円筒状収束衝撃波の安定性について^{*1}

Stability of Imploding Shocks

藤原 和人^{*2}・松尾 日出男^{*3}

Kazuhito FUJIWARA, Hideo MATSUO

廣江 哲幸^{*3}

and Tetsuyuki HIROE

Key Words: Fluid Dynamics, Shock Waves, Stability

Abstract

Stability of cylindrical imploding shocks is numerically studied. It is particularly investigated how disturbed imploding waves change the shape of the front as they propagate. Analyses were performed by the ray-shock theory. The finite difference calculation of conservation equations was also made. It is shown that even small disturbances which are generated at the initiation affect the symmetry of the wave to a large extent. The propagation speed of disturbances relative to the imploding speed, that is the propagation speed along the periphery, also affects the change of shape of the imploding wave front. When the shock wave is locally deformed, the propagation direction of the deformed wave also affects the shock stability. The shock fronts disturbed artificially were visualized by shadow photography and compared with numerical results. Both results showed qualitative agreement.

1. ま え が き

収束衝撃波は収束点近傍における物理的・数学的な特異性のために、多くの研究者の関心を集めてきた。著者らも円筒状爆発収束衝撃波に関する研究を行い、収束のメカニズムおよび収束点近傍に発生する極限状態について調べてきた¹⁻⁶⁾。特に極限状態の生成・利用という実用化を進展させるためには円筒波の収束安定性の問題が非常に重要な要因となることがこれらの研究を通して知られた。

ところで収束波の安定性に関しては1950年代にWhithamらが線形理論による解析を行った^{7,8)}。その

結果は擾乱の振幅と平均半径との比が収束と共に調和振動をしながら増幅するというものであった。Gardnerら⁹⁾は初期擾乱として調和振動を仮定し線形解析を行った。彼らは擾乱の大きさ、擾乱のモード数、非擾乱波面の半径等の間の関係を調べた。その結果収束波は外乱に対して不安定であるという結論を得た。収束に伴って擾乱が増幅されるという線形解析の結果を考慮すると安定性の議論には結局非線形解析や多次元解析が不可欠であろうと思われる。実際このような解析も行われておりたとえばAhlbornとFongは安定性を特徴づけるいくつかの要因(形状、面積、半径など)を考慮した非線形解析を行っている^{10,11)}。また最近TVDスキームを用いて多角形衝撃波の収縮に関する数値計算もなされている¹²⁾。

一方実験的に最初に安定な収束波の存在を示したのはPerryとKantrowitz¹³⁾である。彼らは弱い収束衝撃波の発生に成功すると共に安定性に関する若干の定性的検討を行った。その後、爆轟収束波も含めていくつかの収束波発生に関する研究が行われているが¹⁴⁻¹⁶⁾まだ強い衝撃波の安定性に関する研究は十分になされてはいない。

本論文は円筒状収束衝撃波の収束安定性を論じたものであり局所的な擾乱を受けた収束波の形状変化をRay-Shock Theory⁷⁾および差分法による数値計算によってシミュレートしている。Ray-Shock Theoryでは二次元問題を一次元問題として取り扱えるので種々の擾乱に対する計算を比較的簡単に行うことができる。しかしこの方法だけでは二次元流れ固有の特性や波面後方の流れの詳細を知ることはできない。これを補うため差分法を用いて保存則を直接解く二次元解析も行う。さらに実験的に初期擾乱を受けた収束波を生成しシャドウグラフ観察を行い波面形状変化に関して

