nu^2) \frac{w_s h_s}{d_s h}, \alpha_r = 2(1-\nu^2) \frac{w_r h_r}{d_r h} \\ \alpha_{sr} &= \frac{w_s h_s}{d_s h} + \frac{w_r h_r}{d_r h}, \beta_s = \alpha_s \left[3 + 6 \frac{h_s}{h} + 4 \left(\frac{h_s}{h} \right)^2 \right] \\ \beta_r &= \alpha_r \left[3 + 6 \frac{h_r}{h} + 4 \left(\frac{h_r}{h} \right)^2 \right], \beta_{sr} = \frac{3}{h^3} \left(\frac{J_s}{d_s} + \frac{J_r}{d_r} \right) \\ \bar{\rho} &= 2 \left(\frac{w_s h_s}{d_s h} + \frac{w_r h_r}{d_r h} \right) - \frac{m_{sr}}{\rho h a b} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 β_{sr} の中の J_s, J_r は板両面の補強材1組のねじり定数で、ここでは近似的に

$$\left. \begin{aligned} J_s &= \frac{(h+2h_s)^3 w_s}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{h+2h_s}{w_s} \right) \\ &\quad - \frac{h^3 w_s}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{h}{w_s} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で計算した(付録参照)。また、 $\bar{\rho}$ の中の m_{sr} は補強材が交差する部分の補強材質量である。補強材本数 n は第2表に示すように5, 10, 15, 20, 30本と異なるが、(1)式で計算した伸び剛性比 α_s, α_r と曲げ剛性比

β_s, β_r がそれぞれ一定値となるように補強材寸法を設定した。その設計寸法を第2表に示すが、所定の厚さ h を精度よくエッチングすることは非常に難しく、製作した試験片は表示の寸法に対していくぶんばらついたものとなった。なお、試験片の外形寸法はすべて $a \times b = 150$ mm $\times$ 150 mm の正方形である。

ところで、タフピッチ銅板は冷間圧延加工により製作されているため残留ひずみが生じている。そこで、試験片を 250°C の電気炉内で80分間加熱したのち約6~10時間炉内冷却して焼鈍を行い、残留ひずみを取り除いた。また、試験片の初期たわみは金型や木型によって圧造する方法^{7,8)}もあるが、spring back のためあまり正確な形状が得られない。そこで本報では、焼鈍後の試験片を理論解析^{1,2)}で用いた初期たわみ形状 ξ 、つまり

$$\left. \begin{aligned} (a) \text{ 周辺単純支持板} \\ \xi &= B \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \\ (b) \text{ 周辺固定板} \\ \xi &= \frac{B}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi y}{b} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

の曲面をもつ金型に挟み、電気炉内で 250°C まで加熱して一定時間保持したのち徐冷することで初期たわみを与えた。このとき、加熱時間を調整することで最大初期たわみ量 B の大きさを種々変えることができた。

(a) 二方向補強板 (b) 一方向補強板

第1図 試験片外形

第1表 試験片の材料定数

試験片の種類		縦弾性係数 E GPa	ポアソン比 ν	密度 ρ g/cm ³
薄板	$h=0.68$ mm	126	0.33	8.96
	$h=1.00$ mm	115		
二方向補強板		116		
一方向補強板		115		

第2表 補強板試験片の寸法

	二方向補強板					一方向補強板				
伸び剛性比 α_s, α_r	0.75					0.9				
曲げ剛性比 β_s, β_r	9					10				
非補強板厚さ h (mm)	0.35					0.37				
補強材本数 n (本)	5	10	15	20	30	5	10	15	20	30
補強材間隔 d_s, d_r (mm)	30.0	15.0	10.0	7.5	5.0	30.0	15.0	10.0	7.5	5.0
補強材幅 w_s, w_r (mm)	14.0	7.0	4.6	3.5	2.3	18.0	9.0	6.0	4.5	3.0
補強材高さ h_s, h_r (mm)	0.32					0.31				

