パネル法による単独翼翼端付近の空力特性^{*1}

Aerodynamic Characteristics of a Wing near Its Tip Using Panel Method

崔 長 壽^{*2}・杉 山 善 幸^{*3}

Jang-Soo CHOI and Yoshiyuki SUGIYAMA

Key Words: Aerodynamics, Panel Method, Wing-tip Effect, Three-dimensional Analysis**Abstract**

The aerodynamic characteristics around a wing tip are investigated with a first order panel method. The geometry chosen for the study is a rectangular wing of aspect ratio 8.43, with RAF6 airfoil of 10% thickness ratio. The panel method gives similar aerodynamic characteristics to experimental ones even near the tip, such as very low pressure distribution existing near trailing edge around the tip, and increase in local lift and drag at the very narrow region of the tip. These properties are caused by the strong spanwise velocity component around the wing tip, the inviscid effects of which are described in detail, with respect to pressure coefficient, local lift and drag coefficients, downwash, and vorticity on the wing.

1. ま え が き

ターボ機械翼や航空機翼のような固体面上の圧力や速度分布を計算する場合、パネル法にはFDMやFEMに比して計算所要時間を短縮できる利点がある。このことは、パネル法で扱う未知数が、扱う物体表面上のみにあってFDMやFEMのように物体を囲む空間にないということから来ている。そのためパネル法はポテンシャル流中にある翼の空力特性、航空機全体におけるような複雑形状物体の空力特性の解析に应用されてきている。しかし、ターボ機械翼であろうと航空機翼であろうと、パネル法によるこれまでの翼空力特性の研究では、翼翼端付近を除いた翼面における空力特性やパネル法の正当性が扱われてきている。これに対し翼翼端付近の空力特性に対するパネル法の予測能力やその評価、パネル法の計算結果にどのような補

正を加えれば実験値のよい近似を与えるかといった考察はなされていない。すでに、パネル法は線形の高亜音速流および超音速流や粘性効果を見逃さない流れに対しても非常によい結果を与えてきているので^{*)}、ターボ機械翼翼端付近でも実験結果へより近い翼空力特性を得るためにパネル法で与えられる結果へ補正を施す方法がわかれば、パネル法はもっと役に立つはずである。このような状況は低アスペクト比の軸流ターボ機械翼や航空機翼の空力特性を予測しようとするとき重要になってくる。このような意味で本報告は高翼面負荷、低アスペクト比、小翼翼間距離をもつ最近の多段軸流圧縮機の中の流れや翼空力特性の解析に寄与するものである。パネル法はポテンシャル流解析であるから単に計算しただけでは翼翼端付近のように粘性効果が比較的に強く現れる領域に対してももちろん真に正しい結果を与えない。しかし上述の観点からこの領域におけるパネル法の近似の程度を明らかにする考察はなされるべきである。

文献1)は湧出しと二重湧出しで表した翼面に対して計算を容易にするため基本特異解として二重湧出しだけを用いることを提案している。しかし翼幅方向二次元性が著しく崩れる翼翼端付近の領域に関する考察はない。文献2)はパネル法で軸流動翼翼面における圧力分布、速度ベクトルを計算しているが、これらに及ぼす翼翼端の効果に関する考察はない。文献3)は航空機における主翼と尾翼との空力干渉を評価するために翼翼端付近の流線とその巻込みをパネル法で求めているが、翼翼端付近における翼空力特性との関連まで言及していない。

著者らは一連の考察で翼翼端すきまをもつ翼の翼翼端付近空力特性をパネル法により可能な限り正しく評価する方法について考察しようとしている。その一環として本報では自由流中において、比較的にアスペクト比が大きい長方形単独翼の空力特性をパネル法で計算し、

^{*1} 平成2年12月20日、第4回数値流体力学シンポジウムにて講演。平成3年5月2日原稿受理

^{*2} 名古屋大学大学院工学研究科研究生

^{*3} 名古屋大学工学部航空学科

とくに翼端付近空力特性に対してパネル法が与える結果と実験や揚力線理論の結果等とを比較検討した。パネル法による計算結果は定性的に翼端付近においても実験結果へ非常に近いものを与える。