^{*1} 平成2年6月11日原稿受理^{*2} 熊本大学大学院自然科学研究科^{*3} 熊本大学工学部材料開発工学科

計算結果との定性的な比較も行う。

2. 数値シミュレーション

2.1 シミュレーション・モデル 収束波の安定性の解析では円周上に沿って調和振動的な擾乱分布を与えてその後の収束の状況を調べる場合が多い。これは収束性を一般的に論じる上での便法ではあるが実際問題を取り扱う場合にこのような状況に遭遇することは稀である。ここでは著者らがこれまでに開発してきた円筒状収束波の発生装置^{2,3)}の構造を念頭において三つのシミュレーション・モデルを想定する(第1図に概略図を示す。衝撃大電流による細線爆発によって円筒状爆薬殻を起爆させる装置である)。第一のモデルでは円筒の円周上で鉛直な直径上の相対する2点に局所的な擾乱を与える。擾乱としては収束伝播速度の局所の変化および波面形状の局所的歪を考える。第二のモデルでは円周を四等分した周上の4点で伝播速度に対する擾乱を与える。第三のモデルでは円周を二つに分けてそれぞれの半円周上で異なった初期伝播速度を与える。これらのシミュレーション・モデルは円筒面上で大きなエネルギーを瞬時に開放して収束波を生成するような場合しばしば遭遇する種類の擾乱であり十分に一般性を持つものといえる。

2.2 Ray-Shock Theory による解析 これは衝撃波面の伝播のみに着目し伝播速度と伝播方向を幾何学的に決定する方法である(第2図)⁷⁾。

波面と伝播方向の直交条件より次のような特性曲線の関係が得られる。

第1図 円筒状収束波発生システム

第2図 Ray-tube モデル

$$\begin{aligned} C_+: \frac{d\beta}{d\alpha} &= c, \quad d\theta + \frac{dM}{Ac} = 0, \\ C_-: \frac{d\beta}{d\alpha} &= -c, \quad d\theta - \frac{dM}{Ac} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

ここで c は

$$c = \sqrt{\left(\frac{-M}{AA'}\right)},$$

で表され、 (α, β) 空間において衝撃波面に沿って伝わる擾乱の伝播速度を表す。また θ は伝播方向(x 軸方向からの角度)を、 M は伝播マッハ数を、 A は Ray-tube の断面積を表す。

マッハ数と断面積の関係としては CCW 関係式⁷⁾を用いる。また比熱比として $\gamma=1.4$ を用いる。

実際には次の手順により(1)式を特性曲線法を用いて解く。

I. 初期波面上に格子点を割り当て初期条件として初期座標 (x_0, y_0) 、伝播マッハ数 M 、伝播方向 θ を与える。波面の伝播方向は波面に垂直にとる。

II. 伝播距離(伝播時間)と Ray-tube の面積の間に

$$d\alpha < \frac{d\beta}{c_{\max}},$$

の関係が満たされるように伝播距離をとる。ここで $c_{\max}$ は全ての格子点上での値の最大値を示す。

III. 次の波面位置すなわち次の時刻におけるマッハ数 M と伝播角 θ を(1)式の差分式を解くことにより求める。

IV. 各格子点の x, y 座標を

$$x = \int M \cos \theta d\alpha + x_0,$$

$$y = \int M \sin \theta d\alpha + y_0,$$

から求める。

V. 各 Ray に $I=1, 2, \dots$ と番号を付し I 番目の Ray と衝撃波面との交点を (x_I, y_I) で表すと各 Ray-tube の断面積 A_I は、

$$A_I = (1/2) \sqrt{(x_{I+1} - x_{I-1})^2 + (y_{I+1} - y_{I-1})^2},$$

によって求められる。

以上の操作を繰り返して得られる解は、初期条件が連続でまた Ray-tube の面積にあまり急激な変化が生じない範囲では正確である。計算に際しては格子点の集中を避けるため各ステップごとに格子点の再割り当てを行っている。200 の格子点数を用いたが、これ以上の格子点数を用いても結果にはほとんど差がなく安定であることが確かめられた。またこの結果と再割り当てを行わず非常に長い時間をかけて行った計算結果との間には差異が見られなかった。曲率が大きい場合やカスプが生じる場合には局所的に若干の誤差は生じ

るが、それはその後の全体的な流体運動にはあまり影響を及ぼさないようである。

次に初期条件について述べる。シミュレーション・モデルの項で述べたように初期擾乱として伝播速度の局所的不均一および初期形状の局所的変形の二つを考える。前者に対しては、

$$M = M_0(1 - M_d \cos(2\pi A_d \phi_d)), \quad -1/2 \leq \phi_d \leq 1/2, \\ M = M_0, \quad 1/2 \leq |\phi_d|,$$

