論文 CONTRIBUTED PAPERS

N-II/H-I ロケットのフライト・データに基づくポゴ解析*¹ POGO Analysis Based on N-II/H-I Vehicle Flight Data

森 英 彦*²
Hidehiko MORI

Key Words: POGO, Oscillation, Stability, Rockets

Abstract

Three types of longitudinal oscillations Pre-MECO POGO 1, Pre-MECO POGO 2 and MECO POGO have been observed in the launches of N-II/H-I vehicles. A Nyquist plot of a mathematical POGO model is used to examine stability properties of these oscillations. Pre-MECO POGO 1 and MECO POGO are generated in the LOX feed system installed with an accumulator. Flow fluctuation due to the LOX pump vibration is the main exciting factor for the former, while the fluctuation of LOX tank bottom pressure the latter. Pre-MECO POGO 2, excited in the vicinity of open-pipe resonant frequency of fuel suction line, is affected by fuel flow fluctuation. Frequency, longitudinal structural mode shape and generalized mass related with each POGO are determined from flight data. And the POGO model with these parameters are shown to represent the whole POGO features of N-II/H-I along flight time.

1. 序 論

ポゴとは、液体燃料ロケットにおいて、機体の縦振動と推進剤供給系を介して発生する推力変動とが連成して発達する自励振動である。N-II ロケットおよび H-I ロケットは、第1段が共通であり、ケロシン系の燃料と液体酸素とを推進剤とする主エンジンを用いている。この第1段主エンジン燃焼中にポゴが発生する。第2段および第3段のコンフィギュレーションが異なっているにもかかわらず、両ロケットで生ずるポゴのパターンはほぼ同一である。H-I ロケットにおいて、第1段エンジンブロック部の加速度計に現れたポゴの例を第1図に示す

再現性をもっとも高いのは、第1段燃焼終了時メコ

(Main Engine Cut Off)直前に起きるポゴであり、メコポゴと呼ばれる。これに対してメコ以前に起きるポゴをプリメコポゴと呼ぶ。N-II/H-I ロケットのプリメコポゴは、発生する時刻に共通性があるが、大きさはミッションごとに異なり、メコポゴのような再現性はない。CS-3 a および CS-3 b のように、同じ衛星を同じロケットで打ち上げる場合でもポゴの出方は異なり、製作公差に依存するとしかしいような微妙さを示す

メコポゴの発生メカニズムについては、解析的に把握されている。この解析に基づいてポゴサプレッサーが設計され、N-II/H-I ロケットには装着されている。一方プリメコポゴについては、発生メカニズムについても、まだ明快には把握されていない。いずれについてもエンジンセクションに現れる振動レベルについては、これまでの打ち上げ実績により、上限が設定されている。衛星搭載機器に伝達される振動レベル上限も解析的に推定できるので、ミッションごとにこの解析を行い、設計条件を上回ることがないことを確認している。

現実的にはこのような方法により、N-II/H-I ロケットに対するポゴ対策は立つわけで、問題を生じていない。しかしながら、フライトデータをもとに、ポゴの発生メカニズムを明らかにしておくことは、次世代のロケット設計のために有効と思われる。本報告はこのような意図で行った考察である。

宇宙開発事業団が昭和50年から57年にかけて打ち上げたN-I ロケットも、第1段主エンジンはN-II/H-I ロケットと同じである。しかしながら、主として推進薬タンクが短い、ポゴサプレッサーを装着していない等の理由のために、現れるポゴのパターンはN-II/H-I とは異なっていた。N-I ロケットのポゴ解析については小林らによって行われている¹⁾。

*¹ 平成2年4月16日原稿受理

*² 宇宙開発事業団

第1図 H-Iエンジンセクション縦加速度

第2図 ポゴ安定性解析モデル

2. 解析モデル

ポゴの解析モデルとしては1960年以後種々の提案がなされ、かなり詳細化した形のものも報告されている²⁾。N-II/H-Iのポゴサプレッサー設計およびその効果確認のためには、このモデルが用いられている。またモデル改良あるいはパラメータの定量化のための検討も続け^{3,4)}、精細化を図っている。しかしながらこのようなモデルは計算設定が複雑であって、全貌が捕えづらい。それで本報告では問題の本質が損なわれない程度に簡略化したモデルを用い、フライトデータからパラメータ推定を行って、メコポゴおよびプリメコポゴの発生状況全体を統一的に捕えることを試みた。

この主旨に沿った解析モデルとしては、1960年代 McKenna⁵⁾ および Rubin⁶⁾ が定式化したものがある。前述した小林らのN-Iの解析においてはさらに

検討され、パラメータの設定も行われている。N-II/H-IはN-Iと共通する部分も多いので、この結果をできるだけそのままの形で使わせていただくこととした。

第2図に示すようなモデルで考える。N-II/H-I ロケットには燃料と液体酸素との二系統についてタンクおよびフィードラインがあるが、今回の解析では両系統が連成する場合は扱わないので、各系独立にこのような構成になっていると考える。アキュムレータは先に触れたポゴサプレッサーのことであり、液体酸素の系のみに適用され、燃料系にはついていない。

