一 論 文

移動波状壁面上を飛ぶ2次元薄翼の空力特性^{*1}

Aerodynamic Response of a Thin Airfoil Flying over and in Proximity to a Wavy Wall Surface—Lifting Surface Theory

市川正美^{*2}・安東茂典^{*3}

Masami ICHIKAWA and Shigenori ANDO

Key Words: WIG Effect Vehicle, Unsteady Aerodynamics, Ground Effect, Wavy Surface

Abstract

This paper investigates the aerodynamic response of a thin airfoil flying over and in proximity to a wavy wall surface which moves in the same direction as free stream but with a different velocity. Integral equation method relating the pressure on boundaries to downwash velocity is adopted for formulation, based on inviscid and small perturbation flow. Supposing the wall to be sinusoidal and the airfoil to be a flat plate at zero incidence, numerical calculations are made with a set of important parameters as airfoil height from the wall, wave length of wall surface, and the wall velocity. The influence of such parameters on the aerodynamic coefficients is divided into two parts, "First-order Ground Effect" and "Second-order Ground Effect". The latter is discussed in detail through the solution of Kemp-type gust. Numerical results show that the wave length and the traveling velocity of wall within a certain range have a great influence on the "Second-order Ground Effect", with proximity to the ground.

1. 序 論

地面或いは水面の存在が飛行体の空力特性に影響を及ぼすことは、地面効果として知られている。このような地面効果の定常問題に関する研究は友近ら¹⁾の関数論による厳密な解析をはじめ、3次元問題も含めて多くの研究がなされている。また非定常の地面効果問題は航空機の離発着時の空力問題に関連して重要であり、VLM(vortex-lattice method)等を用いた報告が

見られる^{2~4)}。他にもレーシングカーのウィングの空力応答⁵⁾、あるいは最近においてはLEBU(large-eddy breakup devices)装置の機構・特性^{6,7)}が非定常の地面効果問題の一つとして研究されている。これらの非定常問題では地面形状を平坦と仮定し、解析方法として鏡像法を用いている。

水面のような非平面形で、かつ変形し移動する境界面付近を飛行するWIG(Wing in Ground)などの空力応答等を評価するには、境界面の形状や非定常性を考慮する必要がある。しかし、非平面形状の地面効果問題においては鏡像法は適用できず、地(水)面は一つの境界面として扱われねばならない。それ故か、非平面形状の地面効果問題を扱った研究は少なく、筆者らの知る限りでは友近ら⁸⁾、Barrowsら⁹⁾程度である。

本報告では、境界面形状の非定常性が翼の空力特性に及ぼす影響を考察する。2次元非圧縮の非粘性・微小擾乱流れを仮定し、更に境界面は調和波形を保ち、一樣流速度と一般に異なる速度で風上から風下側へ移動する波状壁であるとして、翼・波状壁面上の圧力と垂直速度とを関係づける揚力面積分方程式によって問題を定式化する。この仮定はかなり限定されたものであり、境界面を変形しない剛なものと考えていることになる。実際は、翼等によって生じる擾乱圧力のために水面形状などは変形するが、上述の仮定でも一つの示唆が得られるであろう。同じ仮定をBarrowsらも採用しており、波状壁面が一樣流と等速度で移動する場合を論じている。

結果として、この移動波状壁問題がKemp型の吹き降ろし問題^{10,11)}と関係があることが示される。また移動波状壁問題における地面効果を“1次地面効果”と“2次地面効果”の2種類に分け、翼の揚力係数を対象にして壁面の波長及び移動速度、翼高度の2次地面

^{*1} 平成2年4月5日、日本航空宇宙学会第21期年会において講演。平成2年6月18日原稿受理

^{*2} 名古屋工業技術試験所機械部

^{*3} 名古屋大学工学部航空学教室(現在：徳島文理大学工学部)