の形で擾乱マッハ数の分布を与える。ここで M_0 は非擾乱部分の伝播マッハ数、 M_d は最大マッハ数変化率、 R_0 は初期波面半径、 A_d は収束波全面積に対する擾乱面積の比である。また後者に対しては擾乱を受けた初期波面半径 r を、

$$r = R_0(1 - r_d \cos(2\pi A_d \phi_d)), \quad -1/2 \leq \phi_d \leq 1/2, \\ r = R_0, \quad 1/2 \leq |\phi_d|,$$

の形で与える。ここで r_d は初期半径に対する最大変位率である。

2.3 保存則の差分による二次元解析 完全流体の二次元流れを極座標 (r, θ) で表した基礎式は、

$$U_t + F_r + G_\theta + W = 0, \\ U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{bmatrix}, \quad (2) \\ G = \begin{bmatrix} \rho v/r \\ \rho uv/r \\ (\rho v^2 + p)/r \\ v(e+p)/r \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} \rho u/r \\ \rho(u^2 - v^2)/r \\ 2\rho uv/r \\ u(e+p)/r \end{bmatrix},$$

となる。ただし ρ は密度、 p は圧力、 u および v は r 方向および θ 方向速度である。また e は単位体積あたりの全エネルギーで理想気体では

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2),$$

で表される。この偏微分方程式をフラックスベクトル分割法(FVSM)¹⁷⁾を用いて解く。

円筒壁から中心方向へ半径の $1/10$ の距離だけ隔たった壁面近くの領域に高圧部(伝播マッハ数が 20 および 1.5 の衝撃波後方の値)を想定する。中心軸を含む他の領域は大気状態にあるものとする。さらに初期擾乱として高圧部の直径上相対する 2 カ所に局所的(周囲長の $1/25$)に低圧部(大気圧)を与える。格子点数は 100×50 とした。

3. 解析結果

3.1 Ray-Shock Theory による解析結果 第 3

図は衝撃波面の形状が時間と共に変化していく様子を $M_0=20$, $M_d=0.1$ の場合について示したものである。図の (a)~(c) はそれぞれ $A_d=1/18, 1/9, 1/6$ に対する結果である。伝播速度の初期擾乱が図の上下方向(鉛直方向)の直径上の 2 点で局所的に与えられたものとしている。初期擾乱部分のマッハ数は他の部分に比べて小さな値をとるため、そこでは収束が遅れ上下方向(初期擾乱の存在する直径方向)に伸びた形となる。第 4 図はさらに擾乱が大きい $M_d=0.4$ の場合について

第 3 図 収束波面形状 ($M_0=20$, $M_d=0.1$)

第 4 図 収束波面形状 ($M_0=20$, $M_d=0.4$, $A_d=1/18$)

て同様の結果を示したものである。図よりわかるように擾乱が大きくなると擾乱部分にはカスプが現れる。これは斜め衝撃波の反射によって生じるものであることが後に述べる差分法を用いた解析によってわかる。カスプが現れるとカスプ近傍の波面形状は直線状さらには収束点に対しゆるやかな凸となり局所的に収束波の特性を失う。このためそこでは半径方向の伝播速度が減少している。

ここで擾乱方向の波面半径 r_a とそれに垂直な方向の半径 r_b を用いて平均半径 R_m および偏平率 ζ を

第5図 偏平率 ζ の変化 ($M_0=20$)

(a) $M_a=0.1, A_d=1/18$, (b) $M_a=0.1, A_d=1/9$,
(c) $M_a=0.1, A_d=1/16$, (d) $M_a=0.4, A_d=1/18$

第6図 伝播マッハ数の変化 ($M_0=20, A_d=1/18$)