機体振動によってタンク底部 x_t に変位 $u(x_t, t)$ が生ずるとする。タンクの変形は無視できると仮定する。この振動によるタンク底部圧力の変化分 p_t は、ラプラス演算子 s で微分作用素を表すと

$$p_t = \rho h s^2 u(x_t, t) \quad (1)$$

で表現できる。 ρ は推進剤密度、 h はタンク内の液面高さである。このタンク底部圧力変動はフィードライン中を推進剤の圧縮性により、疎密波となって伝達される。以下では非圧縮性流体の流れからのパターベーションとしてのこの疎密波を記述する圧力変動および流量変動のみを扱う。

圧力変動 p_t の周波数を ω とするとき、フィードライン入口および出口の流量変動と圧力変動をそれぞれ p_t , Q_t および Q_s , p_s とすると、つぎの関係式が成立する。

$$\begin{pmatrix} p_s \\ Q_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega \tau & -j(L_t/\tau) \sin \omega \tau \\ -j(\tau/L_t) \sin \omega \tau & \cos \omega \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_t \\ Q_t \end{pmatrix}$$

ただし l をパイプの長さ、 c を管の弾性変形を考慮した推進剤中の音速、 A_t をパイプ断面積とするとき

$$\tau = l/c$$

$$L_t = \rho l/A_t$$

である。 L_t はパイプ内推進剤のイナータンス、 τ はフィードラインを音波が通り抜ける時間を表す。上式から Q_t を消去しておくと、フィードラインの特性は次式にまとめられる。

$$\cos \omega \tau \cdot p_s + \frac{L_t}{\omega \tau} \sin \omega \tau \cdot s Q_s = p_t \quad (2)$$

アキュムレータの特性は、アキュムレータの前後フィードライン流量変動を Q_s および Q_s' 、アキュムレータ入口部の圧力を p_s とすると次式で表される。

$$Q_s - Q_s' = \frac{1}{L_a s^2 + R_a s + K_a} s p_s \quad (3)$$

ただし R_a はパイプラインからアキュムレータへの流入孔の抵抗、 K_a は気体部の体積弾性率、 L_a はアキュムレータ内推進剤のイナータンスである。 K_a および L_a は、アキュムレータの断面積を S_a 、液面高さを

H_a , 気体部容積を V_a , 気体部圧力を p_a , 気体の比熱比を γ とするとき, それぞれ次式で表される.

$$L_a = \rho H_a / S_a$$

$$K_a = \gamma p_a / V_a$$

K_a の逆数 $C_a = 1/K_a$ は流体回路網におけるキャパシタンスを表す. K_a よりも C_a を用いる方がアキュムレータ無しの状態を $C_a = 0$ で表現できる点で便利である.

ポンプを出てから燃焼室に流入するまでディスチャージラインの中では流量変化を生じないものとする. すなわちこの部分の長さの影響については無視する. このとき燃焼室への流量は次式で表現できる.

$$Q_d = Q_s' - C_b s p_s + A_s u(x_p, s) \quad (4)$$

ターボポンプのブレードにはキャピテーションによる気泡が存在する. この気泡の体積がポンプ入口の圧力の変化率に応じて増減し, ポンプの出力としての流量変動を生ずる. (4) 式の第2項はこの効果を表している. C_b はキャピテーション・コンプライアンスと呼ばれているが, アキュムレータの C_a と同様キャパシタンスと考える方が理解しやすい. (4) 式の第3項は供給系の上下動により実効的に燃焼室に流入する推進剤の変動量を, ポンプ位置の変動のみを用いて近似的に表現している. 相対運動によるものであり, 他の項のように運動量を持った流量ではない.

ポンプ出口の圧力変動および燃焼室圧力変動への伝播は(4)式の流量変動を用いると次式で表される.

$$p_d = \alpha p_s - L_p s Q_d - R_p Q_d$$

$$p_c = p_d - L_d s Q_d - R_d Q_d$$

α はポンプの入口圧力変動から出口圧力変動への増幅度を示す係数である. L_p , L_d , R_p および R_d はポンプおよびディスチャージラインのイナータンスおよび抵抗である. 上2式をまとめると次式がえられる.

$$p_c = \alpha p_s - (L_p + L_d) s Q_d + (R_p + R_d) Q_d \quad (5)$$

燃焼室へ流入した推進剤は燃焼により燃焼室圧力を高める. この関係は次式で表される.

$$(1 + \tau_c s) p_c = \frac{c^* \rho}{A_{th}} Q_d \quad (6)$$

ただし τ_c は燃焼の遅れを示す時定数であり, c^* は特性排気速度, A_{th} はノズルスロート面積である.