効果への影響を Kemp の解に基づいて論議している。

本論で使用する主な記号

- $\arg(\cdot) : (\cdot)$ の偏角
 B : 2.3 節参照
 b : 翼半弦長 (本論では基準長とする)
 $C(k)$: Theodorsen 関数
 C_L : 翼の揚力係数, $\int_{-b}^b \Delta P_s^*(x) dx / (\rho U^2 b)$
 C_{L_R} : 基準解, 2.4 節参照
 C_{L_α} : 揚力係数傾斜
 $C_{L_{Kemp}}$: 式(23)参照
 $\hat{C}_L$: 式(26)参照
 ΔC_{Pa} : 翼上の圧力係数傾斜, $\Delta P_s^* / (\rho U^2)$
 E_i : 積分指数関数
 F_{Kemp} : 式(23)参照
 H : 平均波面からの翼高度
 h : 波面振幅
 i : 虚数単位
 J_n : n 次のベッセル関数
 $\tilde{K}$: 核関数, 式(13)参照
 k : 翼半弦長基準の無次元振動数, $\omega b / U$
 P : 式(4)参照
 ΔP_s : 翼上・下面の圧力差
 P_w : 翼上の圧力
 $\tilde{P}_w, \Delta \tilde{P}_s$: 式(11)参照
 $\hat{p}_w, \tilde{p}_w$: 式(15)参照
 R : $\{x_0^2 + z_0^2\}^{1/2}$
 U : 一様気流速度
 w : z 方向速度
 $\tilde{w}$: 式(11)参照
 (x, z) : デカルト座標, 或いはコントロール点
 $(x_s, z_s), (x_w, z_w)$: 翼面, 境界壁面の座標
 $(\cdot)_s, (\cdot)_w$: 翼面, 境界壁面の $(\cdot)$ を示す
 $(\cdot)^\dagger : (\cdot)$ の 2 次的地面効果を示す 式(25)参照

$(\cdot)^* : (\cdot)$ の複素振幅を示す

ギリシャ文字

ρ : 一様流空気密度

γ : 波状壁移動速度と一様流速の比

λ : 波状壁の波長

μ, ν : 式(23)参照

Ω : 波数 ($=2\pi/\lambda$)

ω : 角振動数

Ψ : 加速度ポテンシャル

Φ : 擾乱速度ポテンシャル

$\hat{\phi} : \arg(\hat{C}_L)$

2. 定 式 化

2.1 移動波状壁による流れ場 本論で考察する移動波状壁面は $z = -H$ にその平均面を持ち, 速度 γU で移動している (第1図参照). 壁面変位の複素表式を次式で与える.

$$z_w = -H + h \exp\{i\Omega(\gamma U t - x)\} \quad (1)$$

微小擾乱流れ (即ち $h/\lambda \ll 1$) を仮定すると壁面上の z 方向速度 w_w は $z = -H$ で評価でき,

$$\frac{w_w(x)}{U} = i\Omega h(\gamma - 1) \exp\{-i\Omega x\} e^{i\omega t} \quad (2)$$

となる. 但し $\omega = \Omega \gamma U$ である.

このような移動波状壁によって生じる流れ場について考える. これは擾乱速度ポテンシャル Φ に関する Laplace 方程式を式(2)のもとで解く境界値問題であり, 解は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x, z, t) &= \Phi^*(x, z) \times e^{i\omega t} \\ \frac{\Phi^*(x, z)}{U} &= -ih(\gamma - 1) e^{-i\Omega x - \Omega(z+H)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

また擾乱圧力 P は

$$\left. \begin{aligned} P(x, z, t) &= P^*(x, z) \times e^{i\omega t} \\ \frac{P^*(x, z)}{\rho U^2} &= -h\Omega(\gamma - 1)^2 e^{-i\Omega x - \Omega(z+H)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる.

第1図 移動波状壁の概略図

2.2 移動波状壁問題における積分方程式の導出

本節では、翼・波状壁面上の圧力と垂直速度を関係づける積分方程式の定式化を行う。

2次元非圧縮流れにおいて、加速度ポテンシャル Ψ は次の Laplace 方程式を満たす

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi = 0 \quad (5)$$

また、 Ψ と擾乱速度ポテンシャル Φ には

$$\Phi(x, z, t) = \frac{1}{U} \int_{-\infty}^x \Psi(x', z, t - \frac{x-x'}{U}) dx' \quad (6)$$

という関係がある¹²⁾ ここで

$$\begin{cases} \Psi(x, z, t) = \Psi^*(x, z) e^{i\omega t} \\ \Phi(x, z, t) = \Phi^*(x, z) e^{i\omega t} \end{cases}$$

と仮定すると、式(5)、(6)はそれぞれ次のようになる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi^* = 0 \quad (7)$$

$$\Phi^*(x, z) = \frac{1}{U} \int_{-\infty}^x \Psi^*(x', z) e^{-i\frac{\omega}{U}(x-x')} dx' \quad (8)$$

式(7)に Green の定理¹³⁾を適用すると

$$\begin{aligned} \Psi^*(x, z) = & \int_{-b}^b \Delta \Psi^* \frac{\partial G}{\partial z_s} dx_s + \int_{-\infty}^{\infty} \left(G \frac{\partial \Psi^*}{\partial z_w} \right. \\ & \left. + \Psi^* \frac{\partial G}{\partial z_w} \right) dx_w \end{aligned} \quad (9)$$