例として x 軸方向に 10 本の補強材をもつ一方補強板の中心軸上の初期たわみ形状を、三次元変位測定機で計測した結果を第 2 図に示す。横軸の x_1, y_1 座標は第 1 図に示すように x, y 座標を板中心に原点をとって平行移動させたものである。(a) 図は今回製作した試験片で最も大きな初期たわみをもつ周辺単純支持板の測定結果であるが、補強材の配置方向に垂直な y_1 軸方向では曲がりやすい非補強部の影響を受けて全体に膨らみ、最大初期たわみ点が板中心点からいくぶんずれた形状となっている。(b) 図の周辺固定板の場合には余弦曲線によく一致した形状が得られており、周辺単純支持板、周辺固定板のいずれの試験片もすべて (3) 式の曲面に近い初期たわみ形状が得られているのがわかる。なお、初期たわみのない場合の試験片は、平らな金型に挟んで初期たわみを与えた場合と同じ熱処理を行い、その初期不整を取り除いた。

2.2 試験片取付枠 周辺が単純支持された曲面板

(a) 全周辺単純支持板
($B = 2.16 \text{ mm}$)

(b) 全周辺固定板
($B = 1.44 \text{ mm}$)

第 2 図 試験片の初期たわみ形状
(一方補強板, $n = 10$ 本)

第 3 図 試験片取付枠 (全周辺単純支持)

や補強板の曲げ振動実験に関する報告は、境界条件を満足させるのが困難なためあまりなされていない。例えば、補強長方形板の曲げ振動実験で、Hoppmann^{3,4)} は試験片周辺に溝を作りそれを平らな細いリムで囲んで、また斎藤と山口⁶⁾ は全周辺をナイフエッジにした板を V 字形の溝で保持して、それぞれ単純支持の条件を満足させている。さらに、安井⁷⁾ は試験片の周辺にビニールテープをつけ、木枠の溝にはめ込んで単純支持曲面板の曲げ振動実験を行っている。しかし本報では、試験片支持部の両面を丸棒で挟むことにより比較的容易に周辺単純支持を実現させることにした。そのため、大きさが 250 mm 角で厚さが 20 mm の 2 枚の鋼板のそれぞれの中心部に 130 mm 角の開口部を設け、開口部周辺の試験片支持部に直径 12 mm の磨き丸棒を埋め込んだ試験片取付枠を製作した。第 3 図はその試験片取付枠の写真であり、振動実験時には第 4 図のように試験片を取付枠に挟んで、試験片支持部が回転自由となるようにした。

周辺固定の場合の試験片取付枠も周辺単純支持の場合と同じ寸法の鋼板を使って製作したが、中心部に 150 mm 角の開口部をもち、試験片接触面を研磨仕上げした 2 枚の鋼板からなっている。実験の際には、試験片を取付枠に挟んで 16 本のボルトに 7.84 Nm (80 kgf·m) の一定トルクを均等にかけて締め付けた。

3. 線形振動実験

3.1 実験要領 まず、試験片を挟んだ取付枠を支持台上に垂直に設置する。次に、発振器からの正弦波をパワーアンプで増幅してスピーカに入力し、その音響出力をホーン型ノズルで集中させて試験片の中心部を音響加振する。そのとき、加振用のスピーカ端子電圧と試験片に接着した圧電素子の応答出力電圧とで