2. 基礎式および境界条件

第1図に示すように xz 面へ垂直に固定された長方形翼を考察の対象とする。翼は速度 V_∞ の主流に対し迎え角 α で置かれているとする。三次元非圧縮、非回転、非粘性流の速度ベクトル $\vec{V}_\infty$ を速度ポテンシャル ϕ を用いて、

$$\vec{V} = \nabla \phi \quad (1)$$

で表すと、考えている流れ場の支配方程式は

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2)$$

となる。これに対する境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{翼面上で} \quad \partial \phi / \partial n = 0 \\ \text{翼から無限遠方で} \quad \nabla \phi = \vec{V}_\infty \end{array} \right\} \quad (3)$$

ここで、 n は翼面へ立てた外向き法線方向の座標、 $\vec{V}_\infty$ は一様主流の速度ベクトルを示す。式(2)で記述される三次元物体まわりの流れに対する解を求める問題は以下に示すように式(6)の積分方程式を解く問題に帰着される。 ϕ に対しグリーンの公式を用いると式(2)は次式となる。

$$4\pi\phi_P = 4\pi\phi_{P,\infty} + \iint_S \left[-\frac{\sigma}{r} - \mu \vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4)$$

ただし ϕ_P と $\phi_{P,\infty}$ はそれぞれ翼が存在するときとしないときに対する流れ場の任意点 P における速度ポテンシャル、 S は湧出しや二重湧出しが分布する翼面の面分、 σ, μ はそれぞれ湧出し、二重湧出しの強さ、 r は点 P と面素 dS の距離を示す。翼面上の点 P における翼面へ垂直な速度成分 $\vec{n}_P \cdot \nabla \phi_P$ は式(4)から得る次式で与えられる。

$$4\pi \vec{n}_P \cdot \nabla \phi_P = 4\pi \vec{n}_P \cdot \nabla \phi_{P,\infty} + \iint_S \vec{n}_P \cdot \nabla \left[-\frac{\sigma}{r} - \mu \vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (5)$$

第1図 翼の配置と座標軸

ただし、 $\vec{n}_P$ は翼面上の点 P に立てた外向き単位法線ベクトルである。翼面の境界条件(式(3))により式(5)の左辺が零となるから σ, μ を与える次式を得る。

$$0 = 4\pi \vec{V}_\infty \cdot \vec{n}_P + 2\pi\sigma + \iint_{S_0} -\sigma \vec{n}_P \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) dS + \iint_{S_1, S_w} -\mu \vec{n}_P \cdot \nabla \left(\vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS \quad (6)$$

ここで S_0 は翼表面を、 S_1, S_w はそれぞれ翼のそり面と翼の後流渦面を表す。 $\iint$ はコーシーの主値積分を示す。式(6)で得た σ, μ を代入した式(4)と式(4)に grad を作用させた式を用いて流れ場の任意点における ϕ と $\vec{V}$ が求まる。

3. 積分方程式の離散化

式(6)の離散化にさいし翼面を x, y 軸に平行な辺をもつ四角形の微小平面に分割し、その各面内で σ, μ を一定とした。境界条件(式(3))を適用する点(適用点と呼ぶ)を各微小平面の重心に置いた。翼表面における j 番目の微小平面における諸量に下添字 j 、また i 番目の適用点における量に下添字 i を付することにする。式(6)の積分を湧出しパネルの総数 N 個および二重湧出しストリップの総数 N_k 個について計算し、それらの和を求めると、 i 番目の適用点で次式を得る。

$$-\vec{n}_i \cdot \frac{\vec{V}_\infty}{V_\infty} = \frac{\sigma_i}{2V_\infty} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{\sigma_j}{4\pi V_\infty} \right) \iint_j -\vec{n}_i \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) dS + \sum_{k=1}^{N_k} \left(\frac{\mu_k}{4\pi V_\infty} \right) \iint_k \left(-\vec{n}_i \cdot \nabla \left(\vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right) \right) \phi dS \quad (7)$$

ただし式(6)において $\mu = \mu_k(y)\phi(x/c)$ と置いた。また、 $\phi(x/c)$ は二重湧出し分布に対するモード関数で翼弦に沿う座標 x だけの関数、 k は S_1 と S_w を翼弦方向に分割した、二重湧出しストリップの番号を示す。簡略化のため式(7)を

$$\sum_{j=1}^N \vec{n}_i \cdot \vec{C}_{ij} X_j + \sum_{k=1}^{N_k} \vec{n}_i \cdot \vec{C}_{ik} X_k = -\vec{n}_i \cdot \left(\frac{\vec{V}_\infty}{V_\infty} \right) \quad (8)$$