を得る。但し、 $G = -(\ln R)/2\pi$ は式(7)の基本解¹³⁾であり、また Δ は翼の上・下面での差を表す

上式を式(8)に代入し、 $\partial \Phi^*/\partial z$ を計算すると

$$\frac{w^*(x, z)}{U} = \begin{cases} \int_{-b}^b \frac{\Delta P_s^*}{\rho U^2} e^{-i\frac{\omega}{U}(x-x_s)} \tilde{K}_s dx_s \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(i\frac{\omega}{U} + \frac{\partial}{\partial z_w} \right) \frac{w_w^*}{U} \tilde{K}_w \right. \\ \left. + \frac{P_w^*}{\rho U^2} \tilde{K}_w e^{-i\frac{\omega}{U}(x-x_w)} \right\} dx_w \end{cases} \quad (10)$$

を得る。 $\tilde{K}_s, \tilde{K}_w$ については後述する。以下の諸式

$$\begin{cases} \tilde{w} = \frac{w^*}{U} e^{i\frac{\omega}{U}x}, \quad \tilde{w}_w = \left(i\frac{\omega}{U} + \frac{\partial}{\partial z_w} \right) \frac{w_w^*}{U} e^{i\frac{\omega}{U}x_w} \\ \Delta \tilde{P}_s = \frac{\Delta P_s^*}{\rho U^2} e^{i\frac{\omega}{U}x_s}, \quad \tilde{P}_w = \frac{P_w^*}{\rho U^2} e^{i\frac{\omega}{U}x_w} \end{cases} \quad (11)$$

を用いると、式(10)は

$$\tilde{w}(x, z) = \int_{-b}^b \Delta \tilde{P}_s \tilde{K}_s dx_s + \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{w}_w \tilde{K}_w + \tilde{P}_w \tilde{K}_w) dx_w \quad (12)$$

と単純化される。以後、本論では翼半弦長 b を基準長とし、明示することが必要と思われる場合を除き $b=1$ として扱う。

● $\tilde{K}_s, \tilde{K}_w$ について： $\tilde{K}_s, \tilde{K}_w$ は $\tilde{K}$ を

$$\begin{aligned} \tilde{K}(x-\xi, |z-\zeta|) &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{x_0}{x_0^2 + z_0^2} \exp(ikx_0) \right. \\ &\quad \left. - ik \int_{-\infty}^{x_0} \frac{u}{u^2 + z_0^2} \exp(iku) du \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{x_0}{x_0^2 + z_0^2} \exp(ikx_0) \right. \\ &\quad \left. - ik \int_0^{x_0} \frac{u}{u^2 + z_0^2} \exp(iku) du \right. \\ &\quad \left. - \frac{ik}{2} \{ e^{-kz_0} E_i(kz_0) + e^{kz_0} E_i(-kz_0) \} + \frac{k\pi}{2} e^{-kz_0} \right] \\ &\quad x_0 = x - \xi, \quad z_0 = |z - \zeta|, \quad k = \frac{\omega b}{U} \end{aligned} \quad (13)$$

とすると、

$$\begin{cases} \tilde{K}_s = \tilde{K}(x-x_s, |z-z_s|) \\ \tilde{K}_w = \tilde{K}(x-x_w, |z-z_w|) \end{cases} \quad (14)$$

と表される。

ここで式(13)の説明をしておく。式(13)の被積分関数 $\{u/(u^2+z_0^2)\}e^{iku}$ には原始関数が存在する¹⁸⁾ しかし引数が複素数となり数値的にも扱い難く、また Possio の核関数¹²⁾との表式上の適合性も薄れるという理由から複雑ではあるが、上述の表式とした。 $z_0 \rightarrow 0$ の時に $\tilde{K}$ が Possio の核関数となることは E_i の展開式¹⁴⁾より容易に確かめられる。 $\tilde{K}$ は Possio の核関数となる $z_0=0$ の場合にのみ特異性が現れるが、その特異性の詳細については文献12)、15)等を参照されたい

● $\tilde{K}_w$ の関与する無限積分について：式(12)において $\tilde{K}_w$ の関わる積分部分は、以下に述べるように求積可能である。まず、式(12)中の $\tilde{P}_w$ を

$$\tilde{P}_w = \tilde{p}_w + \tilde{p}_w \quad (15)$$

と考える。

但し $\tilde{p}_w, \tilde{p}_w$ は、それぞれ、

$\tilde{p}_w$ ：波状壁面のみが存在する場合の壁面上の圧力。式(4)、(11)より $\tilde{p}_w = P^*(x, -H) \times e^{ikx}$