ロケット機体を両端自由な変断面棒と考えると任意外力に対するステーション x における縦振動変位 $u(x, t)$ は i 次の固有関数(または振動モード)を $U_i(x)$, 対応する一般化変位を $u_i(t)$ として, $U_i(x)u_i(t)$ の i に関する一次結合として表現できる. しかしながらポゴは外力としての燃焼室振動数と i 次の機体固有振動数とが一致した状態で起きるから, 単一モードのみを考えればよい. すなわち

$$u(x, s) = U_i(x)u_i(s)$$

であり, $u_i(s)$ は次式で表される.

$$M_i(s^2 u_i + 2\zeta_i \omega_i s u_i + \omega_i^2 u_i) = C_T A_{th} U_i(x_e) p_c \quad (7)$$

ω_i は i 次の機体固有振動数, ζ_i は減衰係数, C_T は推力係数である. M_i は一般化質量であって, $m(x)$ を機体の単位長さ当り質量, l_v を機体の全長とすると次式で表される.

$$M_i = \int_0^{l_v} m(x) U_i(x)^2 dx \quad (8)$$

3. 安定性判別法

(7) 式をシグナルフローグラフで表現すると第3図のごとくなる. ただし略記号 K_T は次式を表す.

$$K_T = C_T A_{th} U_i(x_e) / M_i$$

シグナルフローグラフ中の $\{p_c/\ddot{u}_i\}$ は $\ddot{u}_i$ から p_c への伝達関数であり, (1) 式から(6)式まで6個の関係式から5個の変数 p_s , p_d , Q_s , Q_s' および Q_d を消去し, $\ddot{u}_i$ と p_c とを残すとえられる. 分母のみが s の3次式であり, 形は多少複雑になるが, 計算機で処理できる程度に表現することは困難ではない.

第3図の系の開ループ伝達関数 $OL(s)$ は次のように表現できる.

$$OL(s) = 2\zeta_i \frac{\omega_i}{s} + \frac{\omega_i^2}{s^2} - K_T \left[\frac{p_c}{\ddot{u}_i} \right]$$

$$OL(j\omega) = - \left\{ \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 + K_T \operatorname{Re} \left[\frac{p_c}{\ddot{u}_i} \right] \right\} - j \left\{ 2\zeta_i \frac{\omega_i}{\omega} + K_T \operatorname{Im} \left[\frac{p_c}{\ddot{u}_i} \right] \right\} \quad (9)$$

となる. ただし Re および Im は複素数式の実部と虚

第3図 ポゴモデルのシグナル・フローグラフ

第4図 ポゴの安定性判別用ナイキスト線図

部とを表す。

系の安定性判別を行うために、ループ伝達関数(9)式のナイキスト線図を描くと、概念的には第4図のごとくなる。 $K_T=0$ すなわち燃焼圧による励振がない場合は、図中破線のごとくであり放物線になる。 $\omega=0$ で無限大であり、 ω が大きくなるにつれて $(-1, 0)$ を左手に見る形で原点に向う。この場合、明らかに系は安定である。 $\text{Re}(OL)=-1$ となるときの $\text{Im}(OL)$ は安定度の目安になるが、 $K_T=0$ の場合は $\omega=\omega_i$ で $\text{Re}(OL)=-1$ であり、 $\text{Im}(OL)=-2\zeta_i$ すなわち機体の減衰係数そのものとなる。 $K_T \neq 0$ の場合、すなわち燃焼圧により励振を受ける場合も $\omega \rightarrow 0$ および $\omega \rightarrow +\infty$ での挙動は同じである。しかしながら $\omega=\omega_i$ の近傍では $[p_c/\ddot{u}_i]$ の周波数特性によって、大きく変動する可能性を生ずる。図の実線で示すように、 ω が増加するとき $(-1, 0)$ を右手に見るように軌跡が進むときは不安定である。 $K_T=0$ の場合、 $\text{Re}(OL)=-1$ は $\omega=\omega_i$ の近傍で起きる。しかし正確に $\omega=\omega_i$ のときではない。

4. 単純化したモデルに対する安定性解析

ポゴ発振のメカニズムを理解するために、単純化したモデルを考える。まずアキュムレータは装着しない。したがって(3)式および Q_s' は省く。つぎに $R_p + R_d = 0$ および $\tau_c = 0$ とする。 $R_p + R_d$ および τ_c は、共に振動を抑制する作用を持つので、安定度判定には重要であるが、ポゴ発振の定性的理解のためにはなくてもよい。

バブル周波数 ω_b を既出文献に習って次式で定義する。

$$C_b L_i = 1/\omega_b^2 \quad (10)$$

さらに周波数応答のみを問題とするので $s^2 p_s = -\omega^2 p_s$ と置く。以上の設定のもとで(1)式および(4)式を(2)式に代入し整理すると次式をえる。

$$\gamma p_s + L_i \frac{\tan \omega \tau}{\omega \tau} s Q_d = \delta \ddot{u}_i$$

ただし γ および δ は ω の関数で次式で表される。

$$\gamma(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_b} \right)^2 \frac{\tan \omega \tau}{\omega \tau}$$

$$\delta(\omega) = \frac{\rho}{\cos \omega \tau} \left\{ h U_i(x_i) + \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} I U_i(x_p) \right\}$$