と書く。このとき $X_j = \sigma_j / (4\pi V_\infty)$ 、 $X_k = \mu_k / (4\pi V_\infty)$ であり、 $\vec{C}_{ij}, \vec{C}_{ik}$ は影響ベクトルで、

$$\vec{C}_{ij} \equiv \iint_j -\nabla \left(\frac{1}{r} \right) dS, \quad \vec{C}_{ik} \equiv \iint_k -\nabla \left(\vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right) \phi dS \quad (9)$$

である。 $\vec{C}_{ij}$ は翼面における j 番目の微小平面に一様に分布する単位強さの湧出しが i 番目の適用点に誘起

する速度を、 $\vec{C}_{ik}$ は k 番目のストリップ上の二重湧出しが i 番目の適用点に誘起する速度を表す。

式(9)における $\vec{C}_{ij}$ の積分には、一様分布湧出しをもつ一平面パネルによる P 点の誘起速度が次のように計算される方法を用いた⁴⁾。この方法はパネルに平行な誘起速度成分をパネルの四辺に分布する線湧出しによる速度ポテンシャルにより、またパネルに垂直な成分を、点 P からパネルに張った立体角を用いて解析的に与えるものである。パネルと適用点の距離が十分に大きい場合、翼面上の一つのパネルに含まれる湧出しを点状湧出しで近似した。また、式(9)における $\vec{C}_{ik}$ 計算では、二重湧出し分布面を渦格子で置換し、渦系の誘導速度をビオ・サバルの法則により求めた。この方法はそり面上の一つのパネルに一様に分布する二重湧出しがパネルを囲む四辺からなる渦輪と同じ効果をもつことを利用するものである。

4. 線形連立方程式 [式(8)] の解法

式(8)を書き直すと、次の $(N+N_k)$ 個の連立方程式、

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} X_j + \sum_{k=1}^{N_k} A_{ik} X_k = B_i \quad (10)$$

を得る。ここで、 $A_{ij} \equiv \vec{n}_i \cdot \vec{C}_{ij}$ 、 $A_{ik} \equiv \vec{n}_i \cdot \vec{C}_{ik}$ 、 $B_i \equiv -\vec{n}_i \cdot (\vec{V}_\infty / V_\infty)$ である。この式をマトリックスを用いて $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ と書くことにする。5章で述べるように翼後流渦面は α によらず同一平面にあると仮定すると、 α が変化した場合、 $\mathbf{B}$ は変化するが $\mathbf{A}$ は変化しない。それゆえ $\alpha = 0^\circ$ および 90° に対応する $\mathbf{B}$ をそれぞれ $\mathbf{B}_1$ および $\mathbf{B}_2$ とすれば、任意の α に対して $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 \cos \alpha + \mathbf{B}_2 \sin \alpha$ と書くことが出来る。したがって $\mathbf{AX} = \mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{AX} = \mathbf{B}_2$ を満足する解をそれぞれ $\mathbf{X}_1$ 、 $\mathbf{X}_2$ とすれば、任意の α に対する $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ の解は $\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 \cos \alpha + \mathbf{X}_2 \sin \alpha$ で与えられる。式(10)は名古屋大学計算機センターのサブルーチン「LU-分解法による連立一次方程式の解法」を用いて解かれた。

5. 計算モデル

計算と実験の比較のためアスペクト比 $A \equiv 2b/c = 8.43$ で $0.1c$ 最大厚 RAF 6 翼断面をもつ単独長方形翼を計算の対象とした。翼面に湧出しを、そり面に二重湧出しを分布させた。分割された各パネルは平面で、その面内で σ または μ は一様とした。翼弦に沿う μ 分布の関数表示にさいしモード関数 $\phi(x/c) = \sin(\pi x/(2c))$ を用いた。