$\tilde{p}_w$ ：翼によって壁面上に生じる擾乱圧力。

という意味を持つものである。この時、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{w}_w \tilde{K}_w + \tilde{p}_w \tilde{K}_w) dx_w &= ik\Omega(\gamma-1) e^{i(k-\Omega)x - \Omega(z+H)} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。上式は左辺の積分が“波状壁のみによって生じる z 方向速度”を表すことから、

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{w}_w \tilde{K}_w + \tilde{p}_w \tilde{K}_w) dx_w = \frac{\partial}{\partial z} \{ \text{式(3)} \} \times e^{ikx}$$

という関係より求められる。

以上より $\tilde{P}_w$ に替わり $\tilde{p}_w$ が未知関数となり、移動波状壁を考慮した積分方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{w}(x, z) &= \int_{-1}^1 \Delta \bar{P}_s \bar{K}_s dx_s + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{p}_w \bar{K}_w dx_w \quad (17) \\ \bar{w}(x, z) &= \bar{w}(x, z) - ih\Omega(\gamma-1)e^{i(k-\Omega)x-\Omega(z+H)} \quad (18)\end{aligned}$$

式(18)は全吹き降ろしが翼の運動と移動壁によって生じる吹き降ろしからなることを示している。

2.3 積分方程式の離散化 式(17)の離散化の手順について説明する。まず、式(17)における無限積分を翼の前・後方にとられた区間 $[-B, B]$ ($B>0$)での積分で置き換える。次に、 $\bar{w}(x, z)$ に関する境界条件を、翼面上と壁面上で与えることにより次の連立積分方程式を得る。

$$\begin{cases} \bar{w}(x, z=0) = \int_{-1}^1 \Delta \bar{P}_s(x_s) \bar{K}_s(x-x_s, 0) dx_s \\ \quad + \int_{-B}^B \bar{p}_w(x_w) \bar{K}_w(x-x_w, H) dx_w \\ \bar{w}(x, z=-H) = \int_{-1}^1 \Delta \bar{P}_s(x_s) \bar{K}_s(x-x_s, H) dx_s \\ \quad + \int_{-B}^B \bar{p}_w(x_w) \bar{K}_w(x-x_w, 0) dx_w \end{cases} \quad (19)$$

先にも述べたように、 $\bar{K}_s$ が翼面上で、 $\bar{K}_w$ が壁面上で特異となる。また $\Delta \bar{P}_s$ は前縁特異性と後縁でのKutta条件を満たす重み $[(1-x)/(1+x)]^{1/2}$ を持つ。一方、 $\bar{p}_w$ はその定義より充分遠方で0となるような関数であり、有限区間 $[-B, B]$ では多項式で十分に近似できよう。これらの特異性を考慮した精度よい積分公式の適用が望ましい。そこで翼面上の積分には文献15)の手法を適用する。壁面上の積分は付録Aに述べる方法によって処理する。結果として得られる代数方程式は次のような形になる。

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{ss} & \bar{K}_{sw} \\ \bar{K}_{ws} & \bar{K}_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{P}_s(x_s) \\ \bar{p}_w(x_w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{w}(x, 0) \\ \bar{w}(x, -H) \end{bmatrix} \quad (20)$$

2.4 若干の補足 波状壁問題においては、以下の理由により無迎角の平板翼に限ることとする。

はじめに、自由流速 U 、移動速度 γU の平らな(すなわち振幅 $h=0$)無限壁面及び無迎角の平板翼を想定する。ついで、翼に微小迎角 α 、壁面に微小振幅 h の正弦波形を与えたと考える。この時、例えば翼揚力係数 C_L は

$$C_L = (\partial C_L / \partial \alpha)_{h=0} \cdot \alpha + (\partial C_L / \partial h)_{\alpha=0} \cdot h + O(\alpha^2, h^2, \alpha h)$$

と展開されよう。この右辺第2項のみが新しい問題を提示する。平板翼だけでなく、キャンバーを持つような翼に対してもこの第2項が使える。

上述の理由により、移動波状壁問題では壁面上と翼面上での $\bar{w}$ を次のように与える。

$$\begin{cases} \bar{w}(x, 0) = 0 \text{ (無迎角)} & z=0 \\ \bar{w}(x, -H) = ih\Omega(\gamma-1)e^{i(k-\Omega)x} & z=-H \end{cases} \quad (21)$$

したがって、(20)式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{ss} & \bar{K}_{sw} \\ \bar{K}_{ws} & \bar{K}_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{P}_s(x_s) \\ \bar{p}_w(x_w) \end{bmatrix} = -ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H} \begin{bmatrix} e^{i(k-\Omega)x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