第 4 図 単純支持状態

サーージュ図形を描かせて固有振動数を測定する⁹⁾。同時にレーザホログラフィの時間平均法¹⁰⁾でそのときの振動モードを計測する。

ところで、今回製作した二通りの試験片取付枠がそれぞれ全周単純支持と全周固定の境界条件を満足していることを確認するために、まず第1表に示した板厚 $h=1.00$ mm と $h=0.68$ mm の二種類の薄板の線形振動実験を行った。第5図は初期たわみのない板厚 $h=1.00$ mm の薄板 (平板) の振動モードであり、(a) 図の全周単純支持板、(b) 図の全周固定板の両者とも乱れのない対称なモードが得られており、板厚 $h=0.68$ mm の場合も同様な振動モードが得られた。なお、(a) 図の単純支持の場合のモードで、周辺近傍での干渉じまが切断されているように見えるのは、第3図で示したように鋼板の開口部 (130 mm 角) より単純支持部 (150 mm × 150 mm) が広く、外面からはその支持部が見えないためである。これは、後で示す第6図の場合も同様である。次に同じ薄板 (平板) の線形振動数の値を調べてみると、周辺単純支持の場合、実験値 f_{ex} は理論値 f_{th} よりも 3.6% だけ高くなっている。この原因として、試験片と支持用丸棒の間に摩擦や拘束が生じて、周辺が完全に回転自由とはなり得なかったことなどが考えられる。これに対して試験片を二枚の鋼板を挟んで実現させた周辺固定の場合、実際には弾性固定となるため、逆に実験値 f_{ex} が理論値 f_{th} よりも 3.6% だけ低くなっている。しかしながら、いずれの場合もその差は小さく、試験片取付枠で挟まれた試験片はそれぞれ全周単純支持と全周固定の境界条件をほぼ満足しているものといえる。

3.2 補強板の振動モード 第6図は全周単純支持板の振動モードの一例で、(a) 図は補強材が格子状に各 10 本配置された二方向補強板、(b) 図は補強材が一方 (写真では左右方向) に 10 本配置された一方向補強板の測定結果である。これら代表例を含めたすべての測定結果を見ると、全周単純支持の場合の振動モードは、今回製作した試験片では補強材の配置

方法や本数、あるいは初期たわみの大きさにはほとんど影響されず、理論解析で仮定した初期たわみのない場合の薄板のモードとほぼ同じものとなった。ただし、その初期たわみ形状が第2図(a)である第6図(b)の一方補強板の場合のように、最大初期たわみの位置が板中心からいくぶんずれた非対称な初期たわみ形状をもつ補強板では、その振動モードはやはり最大振幅点が板中心からずれた非対称な形となった。

これに対して第7図の全周固定の場合、(a) 図の二方向補強板では初期たわみが大きくなると板中心付近が平らな振動モードとなる。また (b) 図の一方補強板では、初期たわみが大きくなるにつれて板中心近傍の等振幅曲線が円からしだいに補強材に垂直な方向に細長くなり、 $B/h \approx 3$ を越えるにつには最大振幅点が二つに分かれるモードとなるが、その対称性は保たれている。これは全周固定の一方補強板の場合、初期たわみが大きくなると、補強材が一方のみに配置されたことによる異方性の影響が大きく現れ、このような振動モードとなったものと思われる。なお、全周固定の場合も補強材本数が振動モードに及ぼす影響はほとんど認められなかった。

3.3 線形振動数に及ぼす初期たわみの影響 第8図は、薄板の初期たわみ B による線形角振動数 ω の

$$f_{ex} = 158.9 \text{ Hz}$$

$$f_{th} = 153.4 \text{ Hz}$$

$$f_{ex} = 261.3 \text{ Hz}$$

$$f_{th} = 271.1 \text{ Hz}$$

第5図 初期たわみのない薄板 (平板) の振動モード

$$f_{ex} = 175.8 \text{ Hz}$$

$$B = 0.83 \text{ mm}$$

$$(B/h = 2.20)$$

(a) 二方向補強板

$$f_{ex} = 288.6 \text{ Hz}$$

$$B = 2.16 \text{ mm}$$

$$(B/h = 5.56)$$

(b) 一方向補強板

第6図 振動モードに及ぼす初期たわみの影響 (全周単純支持, $n=10$ 本)

変化を無次元化して示したもので、破線は面内可動周辺、実線は面内不動周辺の理論曲線である。まず、(a)図の周辺単純支持の場合の実験値は面内可動周辺の理論値によく一致し、(b)図の周辺固定の場合には、実験値は初期たわみが大きくなるにつれていく