数値計算を容易にするため翼後流渦面は α により変化しない平面と仮定する。この渦面は第2図のように二つの部分：(1) 翼後縁でそり面に対する接平面

をひき、後縁から1パネル分だけ下流へ延長した部分、および(2) その部分の下流にあって xy 面へ平行な平面の部分よりなるとした。

考察された空力特性は以下の式で求めた。

i) 翼まわりの循環 Γ , Γ' , $\tilde{\Gamma}$:

$$\tilde{\Gamma} = \oint \vec{V} \cdot d\vec{s} = \mu_k \quad (11-1)$$

$$\Gamma = (1/2)c C_l V_\infty \quad (11-2)$$

ここで $\oint$ は翼弦を含む翼断面まわりの積分、 $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ で、 v_x, v_y, v_z は x, y, z 方向速度成分である。 Γ' は式(11-2)の C_l を C_l' [後述のiii)参照] で置き換えて計算される。

ii) 圧力係数 C_p , C_p' :

$$C_p = 1 - (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) / V_\infty^2 \quad (12-1)$$

$$C_p' = 1 - (v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2) / V_\infty^2 \quad (12-2)$$

ここで V_∞ は翼のはるか上流の主流速度である(第1図)。

iii) 局所揚力係数 C_l , C_l' , $\tilde{C}_l$; 局所誘導抵抗係数 C_{di} , C_{di}' :

$$C_l = -\frac{1}{c} \oint C_p \vec{n} \cdot \vec{k}_1 ds \quad (13)$$

$$C_{di} = -\frac{1}{c} \oint C_p \vec{n} \cdot \vec{i}_1 ds \quad (14)$$

C_l' , C_{di}' は C_p の代わりに C_p' を用いて式(13), (14) で計算される。 $\vec{i}_1$ は $\vec{V}_\infty$ 方向の単位ベクトル、 $\vec{k}_1$ は $\vec{V}_\infty$ へ垂直方向の単位ベクトルである。また、第8図で用いる $\tilde{C}_l$ は $\tilde{\Gamma}$ [式(11-1)] を用いて $\tilde{C}_l = 2\tilde{\Gamma} / (c V_\infty)$ として計算される。

iv) 点 $(x, y, 0)$ における翼後流渦面による吹下し速度 w_d は次式で計算される。

$$w_d = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b}^b \frac{(d\tilde{\Gamma}/dy)_{y=y_1}}{y_1 - y} \cdot \left(1 - \frac{c-x}{\sqrt{(c-x)^2 + (y_1-y)^2}}\right) dy_1 \quad (15)$$

ここで $\tilde{\Gamma}$ は翼幅に沿う循環分布で式(11-1)で与えら

第2図 渦面とクッタ点の定義

れ、 b は半翼幅である。

v) 翼弦に沿う循環強さ γ : 二次元薄翼に対する関係式⁷⁾ $\Delta C_p = 2\gamma/V_\infty$ から得る次式で計算される。

$$\gamma/\gamma_0 = \Delta C_p / \Delta C_{p0} \quad (16)$$

ここで ΔC_p と γ はそれぞれ翼弦に沿う任意点における翼背・腹面間の圧力係数(式(12))の差および循環強さである。 ΔC_{p0} と γ_0 は翼弦中央の ΔC_p と γ を示す。 γ'/γ_0 は式(16)の右辺を $\Delta C_p'$, $\Delta C_{p0}'$ で置換して得られる。

6. 計算結果と考察

二次元翼まわりの流れが正しく計算されるコードであれば、有限翼幅翼の翼端付近に生ずる三次元流の効果も評価出来るはずである。そのためアスペクト比 $\Lambda \equiv 2b/c = 20$ で NACA-0010 翼断面をもつ翼の対称面における翼弦方向翼面圧力分布について本コードによる計算結果とテオドルセンの方法¹¹⁾によるものとを比較し、第3図に示す。ただし翼幅方向に6パネル、翼弦方向に36パネルを設けて計算した。本コードは良い結果を与えることがわかる。以下ではこのコードによる計算結果を用いて翼端を迂回する流れが翼端付近の翼空力特性に及ぼす効果とその予測精度を考察する。

本報では実験結果との比較を考慮して $0.1c$ 最大厚 RAF 6 翼断面、 $\Lambda = 8.43$ の単独翼に関して空力特性を計算した。そして翼端付近の空力特性に対する本報