上式より次のことが分かる。

1. 翼上の吹き降ろし速度分布は $e^{i(k-\Omega)x}$ という形である。

2. $\Delta \bar{P}_s, \bar{p}_w$ は $-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}$ に比例する。

これより“基準解の導入”、“地面効果の分類”ということが示唆される。

●基準解の導入：本論の関心は翼の応答にある。したがって基準解もそれに沿うものとして翼の揚力係数 C_L について考える。“ $\exp\{i(k-\Omega)x\}$ ”なる吹き降ろし分布において重要な点は一般に $k \neq \Omega$ ということである。これはKemp型^{10,11)}と呼ばれるもので、Sears¹⁶⁾のそれとは異なり、吹き降ろしが一様流と異なる速度で移動する。単独翼に関しては解析解がKempらによって与えられており、Searsの解を特殊な場合として含む。そこで本問題に沿う基準解をKempの解に基づいて考えてみる。

文献10)の式(4)、(5)よりKemp解は次のように与えられる。

吹き降ろし速度 $w(x, t) = W \exp\{i(\omega t - \mu x/U)\}$ に対して

$$\begin{aligned} C_{L\text{Kemp}} \times e^{i\omega t} &= 2\pi \frac{W}{U} F_{\text{Kemp}}(k, \nu) \times e^{i\omega t} \\ F_{\text{Kemp}}(k, \nu) &\equiv \{ (J_0(\nu) - iJ_1(\nu)) C(k) + i \frac{k}{\nu} J_1(\nu) \} \\ k &= \omega b/U \quad \nu = \mu b/U \end{aligned} \quad (23)$$

この $C_{L\text{Kemp}}$ において $W/U = -ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}$ 、また $\nu = \Omega$ とした

$$C_{Lr} \equiv -ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H} \times 2\pi \cdot F_{\text{Kemp}}(k, \Omega) \quad (24)$$

が本移動波状壁問題の基準解にふさわしい。

●地面効果の分類： $-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}$ に $\Delta \bar{P}_s$ が比例することから、翼の揚力係数 C_L 等も $-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}$ に比例する。本論ではこの $-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}$ を“1次地面効果項”と定義する。また“2次の地面効果”を“1次地面効果項で除されたもの”と定義し、“†”をつけて表すことにする。例えば $\Delta \bar{P}_s^\dagger, \bar{p}_w^\dagger, C_L^\dagger$ は、

$$\begin{aligned} \Delta \bar{P}_s^\dagger &= \frac{\Delta \bar{P}_s}{-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}} \\ \bar{p}_w^\dagger &= \frac{\bar{p}_w}{-ih\Omega(\gamma-1)e^{-\Omega H}} \end{aligned}$$

$$C_L' = \frac{C_L}{-ihQ(\gamma-1)e^{-\alpha H}} \quad (25)$$

と表される。

先に定義した基準解 $C_{L\alpha}$ を用いて、 $\bar{C}_L$ を次のように定義する。

$$\bar{C}_L = \frac{C_L}{C_{L\alpha}} = \frac{C_L'}{2\pi \times F_{\text{ Kemp }}(k, Q)} \quad (26)$$

この $\bar{C}_L$ によって翼の揚力係数 C_L の2次の地面効果項 C_L' に関わるパラメータの影響が明確になる。本項の最後に波状壁問題の計算手順について、以下に述べる。

まず、式(22)を $-ihQ(\gamma-1)e^{-\alpha H}$ で除すと、

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{ss} & \bar{K}_{sw} \\ \bar{K}_{ws} & \bar{K}_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{P}_s'(x_s) \\ \bar{p}_w'(x_w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i(k-\alpha)x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

となる。

(1) 式(27)より、 $\Delta \bar{P}_s'$ 、 $\bar{p}_w'$ を求める。

(2) $C_L' = \int_0^b \Delta \bar{P}_s' \cdot e^{ikx} dx / b$ を求める。

(3) $\Delta \bar{P}_s'$ 、 $\bar{p}_w'$ 、 C_L を式(25)より求める。

(4) 式(26)より $\bar{C}_L$ を求める。

この手順で求めれば、2次の地面効果項は $\gamma=1$ というような場合でも不定とはならない。

3. 計算結果

3.1 コーディングの検証 本コーディングの検証として壁面の振幅 h を0とした場合を考える。この時、式(18)において $\bar{w}=\bar{w}$ となり、振動数 k を翼の面外振動の振動数と考えた場合は、鏡像法でも解ける。第2, 3図に本コードと鏡像法による計算結果を

第2図 検証例-1: $C_{L\alpha}$ vs. H/b ($k=0$)