$f_{ex} = 279.0 \text{ Hz}$ $f_{ex} = 347.9 \text{ Hz}$
 $B = 0.87 \text{ mm}$ $B = 1.39 \text{ mm}$
 $(B/h = 2.58)$ $(B/h = 4.10)$
 (a) 二方向補強板

$f_{ex} = 229.3 \text{ Hz}$ $f_{ex} = 325.7 \text{ Hz}$
 $B = 0.66 \text{ mm}$ $B = 1.44 \text{ mm}$
 $(B/h = 1.74)$ $(B/h = 3.92)$
 (b) 一方向補強板

第7図 振動モードに及ぼす初期たわみの影響
(全周辺固定, $n=10$ 本)

ぶん面内可動周辺の理論曲線に沿う形で高くなっている。しかも両者とも、実験値のばらつきは非常に少ない。

第9図から第12図までは補強板の場合で、初期たわみによる線形振動数の変化を、縦軸に非補強板の振動数パラメータで無次元化した振動数 $\bar{\omega} = \omega b^2 \sqrt{\rho h/D}$ 、横軸に最大初期たわみ B を非補強板厚さ h で割った無次元初期たわみ $\bar{B} = B/h$ をとって示したものである。ただし、 D と ρ は補強材がないと考えたときの非補強板の曲げ剛性と密度である。また各試験片で剛性比の値は多少異なるが、理論曲線は代表値として第2表の値を用いて計算したものである。なお、ねじり剛性比 β_{sr} は第2表の各寸法を(2)式と(1)式に代入すると補強材本数 n によって多少異なった値となるが、平均的な値を採って二方向補強板では $\beta_{sr} \approx \beta_s + \beta_r = 18$ 、一方向補強板では $\beta_{sr} \approx \beta_s = 10$ として計算した。ところで、これら補強板の場合の実験値は、第8図の薄板の場合に比べていくぶんばらつきが見られる。これは各補強板試験片で剛性比の値が多少異なるためであるが、補強材本数が線形振動数に及ぼす影響は振動モードの場合と同様にほとんど認められない。

次に第9図と第10図の全周辺単純支持の場合、線形振動数の実験値は二方向補強板、一方向補強板ともに面内可動周辺の理論曲線に近い値となるが、第8図(a)の薄板の場合に比べて面内可動の理論値よりはいくぶん高い値となる。これは、第1図で示したように試験片周辺がエッチングされず補強材と一体となっているため、周辺を丸棒で挟んだ試験片の曲げ剛性と

(a) 全周辺単純支持

(b) 全周辺固定

第8図 薄板の線形角振動数 ω と初期たわみ B の関係

第9図 線形角振動数 ω と初期たわみ B の関係 (全周辺単純支持, 二方向補強板) 第11図 線形角振動数 ω と初期たわみ B の関係 (全周辺固定, 二方向補強板) 第10図 線形角振動数 ω と初期たわみ B の関係 (全周辺単純支持, 一方向補強板) 第12図 線形角振動数 ω と初期たわみ B の関係 (全周辺固定, 一方向補強板)

ねじり剛性が計算値よりも大きくなり、実験で求めた振動数が高くなったものと考えられる。また第11図と第12図の周辺固定の場合には、初期たわみが大きくなると振動モードが理論解析で仮定した余弦曲面とは異なる傾向にあるものの、線形振動数の実験値はこの場合も二方向補強板、一方向補強板ともに面内可動周辺の理論曲線に近い値となっている。しかも実験値は、二つの理論曲線に対して第8図(b)の薄板の場合とよく似た傾向にある。したがって、smeared out法は今回製作した試験片形状に類似した補強板に対しては補強材本数に無関係に適用でき、初期たわみを有する補強板の曲げ振動解析では有効な手法となることがわかる。