(5)式および(6)式を上式に代入して p_s および Q_d を消去すると次式がえられる。

$$\left[\frac{p_c}{\ddot{u}_i} \right] = \frac{K_p a \delta}{\gamma K_p + \{ \gamma L_{pd} + a L_i \tan \omega \tau / (\omega \tau) \} s} \quad (11)$$

ただし

$$L_{pd} = L_p + L_d$$

$$K_p = c^* \rho / A_{th}$$

である。(11)式を用いて(9)式の開ループ伝達関数を具体的な形で求めると次式がえられる。

$$OL(j\omega) = - \left\{ \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 + K_T K_p^2 a \frac{\gamma \delta}{\Delta} \right\} - j \left\{ 2 \zeta_i \frac{\omega_i}{\omega} - K_T K_p a \frac{\gamma L_{pd} + a L_i \tan \omega \tau / (\omega \tau)}{\Delta} \delta \omega \right\} \quad (12)$$

ただし Δ は次式で与えられる。

$$\Delta = (\gamma K_p)^2 + \{ \gamma L_{pd} + a L_i \tan \omega \tau / (\omega \tau) \}^2 \omega^2$$

実部の第2項 $K_T K_p^2 a \gamma \delta / \Delta$ は一般に微小な数値なので $\text{Re}(OL) \approx -1$ となるのは ω が ω_i に近接するときである。とくに $\omega = \omega_i$ とすると

$$OL(j\omega_i) = - \left\{ 1 + K_T K_p^2 a \left[\frac{\gamma \delta}{\Delta} \right]_{\omega=\omega_i} \right\} - j \left\{ 2 \zeta_i - K_T K_p a \left[\frac{\gamma L_{pd} + a L_i \tan \omega \tau / (\omega \tau)}{\Delta} \delta \omega \right]_{\omega=\omega_i} \right\} \quad (13)$$

となる。系が不安定になる場合、すなわち $\text{Re}(OL) = -1$ 近辺で、 $\text{Im}(OL)$ が第4図の実線に示すように増大する可能性があるのは、 Δ が0に近づく場合で $\gamma(\omega_i) \approx 0$ のときである。 $\gamma(\omega_i) = 0$ 、すなわち ω_b が条件

$$\left(\frac{\bar{\omega}_b}{\omega_i} \right)^2 = \frac{\tan \omega_i \tau}{\omega_i \tau} \quad (14)$$

を満たすとき、 $\text{Re}(OL) = -1$ となり、 δ が正であれば $\text{Im}(OL)$ は ω_b に関してほぼ最大値をとる。この(14)式をみたす ω_b を共振バブル周波数と呼び $\bar{\omega}_b$ と記すことにする。この形の $\bar{\omega}_b$ は文献6)でも定義されている。(13)式に条件(14)式と共に K_T , K_p , δ , L_i 等の原式を代入し、整理すると次式がえられる。ただし x_e と x_p とは近接しているので $U_i(x_e) = U_i(x_p)$ とおいた。

$$OL(j\omega_i) \Big|_{\tau=0} = -1 - j \left\{ 2 \zeta_i - \frac{U_i(x_p)^2}{M_i} \frac{C_T c^* A_{th} \rho}{\omega_i} \cdot \left[\frac{h}{l} \frac{U_i(x_i)}{U_i(x_p)} \frac{\omega_i \tau}{\sin \omega_i \tau} + 1 \right] \right\} \quad (15)$$

実際に数値検討を行ってみると、(14)式で与えられる $\bar{\omega}_b$ は、 $\text{Re}(OL) = -1$ のとき $\text{Im}(OL)$ 最大を与える ω_b と厳密には一致していない。しかしアキュムレータをつけていない場合は、このモデルばかりでなく $R_p + R_d$ および τ_c まで入れた場合に対しても発振時の ω_b に対するよい近似値を与える。

(14)式および(15)式はポゴに関わるファクターの発振に対する効果を明快に表している。えられる知見を列挙する。

(1) ポゴが起きる可能性があるのはフィードラインインータンスとポンプのキャピテーション特性で

まるバブル周波数 ω_b が(14)式の関係式をみたすときである。

(2) ポゴの励振源となるのは $U_i(x_i)$ により識別されるタンク底部の振動による圧力変動 p_i と $U_i(x_p)$ で識別されるポンプ部以下の振動による流量変動 $A_i s \xi(x_p, s)$ とであり、不安定度への寄与分の比は、前者に対する後者の比を β とすると次式で与えられる。

$$\beta = \frac{h}{l} \frac{U_i(x_i)}{U_i(x_p)} \frac{\omega_i \tau}{\sin \omega_i \tau} \quad (16)$$

(3) 不安定度は $U_i(x_p)^2/M_i$ に比例する要素を持つ。すなわちポンプ部の振幅で固有関数を基準化した場合、一般化質量が小さいほど不安定になる。