示す。何れも mid-chord 回りにピッチング振動する翼に関するものである。

第2図は $k=0$ での $C_{L\alpha}$ と翼高度 H/b との関係を示している。実線及び波線は文献5)より引用している。また第3図は $k=0.2$, $H/b=1.0$ での翼上の圧力分布 $\Delta C_{p\alpha}$ の結果である。両比較例ともに本コードと鏡像法との一致は非常によい。これらの比較例において B を変化させて計算を行ったところ、分点数が充分多ければ $B/b \geq 25$ で計算値は充分収束する。以下の計算では全て $B/b=30$ としている。

3.2 移動波状壁問題に関する結果 2次の地面効果に関わるパラメータは、翼高度 H 、壁面波長 λ 及び速度比 γ である。無次元振動数 k と λ 、 γ には $k=2\pi\gamma/\lambda$ という関係がある。そこで、 λ 、 γ の2次の地面効果への影響を考えてみる。第4, 5図は翼高度 H を固定して、 $\bar{C}_L$ の絶対値 $|\bar{C}_L|$ 、位相 ϕ (rad.) を $\lambda-\gamma$ 平面上にプロットしたものである。基準面は $|\bar{C}_L|$ では1.0、 ϕ では0.0をそれぞれ示す。また、翼上には40点、壁面上には300点のコントロール点を配置して計算している。

$H/b=4.0$ の場合: $|\bar{C}_L|$ は $\gamma=0.1, 0.2$ の高波長領域で2次の地面効果がやや見られる。 ϕ は $\gamma=0$ を除い

第3図 検証例-2: 翼上の $\Delta C_{p\alpha}$ 分布 ($k=0.2$, $H/b=1.0$)

$|\hat{C}_L|$ at $H/b = 4.0$ (a) $H/b=4.0$ $|\hat{C}_L|$ at $H/b = 2.0$ (b) $H/b=2.0$ $|\hat{C}_L|$ at $H/b = 1.0$ (c) $H/b=1.0$ $|\hat{C}_L|$ at $H/b = 0.4$ (d) $H/b=0.4$ 第4図 $|\hat{C}_L|$ vs. $\lambda/b, \gamma$

て2次的地面効果が見られ、その範囲は $|\hat{C}_L|$ に比べ広い。 $|\hat{C}_L|$, ϕ ともに γ が大きくなるにつれ2次的地面効果の出現範囲は高波長域へ移行している。定常状態($\gamma=0$)ではなく非定常状態($\gamma \neq 0$)に2次的地面効果が現れているのは興味深い。

$H/b=2.0$ の場合： $|\hat{C}_L|$, ϕ ともに2次的地面効果の現れる範囲は $H/b=4.0$ の場合より広くなり、 $0.1 \leq \gamma \leq 0.3$ の高波長域で2次的地面効果が大きく現れている。全体の傾向は $H/b=4.0$ の場合と似ているが、 $H/b \leq 1.0$ の場合に顕著な挙動を示す範囲($0.3 \leq \gamma \leq 0.7, 2 \leq \lambda/b \leq 4$)において前兆的な振舞いが現れている。

$H/b=1.0, 0.4$ の場合： $|\hat{C}_L|$, ϕ ともほぼ全域で2次的地面効果が現れている。 $|\hat{C}_L|$ は $H/b=1.0, 0.4$ において同様の傾向を示しており、2次的地面効果は高波長域で大きくなっている。一方、 ϕ の傾向はやや変わるが概ね低 γ 域で正の位相を、高 γ 域で負の位相を持つようである。また $H/b \geq 2.0$ の場合とは異なり、

定常状態の2次的地面効果は非定常の場合と同程度の規模になっている。これは H/b が小さくなるにつれ、より明瞭になる。

また $|\hat{C}_L|$, ϕ ともに γ に関係なく λ/b に関して次の3つの特徴的な部分に分けられる。

A : [~ 2.0], B : [$2.0 \sim 4.0$], C : [$4.0 \sim$]

A, C域では比較的穏やかに変化している。B域は、高 γ 域では緩やかになるものの、顕著に遷移的振舞いを示している(そのため $H/b \leq 1.0$ の場合のみB域の λ/b に関し、詳しい計算を行った)。B域の特に $0.3 \leq \gamma \leq 0.7$ での振舞いは顕著であり、 H/b が小さいほど急峻な変化を示している。図より分かるように $|\hat{C}_L| < 1$ となる範囲が存在する。 $|\hat{C}_L|$ の極値を示すと、 $H/b=1.0$ の場合