(a) $M_a=0.1$, (b) $M_a=0.4$

$$R_m = \frac{r_a + r_b}{2}, \quad \zeta = \frac{|r_a - r_b|}{R_m},$$

と定義する。 R_m と ζ の関係を示したものが第5図である。どの場合も ζ は収束に伴って増加し収束と共に無限大に向かっている。擾乱面積 A_d が増加すると ζ の値も増加することがわかる。特に $M_a=0.4$ の場合はカスプが発生する半径位置(図のP点の近傍)で大きな偏平率の増加が見られる。つぎに収束に伴う波面形状の変化を波面に沿ってのマッハ数分布の変化の点からながめてみる。第6図(a), (b)は波面に沿っての局所伝播マッハ数の分布が時間と共に変化する様子を示したものである。水平軸にとっている α, β は前に定義したものと同じものである。垂直軸には局所的な波面の伝播マッハ数をとっている。擾乱の大きさが比較的小さい場合(第6図(a): $M_a=0.1$)、初期擾乱は円周に沿って互いに逆方向に伝わる二つの波に分かれる。この二つの波で囲まれた部分(最初に擾乱を与えた点を含む領域)では擾乱を受けた直後のごく短い時間を除いてその後の波面曲率の変化は小さい。これに対して他の残りの領域では収束に伴い上下の二つの擾乱源から伝播してくる二つの擾乱の干渉が引き続き存在するのでその影響を受けて大きな曲率の減少が起こっている。擾乱が比較的大きい場合(第6図(b): $M_a=0.4$)には擾乱点での波面の曲率が局所的に大きくなりその結果波面の局所的な収束が起こる。そのため最初の擾乱源の位置に局所的な高圧部が発生する。これが第6図のカスプとして現れている部分である。すなわちカスプは波面の局所的な収束によって生じるものと言える。第7図(a)~(c)は $M_a=-0.1$ すなわち擾乱部分が非擾乱部分に比べて大きなマッハ数を持つ場合の結果を示している。他の条件は第3図の場合と等しい。この場合収束に伴って波面形状が長方形から菱形へと変化する。このときの R_m と ζ との関係を示す。収束に伴い偏平率は増加するが収束点近傍で偏平率の増加割合が急激に変化(減少)する点(Q)が生じる。これらの現象も収束に伴い波面に沿ってのマッハ数分布がどう変化するかを見ることである程度理解できる(第9図参照)。 M_a の値の正負の違いにより最初に擾乱部分が加速するか減速するか状況が変わり波面形状が異なっているのである。また双方いずれの場合においても収束に伴い波面形状が変化していくのは最初に与えた擾乱が波面に沿って伝播し 90° 回転した位置(水平方向の直径上の点)に向かって移動して行くためである。 $M_a=-0.1$ の場合収束点近傍で偏平率の増加率が不連続的に変化(減少)しておりこれが $M_a=0.1$ の場合と異なっている。これは鉛直方向直径上の上下2カ所の擾乱源から出た擾乱の干渉

第7図 収束波面形状 ($M_0=20$, $M_d=-0.1$) 第8図 偏平率 ξ の変化 ($M_0=20$, $M_d=-0.1$)
(a) $A_d=1/18$, (b) $A_d=1/9$, (c) $A_d=1/6$

時における干渉状況の違いに起因するものである。すなわち $M_d > 0$ の場合には攪乱は膨脹波であるから伝播と共に分布が緩やかになるのに対し $M_d < 0$ の場合にはこれが圧縮波であるため分布が伝播と共に鋭くなり二つの攪乱が衝突する前後では収束伝播速度に急激な変化が現れる。すなわち局所的に加速される場合の

第9図 伝播マッハ数の変化 ($M_0=20$, $M_d=-0.1$, $A_d=1/18$) 第10図 収束波面形状 ($M_0=20$, $M_d=-0.9$, $A_d=1/18$)

方が減速される場合より変形が少ないことが予想される。第10図はさらに大きな攪乱 ($M_d=-0.9$) が与えられた場合の波面形状の変化を示したものである。このように攪乱がさらに大きい場合には一つの攪乱源に対してカuspが2個発生するようになる。ただしこの場合には α 方向へ伝播する衝撃波に β 方向へ伝播する衝撃波が乗ったいわゆる Shock-Shock 問題となるので Ray-Shock Theory で解いた結果にはいくぶん誤差が含まれることが予想される。Shock-Shock 問題として解析するためには (1) 式を衝撃波前後の飛び量に適用した式と CCW の修正式を用いる必要があるだろう。