(4) 不安定度は C_T , c^* , A_i および ρ に比例し ω_i に反比例する。

(5) α , $L_p + L_d$ および A_{th} は安定度には関係しない。

アキュムレータをつけた系については、 ω_b の発振条件が(14)式のような簡単な形で与えられず、実際に発振を起こす ω_b は(14)式で定まる $\bar{\omega}_b$ よりかなり高い側にずれる。また α , $L_p + L_d$ および A_{th} 等もこのモデルのように完全には消去されず、安定性に影響をもつことになる。しかし大局的に見ると各パラメータの不安定度を与える影響はほぼ上記知見どおりといえる。

5. 数 値 検 討

5.1 パラメータ設定 前述したように、N-II/H-I は N-I と第1段エンジンが同一であるため、共通部分の数値は文献1)からそのまま用いさせていただいた。第1表の h , A_{th} , C_T , c^* , τ_c および第2表の A_i , ρ , c , L_p , L_d 等の数値である。 l , τ , L_i 等については、液体酸素はそのままであるが、燃料系については機体が長くなった分だけの修正を行っている。 C_a および L_a については、H-I に装着されているポゴサプレッサーの図面から算定した値である。

特性値 $R_p + R_d$ および R_a については未定パラメータとして残し、フライトデータと合うように最終的に決定した。

5.2 ポゴ振動数 打ち上げられた N-II ロケットの総数は9機であり、H-I ロケットは1990年4月現在で6機(うち2機は2段式)である。メコポゴはこれらの全号機で発生しており、その振動の大きさもほぼ同一である。これに対して、プリメコポゴは明白には認められなかった場合も数機ある。第5図にコンフィギュレーションの類似な H-I 3段式ロケット3機分のポゴ振動数を示す。○は ETS-5, ×は CS-3a, △

第1表 機体/エンジン系パラメータ

記号	単位	数値
$2\zeta_i$		0.01
A_{th}	m^2	0.132
C_T		1.493
c^*	m/s	1.69×10^3
τ_c	s	3.2×10^{-3}

第2表 液体酸素/燃料供給系パラメータ

記号	単位	液体酸素系	燃料系
A_i	m^2	2.5×10^{-2}	1.57×10^{-2}
ρ	kg/m^3	1.143×10^3	0.851×10^3
l	m	1.33	11.6
c	m/s	5.17×10^2	6.74×10^2
τ	s	0.26×10^{-2}	1.72×10^{-2}
L_i	kg/m^4	0.61×10^5	6.29×10^5
L_p	kg/m^4	3.39×10^5	2.52×10^5
L_d	kg/m^4	5.0×10^5	5.9×10^5
C_a	$m^2 s^2/kg$	1.95×10^{-8}	—
L_a	kg/m^4	2.06×10^3	—

第5図 H-I (3段式)のポゴ振動数およびバブル振動数

は CS-3b である。

プリメコポゴはリフトオフ後130~160秒の時間帯と190~220秒の時間帯の2箇所で見れる。これらをそれぞれPMP-1およびPMP-2と略記する。メコポゴについてはMPと記す。

PMP-1およびPMP-2については、共に発生する時間帯が長いので、振動の極大値が見れる時刻を中心とした時間帯に区分して周波数解析を行い、データ整

理を行っている。図より明らかなように PMP-1 および PMP-2 においては、それぞれ縦振動モードの固有振動数が時間と共にほぼリニアに増加する。これらの固有振動数をそれぞれ f_{i1} および f_{i2} としておく。この時間帯についてはモード解析が十分行われていず、同一の振動モードの固有振動数が f_{i1} から f_{i2} へとつながっていくのかどうか明らかでない。

一方 MP では縦一次のモードが励振されることが確認されている。H-I 3 段式ロケットの縦一次モードの固有振動数は第5図の f_i のように変化することが解析的にわかっており、実際に起きた MP の振動数データとよく一致している。

N-II ロケットは H-I ロケットと第2段のコンフィギュレーションが異なるために振動数の大きさにやや違いがある。また H-I ロケットでも2段式では若干の相違がある。しかしそれ以外、ボゴの発生する時間帯とか固有振動数の時間に対する変化のパターン等は同一である。以後定量的な解析は H-I 3 段式のみに限定して行うが、N-II ロケットおよび H-I 2 段式についても同様の解析が行える。

第5図の各ボゴ振動数の中心に代表点をとる。すなわち PMP-1, PMP-2 および MP の代表振動数をそれぞれ 22.0, 32.0 および 17.5 Hz とする。

5.3 バブル振動数 バブル周波数 ω_b は(10)式で定義された。ボゴ振動数との比較の便宜上、以下ではバブル振動数 f_b を用いることとする。すなわち

$$f_b = (2\pi\sqrt{C_b L_i})^{-1} \quad (17)$$

である。 L_i は正確に求められる数値であるから、キャピテーションコンプライアンス C_b がえられれば f_b も確定する。 C_b は流体の物性とかターボポンプのブレードの形状、動作圧力等によりきまる数値である。これらの要素が C_b に対してどのような影響を持つかについての理論的なアプローチもある。しかし定量的