Maximum=1.46 ; $(\lambda/b, \gamma)=(3.0, 0.5)$

Minimum=0.89 ; $(\lambda/b, \gamma)=(2.8, 0.6)$

また $H/b=0.4$ では

Maximum=3.77 ; $(\lambda/b, \gamma)=(2.8, 0.5)$

(a) $H/b=4.0$ (b) $H/b=2.0$ (c) $H/b=1.0$ (d) $H/b=0.4$ 第5図 $\phi(\text{rad.})$ vs. $\lambda/b, \gamma$

Minimum=0.72; $(\lambda/b, \gamma)=(2.5, 0.6)$

である。極大・極小がこの限られた領域内のかなり隣接した部分に現れること、極小部付近には2次的地面効果が見られないことは重要である。 ϕ についても同様であり、大きく位相が変化している。このような $|\tilde{C}_l|$, ϕ の急峻な変化の起こるB域は、波状壁の波長と翼弦長の比が1.0~2.0程度に相当している。これは翼と波状壁の干渉が非常に顕著なためであろう。

4. ま と め

本論では、調和波形を保って移動する波状壁モデルを用いて、非平面形状の境界面における非定常の地面効果問題について報告した。揚力面的手法に基づいた積分方程式による定式化を行い、2次元非圧縮流を対象として数値計算を行った。従来この種の研究で用いられた鏡像法は地面形状が平坦でないため利用できない。そのため壁面は一つの境界面として扱われた。

移動波状壁問題はKemp型の吹き降ろし問題に類似の関係があることが明らかとなった。そして移動波

状壁問題における地面効果を1次地面効果と2次的地面効果に分け、波壁の波長、波壁移動速度と一様流速の比、及び壁面からの翼高度パラメータにとり、特に翼の揚力係数の2次的地面効果についてKempの解に基づき、各パラメータの及ぼす影響を調査した。

その結果、移動波状壁問題において2次的地面効果は非定常状態では $H/b \sim 2.0$ 程度から、定常状態では $H/b \sim 1.0$ 程度から現れることが分かった。また $H/b \leq 1.0$ においては $2.0 \leq \lambda/b \leq 4.0$ の範囲で速度比 γ に関係なく2次的地面効果は遷移的振舞いを示し、特に $0.3 \leq \gamma \leq 0.7$ の場合の変化は顕著であり、 H/b が小さいほどその変化は急峻になる。さらに、2次的地面効果が見られない範囲が出現することが明らかとなった。

最後に本計算は名古屋大学計算機センターのFA-COM M-780/20を用いて行った。

本研究において大阪府立大学・木田輝彦教授に有益な示唆をいただいた。ここに深謝します

参考文献

- 1) 例えば Tomotika, S., Nagamiya, T. and Takenouti, Y.: The Lift on a Flat Plate Placed near a Plane Wall, with Special Reference to the Effect of the Ground upon the Lift of a Monoplane Aerofoil, Rept. of the Aeronautical Research Institute, Tokyo Imperial University, 8, No. 97 (1933).
- 2) Kobayakawa, M. and Maeda, H.: Gust Response of a Wing near the Ground through the Lifting Surface Theory, J. Aircraft, 15 (1978), pp. 520-525.
- 3) Nuhait, A. O. and Mook, D. T.: Numerical Simulation of Wings in Steady and Unsteady Ground Effects, J. Aircraft, 26 (1989), pp. 1081-1089.
- 4) Chen, Y.-S. and Schweikhard, W. G.: Dynamic Ground Effects on a Two-Dimensional Flat Plate, J. Aircraft, 22 (1985), pp. 638-640.
- 5) Katz, J.: Calculation of the Aerodynamic Forces on Automotive Lifting Surfaces, Journal of the Fluid Engineering, 107, Dec. (1985), pp. 438-443.
- 6) Gebert, G. A. and Atassi, H. M.: Unsteady Vortical Disturbances Around a Thin Airfoil in the Presence of a Wall, AIAA. J. 27 (1989), pp. 1448-1451.
- 7) Balakumar, P. and Widnall, S. E.: Application of Unsteady Aerodynamics to Large-Eddy Breakup Devices in a Turbulent Flow, Physics of Fluids, 29 (1987), pp. 1779-1787.
- 8) Tomotika, S. and Imai, I.: The Interference Effect of the Surface of the Sea on the Lift of a Seaplane, Rept. of the Aeronautical Research Institute, Tokyo Imperial University, 12, No. 146 (1937).
- 9) Barrows, T. M., Widnall, S. E. and Richardson, H. H.: The Use of Aerodynamic Lift for Application to High Speed Ground Transportation, Office of High Speed Ground Transportation, FRA-RT-71-56, June, 1970.
- 10) Kemp, N. H.: On the Lift and Circulation of Airfoils in Some Unsteady-Flow Problems, Journal of the Aeronautical Sciences, 19 (1952), pp. 713-714.
- 11) Osborne, C.: Unsteady Thin-Airfoil Theory for Subsonic Flow, AIAA. J. 11 (1973), pp. 205-209.
- 12) Garrick, I. E.: Nonsteady Wing Characteristics, Section F of Aerodynamic Components of Aircraft at High Speeds, Vol. VII of Princeton Series in High Speed Aerodynamic and Jet Propulsion, ed. by Donovan, A. F. and Lawrence, H. R. Princeton Univ. Press, Princeton, 1957.
- 13) 例えば今村 勤: 物理とグリーン関数, 岩波書店, 東京, 1978, 第2, 3章.
- 14) 森口繁一, 宇田川銑久, 一松 信: 数学公式集3, 岩波書店, 東京, 1960, 第3章.
- 15) Ando, S. and Ichikawa, A.: Quasi-Doublet-Lattice Method for Oscillating Thin Airfoils in Subsonic Flow, Trans. Japan Soc. Space Sci., 26 (1983), pp. 163-173.
- 16) Sears, W. R.: Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Applications, Journal of the Aeronautical Sciences, 8 (1941), pp. 104-108.
- 17) 赤坂 隆: 数値計算, コロナ社, 東京, 1967, 第4章.
- 18) Abramowitz, M. and Stegun, I. A.: Handbook of Mathematical Functions, Dover, New York, 1970.