次に初期波面に局所的な攪乱変位を与えた場合を考える。第11図(a), (b)に $A_d=1/18$ で $r_d=0.05, 0.1$ に対する結果、第12図に $A_d=1/9$ で $r_d=0.1$ の結果を示す。 $A_d=1/18$, $r_d=0.1$ の場合カuspの伝播が他の部分に比べて特に遅れておりそのためカusp部がますます尖鋭化されている。 r_d が小さい場合 ($r_d=0.05$) にはこの局所的遅れは生じていない。 $r_d=0.1$ の場合でも $A_d=1/9$ の場合にはこの遅れを生じていない。すなわち小さな攪乱面積に大きな攪乱が与えられる場合にカuspが尖鋭化する。攪乱領域では波面の曲率が他の部分に比べて局所的に大きい。このためその部分

第11図 収束波面形状 ($M_0=20$, $A_d=1/18$)
(a) $r_d=0.05$, (b) $r_d=0.1$

第12図 収束波面形状 ($M_0=20$, $A_d=1/9$, $r_d=0.1$)

第13図 攪乱の伝播方向

では波面の収束が局所的に促進される。第11, 12図に見られる形状不安定はこのような攪乱部分の局所的な収束に起因するものである。したがってこれは最大の曲率を示す $\phi_d=0$ の部分で最初に発生する。しかし発生したカusp部分が収束に伴いさらに尖鋭化するかどうかはこの攪乱部分の面積が縮小の方向に向かうかもしくは拡大の方向に向かうかに依存する。すなわち第13図において攪乱の端部(初期波面上の $\phi_d=\pm 1/2$ の点)の移動方向が半径ベクトルの右側にあるか左側にあるかによって攪乱部分の面積が伝播と共に縮小するかあるいは拡大するかをおよそ判定することができる。ところで(1)式より (α, β) 面での β 軸に沿っての攪乱の伝播速度 $d\beta/da$ は c である。したがって物理平面で衝撃波面に沿っての攪乱の伝播速度 $Ad\beta/dt$ は

$$Ad\beta/dt = A(d\beta/da)(da/dt) \\ = Acc_0$$

一方収束波面の伝播速度は $U=Mc_0$ である。第13図のように攪乱波面の収束方向(攪乱波面の法線方向)と半径ベクトルとの間の角を δ とする。攪乱の伝播方向と攪乱波面の収束方向との合成方向が半径ベクトルの方向と一致するときに上に述べた二つの場合の臨界状態となる。そのときの δ の値を δ_{cr} と書くと

$$\delta_{cr} = \sin^{-1}(Ac/M),$$

となる。ここで Ac/M の値のマッハ数による変化を示したものが第14図である。図より Ac/M の値はマッハ数には関係なくほぼ0.4の一定値をとることがわかる。したがってマッハ数にほぼ無関係に

$$\delta_{cr} = 23^\circ,$$

となる。 $A_d=0.05, 0.1$ の場合、それぞれ $\delta=15^\circ, 32^\circ$ となるので一方は攪乱波面が拡大する側にあり一方は縮小する側にあることがわかる。これは第11, 12図の結果と対応する結果である。ところで Ac/M の値が伝播マッハ数に無関係であるということは攪乱が移動する方向が衝撃波強度に関係なく同じ方向を向いて

第14図 M と $\eta(=Ac/M)$ の関係

いるということを意味する。言い換えると波面形状変化の推移は衝撃波強度にはほぼ無関係であると言える。波面形状変化の推移が安定性を論じるときに大きな要素であるから結局収束波の安定性は衝撃波強度にはあまり大きくは依存しないと言えよう。一般に強い安定な収束波を生成することが困難なのは必然的にその生成過程に大きな擾乱を含む場合が多いからであろうと思われる。

変位が負の値をとる場合($r_d = -0.2$)として $A_d = 1/18, 1/9$ に対するの結果を第15図(a), (b)に示す。この場合 $\delta < 0$ であるから擾乱波面は常に拡大しカスプの先鋭化は起こらない。しかし二つの結果は全く異なった波面形状変化の推移を示している。擾乱領域の大きさによって収束形態に大きな違いが生じるという興味深い例を示すものと言えよう。