4. 非線形振動実験

今回製作した周辺単純支持の試験片取付枠では、振動変位が大きくなると試験片支持部を回転自由でかつ変位拘束の状態にすることが困難であった。したがって、非線形振動実験は周辺固定板に対してのみ行った。

4.1 実験要領 第13図に周辺固定板の非線形振動実験装置の概略を示す。実験は次の手順で行った。まず試験片①を挟んだ取付枠②を、4個の支持台③上に水平に設置してクランプ④で固定する。次に、線形振動実験と同様にスピーカ⑤による音響加振を行い、試験片中央点の振動変位を測定範囲 ± 1 mmの非接触型変位形⑥で測定する。ところで、初期たわみを有す

第13図 非線形振動実験装置

(a) $\bar{B} = 0$ (b) $\bar{B} = 3.70$ ($B = 1.30$ mm)第14図 板中心点の振動変位
(二方向補強板, $n=5$ 本)

る板の非線形振動は、振幅の増加につれて固有振動数が高くなる *hardening type* と低下する *soft-spring type* の二通りがある。実験では、音響出力を一定に保ち、加振振動数を変化させて共振点を求めたが、その際、振幅が最大振幅点に到達せずにジャンプすることを避けるため、*hardening type* の試験片に対しては加振振動数を増加させていった場合に、*soft-spring type* の試験片では減少させていった場合に、それぞれ振動変位がシンクロスコープ上で極大を示すときの振動数を固有振動数とした¹¹⁾。同時にこのときの振動変位はデジタルメモリに読み込ませてパーソナルコンピュータで処理して計測した。

4.2 振動変位 初期たわみを有する補強板の大振幅振動問題では、初期たわみのたわみ線から曲率の増

第15図 振幅比 A_1/A_2 と振幅 A_2 の関係
(二方向補強板, $\bar{B}=3.70$, $n=5$ 本)

加する方向への振幅 A_1 と曲率の減少する方向への振幅 A_2 ではその大きさが異なり、それらの間には第2報の(27)式の関係が成立する。第14図は板中央点の振動変位の測定結果の一例であり、(a)図の初期たわみのない補強板は振幅の大きさが等しい $A_1 = A_2$ の振動を行っているのに対し、(b)図の初期たわみを有する補強板は初期たわみのたわみ線近傍で安定な周期振動を行い、しかも曲率の減少方向への振幅 A_2 が曲率の増加方向への振幅 A_1 よりも常になくなっていく。このことをより明確にするために、振幅 $\bar{A}_2 = A_2/h$ に対する A_1/A_2 の関係を示したものが第15図で、図中の○印は実験の振動波形から読み取った値、破線と実線は第2報の(27)式で計算した面内可動周辺と面内不動周辺の理論曲線である。この図によれば、常に $A_1/A_2 \leq 1$ の関係が成立し、しかも振幅 A_2 の増加につれて A_2 と A_1 の差が増大していくことがわかる。

4.3 固有振動数の振幅依存性 第16図と第17図は固有振動数の振幅依存性をより明瞭に示すため、縦軸に非線形角振動数 ω^* を線形角振動数 ω で割った振動数比 ω^*/ω を、横軸に曲率の減少方向への振幅 A_2 を非補強板厚さ h で割った無次元振幅 $\bar{A}_2 = A_2/h$ をとって図示したものである。これらの図で、○印は実験結果、破線と実線は

$$\omega^*/\omega = 1/(T^*/T) \quad (4)$$

の比周期 T^*/T の項に第2報の(28)式を代入して計算した面内可動周辺と面内不動周辺の理論曲線である。また、図中に線形角振動数 ω の値を示した。

まず、第16図は初期たわみのない ($\bar{B}=0$) 補強板の場合であるが、いわゆる *hardening type* となり、しかも振動数比 ω^*/ω の実験値は面内不動周辺の理論曲線によく一致している。次に、第17図(a)のように初期たわみ $\bar{B}$ が振幅 $\bar{A}_2$ の最大値2よりも小さな