付 録

A. 波状壁面上の積分の積分公式について 本文, 第2.3節で述べた波状壁面上の積分に対する積分公式を示す. (28)式は通常の Legendre-Gauss 型の積分公式であるが式(29), (30)において必要であるので一応の説明をつけておく. 以下, f は挙動のよい関数と仮定する. また P_n, Q_n は n 次の第1, 2種の Legendre 多項式である.

$$I = \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \quad (28)$$

$$I_{\ln}(x) = \int_{-1}^1 f(\xi) \ln|x - \xi| d\xi \quad (29)$$

$$I_{\text{Cauchy}}(x) = \int_{-1}^1 \frac{f(\xi)}{x - \xi} d\xi \quad (30)$$

$P_n(\xi_r) = 0$ を満たす点 ξ_r を用いて $f(\xi) \simeq \sum_{r=1}^n g_r^*(\xi) f(\xi_r)$ と近似できる. 但し

$$\begin{aligned} g_r^*(\xi) &= \frac{P_n(\xi)}{(\xi - \xi_r) P_n'(\xi_r)} \\ &= -\frac{Q_n(\xi_r)}{P_n'(\xi_r)} \sum_{j=0}^{n-1} (2j+1) P_j(\xi_r) P_j(\xi) \end{aligned} \quad (31)$$

である. 上式の右辺第1式を式(28)に代入すると

$$I \simeq -2 \sum_{r=1}^n f(\xi_r) \frac{Q_n(\xi_r)}{P_n'(\xi_r)} \quad (32)$$

を得る¹⁷⁾ 次に式(31)の右辺第2式を(29)式に代入すると

$$\begin{aligned} I_{\ln}(x) &\simeq \sum_{r=1}^n f(\xi_r) \frac{Q_n(\xi_r)}{P_n'(\xi_r)} \sum_{j=0}^{n-1} (2j+1) P_j(\xi_r) F_j(x) \\ F_j(x) &= \begin{cases} (1-x) \ln|1-x| + (1+x) \ln|1+x| - 2 & j=0 \\ \frac{2}{2j+1} (Q_{j+1}(x) - Q_{j-1}(x)) & j \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

を得る. 式(30)は $I_{\text{Cauchy}} = dI_{\ln}/dx$ を利用する.

$$\begin{aligned} I_{\text{Cauchy}}(x) &\simeq -2 \sum_{r=1}^n f(\xi_r) \frac{Q_n(\xi_r)}{P_n'(\xi_r)} \\ &\quad \times \sum_{j=0}^{n-1} (2j+1) P_j(\xi_r) Q_j(x) \\ &= -2 \sum_{r=1}^n \frac{f(\xi_r) Q_n(\xi_r)}{(x - \xi_r) P_n'(\xi_r)} \\ &\quad \times \{1 + n P_{n-1}(\xi_r) Q_n(x)\} \end{aligned} \quad (34)$$

となる. 右辺第1式から2式の変形は次の公式を利用する¹⁸⁾.

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^n (2m+1) P_m(x) Q_m(y) &= \\ \frac{1 - (n+1) \{P_{n+1}(x) Q_n(y) - P_n(x) Q_{n+1}(y)\}}{y - x} \end{aligned} \quad (35)$$