つぎに伝播速度の擾乱を与える位置を4ヵ所に増やした場合の結果を見てみる。第16図(a)は $A_d = 1/18, M_d = 0.2$ の場合で安定な例であり第16図(b) ($A_d = 1/18, M_d = 0.4$) および第16図(c) ($A_d = 1/6, M_d = 0.2$) は不安定な例である。擾乱数が増加するとこのように他の点から生じた擾乱との干渉が複雑になってそれが安定性に大きく影響することがわかる。

以上いくつかの代表的な例について示したがいずれの場合にもカスプの有無が安定性を支配する大きな要因となっていることがわかる。即ちカスプの生成によって波面形状の復元性が損なわれる。また初期擾乱面

積が小さい範囲では初期波面が局所的に加速された場合 ($M_d < 0$) および初期半径が局所的に大きくなった場合 ($r_d < 0$) が擾乱の集中を避けられる点で安定性に対しては有利であると考えられる。また収束波の真円性、安定性を論ずるためには波面に沿って伝播する擾乱の伝播速度と波面の収束速度との関係およびこの擾乱の影響領域、他の擾乱との干渉の有無等を考慮する必要がある。

ところでこれまで考えてきた擾乱は波面上で局所的にしかも対称性を保ちながら与えられるものであった。波面の真円性に大きな影響を及ぼす他の擾乱原因として考えられるものに片側(半円周上)の導線の不完全起爆による広範囲に亘る伝播マッハ数の低下がある。これをシミュレートした結果を第17図(a)に示す。下半面に $M = 20$ 、上半面に $M = 18$ を与えている。収束波は上半分と下半分で異なった変形をし全体として偏心している。上半分と下半分での初期マッハ数の差が増加するとこの偏心は顕著になる。第17図(b)の結果は(a)の状態ですらに図のP点とQ点に

第15図 収束波面形状 ($M_0=20, r_d=-0.2$)
(a) $A_d=1/18$, (b) $A_d=1/9$

第16図 収束波面形状(擾乱数4)

第 17 図 収束波面形状(不均一起爆)

第 18 図 差分法による計算結果($M_0=20$)

$A_d=1/18$, $M_d=0.4$ の局所的攪乱を与えたものである。収束波は上半分が楕円形状に下半分が三角形形状に変形し初期波面の中心から上方に偏心した点に収束している。

以上収束波の安定性を Ray-Shock Theory を用いて解析し論じてきた。しかし Ray-Shock Theory では波面面積とマッハ数との関係を知るために CCW 関

第 19 図 差分法による計算結果($M_0=1.5$)

係式を用いている。CCW 関係式では波面の収束に伴って波面から発生し後方へ伝播していく高次の攪乱が無視されておりまた波面後方の流れの分布も考慮されていない。したがってこれらの点がこれまでに得られた結論にどのような影響を及ぼすかについて若干の検討を行っておく必要がある。そこで次項においては差分法を用いて保存則を直接解いて上に得られた結論との比較検討を行う。

3.2 差分法による解析 差分法(フラックスベクトル分割法)による計算結果を用いて攪乱部分の構造を調べる。強い衝撃波として $M_0=20$ 、および弱い衝撃波として $M_0=1.5$ の場合の等圧線図をそれぞれ第 18 図(a)~(d)および第 19 図(a)~(d)に示す。 $M_0=20$ の場合には収束波面上の初期攪乱部分には明確な高圧領域が現れている。この部分は Ray-Shock Theory におけるカスプに相当する部分であるが差分法の結果によるとカスプは生じずその代わりに局所的な平面形状の衝撃波が生成されている。この点で前節の Ray-Shock Theory の結果とは異なっている。詳細に調べるとこの部分には第 20 図に示すように反射波および三重点が形成されており平面形状の波は斜め衝撃波の反射によって発生するマッハステムに相当するものであることがわかる。第 20 図にはまた干渉波形状の時間的変化を示している。マッハステムの長さは収束と共に増加する傾向にあるがこれは Sturtevant と Kulkarny¹⁸⁾ が曲面に反射した強い収束衝撃波に対して得た結果と一致している。