(a) 二方向補強板 ($n=5$ 本) (b) 二方向補強板 ($n=20$ 本) (c) 一方向補強板 ($n=20$ 本)第16図 振動数比 ω^*/ω と振幅 A_2 の関係 ($\bar{B}=0$) (a) $\bar{B}=1.63$ の二方向補強板 ($n=20$ 本) (b) $\bar{B}=2.37$ の一方向補強板 ($n=30$ 本) (c) $\bar{B}=3.70$ の二方向補強板 ($n=5$ 本)第17図 振動数比 ω^*/ω と振幅 A_2 の関係

場合には、振幅 $\bar{A}_2$ が初期たわみ $\bar{B}$ の大きさに等しい1.63付近を越えるまで非線形角振動数 ω^* の値はほとんど変化せず、振幅がそれ以上の大きになると振動数はわずかに増加し始める。これに対して、第17図(b), (c)からわかるように初期たわみ $\bar{B}$ が振幅 $\bar{A}_2$ の最大値2よりも大きな補強板の場合は、初期たわみのない場合とは異なり soft-spring type となる。しかも、振動数比 ω^*/ω の実験値はいずれの場合も面内不動周辺の理論値によく一致しており、理論解析で用いた逐次近似法は初期たわみを有する補強長方形板の非線形振動問題にも十分適用可能であるといえる。

5. 結 言

本報は、初期たわみを有する補強長方形板の基本振動について、線形および非線形の振動実験を行ってその振動特性を調べ、さらに前報^{1,2)}の解析結果と比較

して理論の妥当性を検討したものである。得られた結果を要約すると次のとおりである。

- (1) smeared out 法は、初期たわみを有する補強長方形板の曲げ振動問題に対して有効な手法である。
- (2) 逐次近似法で求めた振動数比 ω^*/ω の値は実験値とよく一致し、初期たわみを有する補強長方形板の非線形振動問題にも十分適用可能である。
- (3) 初期たわみを有する補強長方形板の固有振動数は、初期たわみが小さい場合には振幅の増加とともに高くなるが、初期たわみが大きくなると逆に振幅の増加につれて低下する。

最後に、実験装置の製作や基礎実験を修士論文や卒業論文として行われた児玉 克氏、中村竜三氏（ともに現在 三菱重工業株式会社）、林 裕二氏（現在 マツダ株式会社）に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 角誠之助, 有富正男, 桐岡 健: 初期たわみを有する補強長方形板の非線形自由振動 (第1報) 周辺単純支持板の理論解析, 日本航空宇宙学会誌, 36 (1988), pp. 418-426.
- 2) 角誠之助, 有富正男, 竹内健典: 初期たわみを有する補強長方形板の非線形自由振動 (第2報) 周辺固定板の理論解析, 日本航空宇宙学会誌, 38 (1990), pp. 405-413.
- 3) Hoppmann, W. H., II, Huffington, N. J. and Magness, L. S.: A Study of Orthogonally Stiffened Plates, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 23 (1956), pp. 343-350.
- 4) Hoppmann, W. H., II and Magness, L. S.: Nodal Patterns of the Free Flexural Vibrations of Stiffened Plates, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 24 (1957), pp. 526-530.
- 5) Olson, M. D. and Hazell, C. R.: Vibration Studies on Some Integral Rib-Stiffened Plates, J. Sound Vib., 50 (1977), pp. 43-61.
- 6) 斎藤秀雄, 山口秀谷: 粘弾性ばりを有する長方形弾性平板の振動, 日本機械学会論文集(C編), 46 (1980), pp. 237-244.
- 7) 安井 淳: 薄肉の長方形曲板の振動特性の研究, 日本機械学会論文集, 38 (1972), pp. 3119-3128.
- 8) Phillips, I. G. and Jubb, J. E. M.: The Effect of Distortion on the Lowest Natural Frequency of a Rectangular Steel Plate, J. Sound Vib., 33 (1974), pp. 41-48.
- 9) 西村源六郎: 振動工学, 誠文堂新光社, 東京, 1969, pp. 16-20.
- 10) 角誠之助: 構造強度解析におけるレーザの応用, 日本航空宇宙学会誌, 25 (1977), pp. 259-268.
- 11) 戸田盛和, 渡辺慎介: 非線形力学, 共立出版, 東京, 1984, pp. 80-82.
- 12) 大富浩一: 多数の補強ばりを有する長方形板の振動ならびに座屈問題, 日本機械学会論文集(C編), 50 (1984), pp. 1381-1389.
- 13) 川上益男: 局部振動について, 造船協会誌, 410 (1963), pp. 391-403.
- 14) 鶴戸口英善: 弾性学, 共立出版, 東京, 1975, pp. 65-73.