第3図 NACA-0010 翼型に対する二次元翼面圧力分布計算結果の比較

の解析と揚力線理論結果や実験⁵⁾との相関について吟味した。なお、クッタ条件は翼後縁でそり面に接する接平面上にあって翼後縁の下流 $0.003c$ の点(第2図)で課された。パネル数は翼断面周囲で62, そり線に沿って翼弦方向に31とし、前後縁付近ではパネル数を多くした。また、翼幅方向には $(y/b)_k = (k-1)/N_k + (1/\pi)\sin[\pi(k-1)/N_k]$, ($k=1, 2 \dots N_k+1$, $N_k=24$)に従って24分割した。この分割数で本報の計算結果は翼端近傍まで充分収束していることを確認した。

第4図は翼幅に沿う種々な位置における翼弦方向翼面圧力分布 $C_p(\alpha=3^\circ)$ の計算例である。ただし、 C_p' は式(12-1)において v_b を除いた式(12-2)で計算された。 C_p と C_p' の差はポテンシャル流中における有限翼幅翼に対する翼幅方向流れの寄与、または翼端が生成する三次元効果を示すものである。

翼端の影響は、 $\alpha=3^\circ$ の場合、翼端から翼幅に沿って $0.2c$ 程度の範囲に限られる。この範囲は低アスペクト比翼では翼幅に対し相対的に増すべきものである。翼端に近づく程、翼後縁寄りの翼背面における $|C_p|$ が増す現象は定性的に風洞実験結果^{5,6)}(第5図も参照)と似ている。しかし翼腹面の、とくに前縁寄りにおける優勢な負圧の発生は実験結果⁵⁾と定性的に同じであるがその負圧ははるかに優勢である。また、風

第4図 翼弦方向圧力分布に及ぼす翼幅方向流れの影響 ($\alpha=3^\circ$, $s/c=\infty$, $\Lambda=8.43$)

洞実験^{5,6)}では翼端付近における翼後縁寄りの翼背・腹面にも優勢な負圧を生成するが、この負圧の中にも本ポテンシャル流解析に現れるような v_y に基づく負圧

の寄与も含まれているはずであるといえる。このことは低アスペクト比翼の場合では v_y が翼の空力特性に支配的役割をすることを示唆し、また、低アスペクト比翼翼面へ垂直に作用する力の計算結果⁹⁾がポテンシャル流解析といえども風洞実験結果へ非常に近いものであることに対する説明を与える。

第5図は翼端付近における翼弦方向翼面圧力分布の実験結果⁵⁾と本報の計算結果との比較例である。ただし、実験結果⁵⁾は翼端から距離 s にあって xz 面に平行な壁面がある場合であるから計算結果には鏡像の理を用いて壁面効果を考慮してある。 $s/c=\infty$ に対する計算結果も比較のため記入してある。

計算は翼端付近でも翼弦中点($x/c=0.5$)の上流側で期待されるより実験結果へ近い結果を与える。翼背面ではとくにそうである。しかし、翼腹面では翼端から翼幅方向へ $0.1c$ 程度離れば実験結果に対し定量的に良い近似を与える。この翼幅方向距離は α の増加につれやや増す。これに対し翼端付近における翼弦中点の下流側で計算結果は定性的に実験結果と同じであるが、翼端のごく近傍($y/c \approx 0.014$, ただし y_t は翼端から y 方向に測った距離)の翼背・腹面で実験結果より強い負圧を与える。計算で得るこの負圧は α の増加につれ優勢になるが、翼端から翼幅に沿ってわずかに離れただけで急激に弱くなり、 $y/c \approx 0.043$ (第5図では省略)ではすでに実験結果より弱くなっている。

第5図 翼弦方向翼面圧力分布の計算および実験結果 ($\alpha=3^\circ$, $s/c=0.143$, ∞ , $\Lambda=8.43$)

第6図 翼面等圧線に対する計算と実験との比較 ($\alpha=3^\circ$, $s/c=0.143$, $\Lambda=8.43$)

第7図 翼背腹面上の速度ベクトル ($\Lambda=8.43$, $s/c=\infty$)

翼端付近における翼後縁寄りで計算によって得る優勢な負圧は第4図または第7図が示すように v_y に起因する。したがって、パネル法は翼端のごく近傍 ($y_i/c \approx 0.014$) の翼背・腹面で過大の v_y を与え、実験結果はこの v_y が粘性効果により減速された結果を示すといえる。