このように衝撃波の干渉によってマッハステム後方

第20図 攪乱部分の干渉状況

の流れは一次元性を損ない流れの方向は半径方向から逸脱することになる。すなわち流れは半径方向の速度成分だけでなく円周方向の速度成分を持つようになる。このため保存則(2)式の非同次の項(W)の第2成分の影響が減少する。この項は収束に伴う r 方向運動量の増加分すなわち収束効果を表すものであるからこの項が減少するということは収束効果が低下しそのための遅れが顕著になることを意味する。また攪乱点に隣接した両側の波面は攪乱の影響を受けてその両端(攪乱点)から曲率が減少する。その結果上に述べたように収束波は攪乱点を挟んで二つの平面波的な反射を行う。これに伴い収束効果が減少し少し波面後方の圧力勾配が減少すると共にエネルギー集中は有限面積に分散する。また明確な収束点が存在しなくなり収束時間も瞬時ではなく有限時間に分散する。これらの結果一点へのエネルギー集中をもたらす収束波の特異性が損なわれ収束点における気体の高温高圧化は著しく妨げられることになる。

$M_0=1.5$ の場合には攪乱点に隣接する両側の二つの波面の反射角度が上の場合に比べ大きいこと生成される反射波の強度が弱く干渉部分後方の流速の偏向も小さい。したがって収束効果に対する干渉の影響は $M_0=20$ の場合に比べ小さくこの部分の遅れは小さい。この場合には Ray-Shock Theory とほぼ同様の挙動を示している。

結局収束波の安定性には攪乱点における二つの斜め衝撃波の反射形態が大きく影響していると言える。

3.3 観察実験結果との比較 2.1 シミュレーション・モデルの項で述べた方法を用いて故意に攪乱を含んだ収束衝撃波を生成させ伝播の状況をシャドウグラフ撮影によって観察した。

実験では、瞬時起爆を行っているので衝撃波管問題とは異なり衝撃波発生直後に非常に大きな衝撃波の減衰が生じる。このため数値計算と実験の両方で初期マッハ数を直接対応させることはできないが、収束過程における波面形状の変形状態を定性的に見るには十分

第2図 攪乱を含んだ収束波のシャドウグラフ
(a) 局所的に収束波強度を弱めた場合、(b) 局所的に収束波強度を強めた場合、(c) 半円周の収束波強度を弱めた場合

である。なお、この実験条件は強い衝撃波($M>5$)に属するものである。観察結果を第21図に示す。第21図(a)は電極部近傍(第1図参照)の起爆力を弱めた場合の写真である。これは局所伝播マッハ数が小さくなった場合($M_a>0$)で第3図の結果と対応するものである。波面形状変化の推移は計算結果とよく一致しておりカスプの生成およびそれによる波面形状の偏平化が観察される。逆に電極部の起爆力が周囲に対し高い場合の例を第21図(b)に示す。これは局所的に伝播マッハ数が大きくなった場合($M_a<0$)で第7図の結果に対応するものである。一つの攪乱源から2個のカスプ

が発生した結果4個の肩を持った波形となっており計算結果と非常に類似している様子が観察される。第21図(c)は片側の導線爆発が不完全な場合で第17図の結果に相当する例である。ここでも波面形状変化の推移は計算結果と類似している。これらの結果を考慮すると本論文で述べた数値シミュレーションが安定性の議論をする上で有効でありまたその結果が妥当なものであったと言える。

4. あとがき

Ray-Shock Theoryを用いた近似解法によって収束波の安定性を解析した。特に衝撃波面上に与えられた局所的な初期擾乱が収束波の形状変化を引き起こすメカニズムについて詳細に調べた。またRay-Shock Theoryの不備を補う意味で差分法を用いた解析も行った。これによってRay-Shock Theoryでは捕えることができなかったより詳細なメカニズムを知ることができた。しかしごく細部に亘る点を除けばRay-Shock Theoryの結果は安定性に関する特徴的な点を十分表しており信頼できる結果を与えた。またシャドウグラフによる観測結果と数値計算結果との定性的な比較を行ったところ妥当な結果が得られていることがわかった。

解析結果の要点をまとめると次のとおりである。

1) 擾乱点においては波面が局所的に収束しそこにカスプが生じる(カスプは実際には擾乱点を挟む両側の二つの波面の斜め反射として現れる)。このため収束波の対称性の復元が著しく阻害される。