に C_b をきめるほどには確立していない。

ポンプ入口圧力が高くなるにつれ、 C_b は小さく、 f_b が大きくなることは明らかである。第6図に N-II/H-I ロケットにおけるポンプ入口圧力のフライトデータに基づく変化概要を示す。実際の圧力計測データはこの圧力変化にボゴによる圧力変動がのっている。液体酸素系ではリフトオフ後時間と共に圧力が低下するのに対し、燃料系では上昇している。 f_b も同様の傾向を示すと考えられる。また酸化剤と燃料系とでは $1/\sqrt{L_i}$ の比が 3.2:1 になるので f_b のレベルもそれに近い比率を示すはずである。以下ではポンプ入口圧力変化のパターンを念頭におきつつ、フライト結果から f_b の推定を行う。

まず前節で設定した各ボゴの代表振動数に対して、4章の単純化したモデルを適用して共振バブル振動数 $\bar{f}_b$ を求めてみよう。(14)式より

$$\bar{f}_b = f_i \sqrt{\frac{\tan 2\pi f_i \tau}{2\pi f_i \tau}} \quad (18)$$

であり、結果は第3表のごとくである。

PMP-1 および MP に対して、燃料供給系では $\bar{f}_b$ が存在しない。燃料系ではアキュムレータが装着されないで、4章の解析はかなり実際に近い。したがって PMP-1 および MP は液体酸素系によっていると考えられる。ただし最大不安定度を与えるバブル振動数 f_b についてはボゴサプレッサーの影響を受けるので、その数値については別途考察する。

PMP-2 については一応両系について $\bar{f}_b$ がえられている。しかしながら液体酸素供給系の $\bar{f}_b$ が PMP-1 および MP の励振条件をみたしつつ PMP-2 の励振条件をもみたすとは考えられない。したがって PMP-2 は燃料供給系のみ起因しているといえる。PMP-2 の代表点 205 秒の f_b を 9.85 Hz とすると、その前後の変化はポンプ入口圧力変化から第5図の f_i' のようになると考えられる。

逆に物理的に存在しうる f_b に対して条件(18)式が成立する f_i の範囲は、 $\tan 2\pi f_i \tau$ が正となる領域でなければならない。この条件は PMP-1 および MP ではフィードラインの短い酸化剤供給系が関係するので $0 < f_i < 0.25/\tau$ 、燃料系が関係する PMP-2 においては

第6図 N-II/H-I ポンプ入口圧力変化概要

第3表 各ボゴに対する共振バブル振動数 $\bar{f}_b$ (Hz)

	f_i	液体酸素系	燃料系
PMP-1	22.0	22.5	—
PMP-2	32.0	(33.6)	9.85
MP	17.5	17.74	—

註 計算上得られても、物理的に実在しがたい数値には()^{*}を付した。

第7図 H-I(3段式)縦振動固有関数

τ が大きくなるので $0.5/\tau < f_i < 0.75/\tau$ となる。PMP-2の場合第2表の $\tau = 1.72 \times 10^{-2}$ を用いると $29.1 < f_i < 43.6$ であるから 32.0 Hz というボゴ発振は下限に近い振動数で起こっていることになる。この下限値 $0.5/\tau = c/2l$ は両端開放管の共鳴振動数であり、PMP-2がフィードラインの共鳴に関連していることを物語っている。

5.4 ボゴ励振を受ける機体の縦振動モードと一般化質量 ボゴ振動数と同様に H-I 3 段式ロケット 3 機分のフライトデータを用いて、ボゴ励振を受ける機体の縦振動モードと一般化質量とを推定しておこう。機体の縦振動加速度を測定しているのは、1 段エンジンセクション、2 段エンジンジンバルポイント、ガイダンスセクション、衛星アタッチフィッティングの 4 個所であり、その位置を第 7 図のロケット概略図の上にそれぞれ、1 ES、2 GP、GS、および AF の略記号で示してある。残念ながら 1 段機体の中間には測定点がない。

リフトオフ直後の機体に沿った重量分布 $m(x)$ の概略は第 7 図の下の方のごとくである。このうち燃料と液体酸素とが時間と共に減少し、異なる機体振動特性を生ずる。ロケット機体にはエンジン雑音等が原因と

第4表 ボゴ励振入力の変位比 β

	$\frac{h}{l}$	$\frac{U_i(x_i)}{U_i(x_p)}$	$\frac{\omega_i \tau}{\sin \omega_i \tau}$	β
PMP-1	3.4	0.94	1.02	3.3
PMP-2	0.134	-0.25	-16.18	0.54
MP	0.17	1.0	1.01	0.27

注 PMP-1 と MP とは液体酸素系、PMP-2 は燃料系

なり、つねにランダム振動が発生している。周波数解析を行うと、そのスペクトル密度は通常白色雑音に近い特性を示すが、ボゴ発生時には励振を受ける縦振動固有振動数の部分がピーク値をとる。この傾向は 1 ES の部位にもっとも顕著に現れる。他の測定点ではピーク値をとることも多いが、固有関数の節点付近に位置することにより、極小値を示すこともある。各測定点でのスペクトル密度を求め、変位レベルに換算し、1 ES における変位レベルで割って基準化した値は $U_i(x)/U_i(x_e)$ となる。第 7 図の中段に示す $\circ$ 、 $\times$ および $\triangle$ はそれぞれ ETS-V、CS-3a および CS-3b におけるフライトデータをこのように処理してえた数値である。