付録 補強材のねじり剛性について

本文中の第1図の直交補強板を smeared out 法により等価な直交異方性板に置き換える際, 補強材のねじり剛性をどのように算定するかが問題となる. 例えば, 大富¹²⁾は補強材1本の図心まわりのねじり剛性

を単純に加え合わせた.

$$GJ_s = 2G \frac{h_s^3 w_s}{3} \cdot f\left(\frac{w_s}{h_s}\right) \quad (\text{A} \cdot 1)$$

を用い, また川上¹³⁾は片面補強板の補強材ねじり剛性をねじりの中心が補強板の中立面であることを考慮して求めており, これを両面对称補強板に適用すると

$$GJ_s = 2G \left[\frac{h_s^3 w_s}{3} \cdot f\left(\frac{w_s}{h_s}\right) + \left(\frac{h+h_s}{2}\right)^2 h_s w_s \right] \quad (\text{A} \cdot 2)$$

が考えられる. しかしながら, 本報では補強材がインテグラルスチフナーであることを考慮して

$$GJ_s = G \left[\frac{(h+2h_s)^3 w_s}{3} \cdot f\left(\frac{w_s}{h+2h_s}\right) - \frac{h^3 w_s}{3} \cdot f\left(\frac{w_s}{h}\right) \right] \quad (\text{A} \cdot 3)$$

なるねじり剛性を考えた. ただし, これらの式中的関数 $f(\lambda_s)$ は

$$f(\lambda_s) = 1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{1}{\lambda_s} \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{1}{m^5} \tanh \frac{m\pi\lambda_s}{2} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

で与えられるが¹⁴⁾, 本文の第2表に示す寸法をもつ補強板試験片では, 各式中の変数の値が

$$\left. \begin{aligned} w_s/h_s \geq 7.2, \quad w_s/h \geq 6.6 \\ w_s/(h+2h_s) \geq 2.3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 5)$$

となるので, 本報では関数 $f(\lambda_s)$ を

$$f(\lambda_s) \approx 1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{1}{\lambda_s} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

で近似することにした. そこでいま, 初期たわみのない $n=20$ 本の補強板試験片を例にとり, 上式の $f(\lambda_s)$ を (A・2) 式と (A・3) 式に代入してねじり剛性を計算し, さらにその値を用いた線形振動数の理論値を実験結果と比較したものが付表1である. この結果から, (A・3) 式で計算するほうが実験値に近く, 適切であると思われる. したがって, 本報ではねじり抵抗 J_s は本文の(2)式で計算することにした.

付表1 初期たわみのない補強板の線形振動数 ($n=20$ 本)

		実験値 f_{ex} Hz	(A・2)式を用いた理論値		(A・3)式を用いた理論値	
			β_{sr}	f_{th} Hz	β_{sr}	f_{th} Hz
単支	二方向補強板	133.2	7.0	95.8	18.6	115.7
	一方向補強板	109.7	3.4	87.6	10.0	106.0
固定	二方向補強板	207.5	6.2	193.3	16.5	211.3
	一方向補強板	192.1	3.2	175.7	9.3	192.3