2) 局所的に加速される場合の方が減速される場合より波面変形が少ないことが予想される。また収束点に対して凸の擾乱の方が凹の擾乱より波面の形状変化が少ない。

3) 擾乱領域の大きさが時間と共に拡大するか減少するかは擾乱領域の端部の移動方向と半径ベクトル方向との相対関係によって定まる。

4) 収束波の安定性は擾乱を受ける前の衝撃波の強度にはあまり大きくは関係していない。一般に安定な強い収束波の生成が難しいのは必然的にその生成の段階で大きな擾乱を含むからであろう。

今後実験と比較できるような安定性の定量的評価を行うにはさらに厳密な初期条件を用いる必要があるだろう。

参考文献

- 1) Matsuo, H.: Cylindrically Converging Shock and Detonation Waves, *Phys. Fluids*, **26** (1983), pp. 1755-1762.
- 2) Matsuo, H., Ebihara, K. and Nagayama, K.: Optical Study of Cylindrically Converging Blast Waves, *J. Appl. Phys.*, **55** (1984), pp. 271-272.
- 3) Matsuo, H., Ebihara, K., Ohya, Y. and Sanematsu, H.: Spectroscopic Study of Cylindrically Converging Shock Waves, *J. Appl. Phys.*, **58** (1985), pp. 2487-2491.
- 4) Matsuo, H., Ebihara, K., Ohya, Y. and Fujiwara, K.: Application of Z-pinch Discharge to Additive Compression of Imploding Shock Plasmas, *Appl. Phys. Lett.*, **49** (1986), pp. 443-444.
- 5) Matsuo, H., Ohya, Y., Fujiwara, K. and Kudoh, H.: Numerical Simulation of Cylindrically Converging Shock Waves, *J. Comput. Phys.*, **75** (1988), pp. 384-399.
- 6) Matsuo, H. and Fujiwara, K.: Explosive-Driven Cylindrical Imploding Shocks, *Phys. Fluids*, **A2** (1990), pp. 266-273.
- 7) Whitham, G. B.: A New Approach to Problems of Shock Dynamics. Part I. Two Dimensional Problems, *J. Fluid Mech.*, **2** (1957), pp. 146-171.
- 8) Whitham, G. B.: *Linear and Nonlinear Waves*, Wiley, New York, 1974, pp. 263-310.
- 9) Gardner, J. H., Book, D. L. and Bernstein, I. B.: Stability of Imploding Shocks in the CCW Approximation, *J. Fluid Mech.*, **114** (1982), pp. 41-58.
- 10) Ahlborn, B. and Fong, K.: Stability Criteria for Converging Shock Waves, *Can. J. Phys.*, **56** (1978), pp. 1292-1296.
- 11) Fong, K. and Ahlborn, B.: Stability of Converging Shock Waves, *Phys. Fluids*, **22** (1979), pp. 416-421.
- 12) Aki, T.: A Computer Study on Implosion of Polygonally Interacting Shocks and Consecutive Explosion in a Box, *ISCFD NAGOYA*, 1989, p. 761.
- 13) Perry, R. W. and Kantrowitz, A.: The Production and Stability of Converging Shock Waves, *J. Appl. Phys.*, **22** (1951), pp. 878-886.
- 14) Knystautas, R., Lee, B. H. K. and Lee, J. H. S.: Diagnostic Experiments on Converging Detonation, *Phys. Fluids*, Suppl., **12** (1969), pp. 165-168.
- 15) Roig, R. A. and Glass, I. I.: Spectroscopic Study of Combustion-Driven Implosions, *Phys. Fluids*, **20** (1977), pp. 1651-1656.
- 16) Saito, T. and Glass, I. I.: Temperature Measurements at an Implosion Focus, *Proc. R. Soc. London*, **A384** (1982), pp. 217-231.
- 17) Steger, J. L. and Warming, R. F.: Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods, *J. Comput. Phys.*, **40** (1981), pp. 263-293.
- 18) Sturtevant, B. and Kulkarny, V. A.: The Focusing of Weak Shock Waves, *J. Fluid Mech.*, **73** (1976), pp. 651-671.