MP の固有関数については詳細なモデルを用いて解析されている。解析結果は第 7 図の実線のごとくである。フライト結果は 3 ケース共非常に近接している。解析結果は概ねフライトデータをよく予測しているといえる。

PMP-2 についても、これまで数ミッションで解析された。縦 4 次 (33 Hz) で破線で示すようなモードがえられている。ステーション 29 m からの分岐は燃料タンクドーム部および燃料が 1 ES 部と逆位相で振動していることを示している。このモードはロケット上部に縦振動が現れない点に特徴があり、フライトデータにもよくその特性が出ている。フライトデータは PMP-2-1 と 2-2 とで差を生じない。

PMP-1 のモード形については時間と共に推移する傾向が認められる。第 5 図の PMP-1 の前半および後半のデータをそれぞれ PMP-1-1 および PMP-1-2 とするとその周波数解析に基づくモード形は第 7 図のごとくなる。PMP-1-1 におけるミッションごとの一致度はよい。PMP-1-2 はミッションによりややばらつくが、それでも PMP-1-1 とは明らかに異なる傾向を示している。PMP-1 のモード形については残念ながらほとんど解析されていない。フライトデータでも 1 段タンク部に測定点がないため、このあたりのモード形がわからない。PMP-2 に準じた形で図のように設定した。

モード形を設定すれば、ボゴ励振入力の変位比の不安定度の寄与比 β についても計算できる。結果は第 4 表のご

第8図 H-1(3段式)縦振動モード一般化質量

とくである。PMP-1においては、 h/l が大きな値であるため、ボゴ励振についてはタンク底部の振動による圧力変動が支配的になる。同じ液体酸素系のボゴでもMPの場合には、ポンプ部以下の振動による燃焼室への流量変動が支配的である。PMP-2においても支配的なのは、ポンプ部以下の振動による燃焼室への流量変動である。

固有関数形を第7図のように設定するとリフトオフ後時間に応じた推進剤量を算定し、(8)式を用いて M_i を推定することができる。 M_{i1} および M_{i2} については、解析値と上記推定を用いて第8図のような特性を設定した。○印が解析値である。PMP-1の関係する M_{i1} についてはその算出に一番重要な1段タンク部のモード形状が不確定なので時間的な変化の様相まではつかめない。時間と共に推進剤が減少する効果およびモード形がPMP-2に近づく効果を勘案して、第8図に示すような時間変化を設定した。

5.5 パラメータ感度および数値選定 各ボゴの代表点についてナイキスト線図を描くために必要なパラメータをまとめて第5表に示す。 $U_i(x_p)$ までの前半部は前節までの検討で定まった数値である。圧力変動に関するポンプの増幅係数 α はキャピテーションコンプライアンス C_b と同様、同定が困難な数値である。PMP-2の安定度には関係しないが、PMP-1およびMPに対しては顕著な影響を持つ。文献1)に基づき、第5表の数値を採用しておく。 f_b 以下の数値は本節の結論としてえられる数値である。

まずPMP-2の代表点205秒におけるナイキスト線

第5表 ボゴ関連パラメータ

記号	単位	PMP-1	MP	PMP-2
		(液体酸素系)		(燃料系)
M_i	kg	1.25×10^4	0.8×10^4	1.38×10^4
f_i	Hz	22.0	18.0	32.0
h	m	4.8	0.4	1.5
$U_i(x_i)$		0.93	1.0	-0.25
$U_i(x_p)$		1.01	1.0	1.02
α		1.5	2.7	2.5
f_b	Hz	33.5	23.8	9.9
R	kg/m ⁴ s	2.23×10^8		7.2×10^7
R_a	kg/m ⁴ s	1.22×10^7		—

第9図 PMP-1代表点のナイキスト線図

図を描いてみよう。計算には簡略化を行っていない(9)式を用いている。 $R=R_p+R_a=0$ および $\tau_c=0$ とした場合、すなわち4章の簡略化モデルのナイキスト線図は第9図の破線で表される。 $(-1, 0)$ 点を囲んでいるので不安定である。次に燃焼遅れ τ_c だけを入れると点線のごとく位相の遅れを導入することになり、不安定度は軽減される。この燃焼遅れの代りに管路抵抗 R を入れた結果を一点鎖線で示す。 R は不安定度を軽減すると共に、共振点周波数を高いほうにずらす効果があり、ピーク値を左方に移動させる。 $R=R_p+R_a=7.2 \times 10^7$ kg/m⁴s は文献1)で採用されていた数値である。すべてのパラメータを含んだ場合のナイキスト線図が実線である。構造減衰 $2\zeta_i=0.01$ の設定に対してその20%程度の不安定度が残る。その他のパラメータのPMP-2の安定性に対する感度は4章の知見で述べたとおりである。

PMP-1およびMPが起きる液体酸素系はボゴサブレッサーを装着しているため、パラメータ選定はPMP-2よりかなり複雑である。与えられたボゴ周波

第10図 MP 代表点のナイキスト線図

第11図 H-I (3段式) 時間に沿った安定性解析

第12図 ポゴサプレッサーを装着しない場合のナイキスト線図

数に対して最大不安定度を与えるパブル振動数 f_b も第3表の f_b からはかなりずれる。ポゴ安定性をフライト結果に合わせて調節するためのパラメータとしては、不確定性の強い f_b , R , R_a , M_i および α を考える必要がある。

試行錯誤的に上記のパラメータを変化させてみた結果、フライト時のポゴ特性変化を説明できる数値の組合せの一つとして、 α は文献1)に示されている数値のとおりとし、 f_b^0 , R , R_a , M_{i1} および M_1 について調節を施した。結果は第5表に示すとおりである。この選定のプロセスを記すのは冗漫なので、ここではMPの代表点まわりの安定性に関する感度解析結果だけを第10図に示す。各パラメータを20%増減した場合のナイキスト線図である。PMP-1においてもパラメータ感度の現れ方はMPに類似である。

5.6 リフトオフ後時間に沿ったポゴ安定性解析最後にこれまで設定したパラメータによりN-II/H-Iロケットのポゴ現象全般に対して説明のつく結果がえられるかどうかを示そう。PMP-1, PMP-2 およびMPの代表点前後のナイキスト線図を第11図に示すそれぞれ時間の経過と共に、フライト結果と同様に安定な状態から不安定な状態に移り、また安定状態に戻

っている。

PMP-1とMPとにおいては、 R が設定した値より大きいとポゴ発振が起きなくなってしまう。また R がこの数値よりも小さいと至るところ不安定になる。なおPMP-1で120秒以前が安定になるためには第8図に示すように M_{11} が大きな値をとることも重要な要件であった。

PMP-1とMPとについては同じパラメータ設定でポゴサプレッサーを装着しない場合についてもナイキスト線図を求めてみた。結果を第12図に示す。安定性の推移は、ポゴ発生時間帯の前半についてはポゴサプレッサーをつけたときとあまり変らない。しかしながら不安定度については格段に強くなる。また後半については安定化する時間が後ろまで伸びる。PMP-1では170秒以後も不安定のままの様相を呈している。ポゴサプレッサーが装着されていないN-II/H-Iロケットのフライト例がないので、この推定が正しいのかどうかは不明である。しかしポゴサプレッサーの効果がほどほどに現れている点では妥当な結果とも考えられる。

6. あとがき

本報告で行った検討の概略をまとめると以下のとおりである。

(1) 単純化したポゴ解析モデルに、ポゴ周波数で基準化したナイキスト線図を適用することにより、ポゴの基本構造を整理し、基本パラメータの特性を明確化した。結果としてPMP-1およびMPは液体酸素供給系、PMP-2は燃料供給系の共鳴であるという結論をえた。ポゴに対する励振源は、PMP-1のみはタン

ク底部の圧力振動であるが、PMP-2とMPとではポンプ部以下の振動による燃焼室への流量変動である。また長いフィードラインをもつ燃料供給系では、ポゴは両端開放管の共鳴振動数 $c/2l$ 付近で起きる。

(2) N-II/H-Iロケットのフライトデータを整理して、ポゴ振動数 f_i およびポゴ振動を受ける機体の縦振動モード $U_i(x)$ および一般化質量 M_i についての推定を行った。

(3) 上記の結果を用いて不確定パラメータ f_i , R , R_a , M_i , α 等の感度解析を行い、N-II/H-Iロケットのポゴフライトデータ全般を説明できるようなパラメータの数値選定を行った。

以上の解析により物理的に妥当な範囲のパラメータ設定によりN-II/H-Iロケットのポゴに一貫した説明を与えることができた。選定した数値が実際の特性値とどの程度の一致度を持つかは、解析モデルの妥当性の吟味と合せた今後の検討課題である。

参考文献

- 1) 小林繁夫, 小島 浩: 液体燃料ロケットの自動振動(ポゴ), 日本航空宇宙学会誌, 30 (1982), pp354-363.
- 2) Pain, J. G. and Rubin, S.: Pogo Suppression on the Delta Vehicle, Report SAMSO-TR-74-180 (1974).
- 3) 白木邦明, 森 英彦, 足立康樹, 高須泰治: N-IIロケットの振動環境, 第27回構造強度に関する講演会, 昭和60年7月.
- 4) 森 英彦, 幸節雄二, 浅田正一郎, 持尾隆士, 太田和秀: ロケットとタンクと推進薬の連成振動, 第27回構造強度に関する講演会, 昭和60年7月.
- 5) McKenna, K. J. et al.: A Model for Studying the Coupled Engine Airframe Longitudinal Instability of Liquid Rocket Systems, AIAA paper 64-81 (1964).
- 6) Rubin, S.: Longitudinal Instability of Liquid Rockets due to Propulsion Feedback (POGO), J. Spacecraft, 3 (1966), pp. 1188-1195.