翼端からやや離れた場所 ($y_i/c > 0.043$) に対する計算結果には翼背・腹面の後縁寄りで y_i の増加に伴う急激な圧力上昇がある。とくに翼背面の後縁寄りで計算は実験結果より弱い負圧を与える (たとえば $y_i/c = 0.071$)。計算と実験とのこの差は、実験的には翼端を迂回する流れが翼背面で剥離しこれによる負圧が付加されることに起因するものでパネル法では扱えない粘性効果によるものである⁵⁾。したがって、この圧力差はパネル法による計算結果へ補正されるべきものである。

第6図は翼端付近における翼背・腹面の等圧線の実験結果⁵⁾と本報の計算結果との比較の一例で、第5図の $s/c = 0.143$ に対する翼面圧力分布から得た。第5図における $s/c = 0.143$ と ∞ に対する翼弦方向圧力分布の計算結果は定性的に同じ圧力分布形状をもつこと、また、実験結果⁵⁾は s/c が大きい程、翼端付近における翼背・腹面間圧力差は減ることを示している。これらのことを考慮すれば、本報の計算法は $s/c = \infty$ の場合に対しても第6図が示すより、実験結果からの少ない偏りをもつ等圧線を与えることが出来ることを示唆している。なお、翼端付近の翼後縁寄りにおける計算結果の、実験結果からの偏りは α の減少とともに減る。第5図の翼背面圧力分布からわかるように計算と実験結果との相違が大きい領域はほぼ $y_i/c < 0.2$ の翼後縁寄りにある。

第7図は翼端付近で計算された、翼面および翼端面に沿う速度ベクトルを示す。翼背・腹面の翼端近傍で得られる優勢な負圧域(第4, 5図の $s/c = \infty$ 参照)で

速度ベクトルは主流方向に対して著しく傾斜している。その傾斜は翼背面では前縁で大きく速度ベクトルは外向きで、翼弦に沿って下流へ移るにつれて傾斜は減り、ベクトルは内向きになる。後縁へ近づくにつれ再び傾斜を増す。しかし、翼背面で $y_i/c = 0.15$ 程度 ($\alpha = 3^\circ, 6^\circ$ のとき)翼端から離れると後縁近くで最大ベクトル傾斜に達したのちさらに後縁へ近づくにつれその傾斜は減少する傾向にあることがわかる。翼背腹面における速度ベクトルの傾斜は流れの三次元性の強さを示すものである。翼面上におけるこのようなフローパターンは流跡の可視化によっても確かめることが出来、本報の計算法は翼端付近のフローパターンに対し定性的に正しい結果を与える。

翼端面で計算された速度ベクトルは翼前縁付近において翼背面側から翼端面へ流入した後、下流へゆくに従って翼弦方向への転向を経て、後縁寄りで再び翼背面側へ向かう。このフローパターンの性質は実験で得るものと同じである。

第8図は翼端付近における種々、定義された局所揚力係数に及ぼす翼幅方向流れの影響を示す。ただし、図の複雑化を避けるため揚力線理論で与える C_l の分布曲線を $y/b = 1$ 付近で省略してある。翼端付近で計算された C_l の翼幅方向変化は定性的に実験結果⁵⁾と同じで翼端付近に揚力増加がある。しかし、翼端のごく近傍にある最小 C_l 点に対する翼端からの翼幅方向距離の計算値は実験結果 ($s/c = 0.143$)⁵⁾ のほぼ2倍である。そして、計算で得た最小 C_l 値自体も文献⁵⁾から考えて実験結果より小さいと推定されるが実験結果がないので確認出来ない。翼端に揚力(または循環)が保持されているか否かという従来からの問題に対し、第8図は一つの解答を与えている。第8図が示すように翼幅方向速度分布 v_y を除いた C_p' を用いて計算した C_l' (点線)は翼端で ($C_l = 0$) となる。これに対し三速度成分を考慮する C_p を用いて得た C_l (実線)は翼

第8図 計算された局所揚力係数に及ぼす翼幅方向流れの影響 ($\Lambda = 8.43$, $s/c = \infty$, $0.1c$ 最大厚 RAF 6)

端で零にならない したがって揚力線理論で与える、翼端で $C_l=0$ という境界条件は厳密には翼端近傍における翼幅方向速度成分を無視した点だけ正しくないことが結論される。

風洞実験でも翼端で C_l の増加が測定されている^{5,6)} がその増加量はポテンシャル流でも生じる C_l 増加(第8図)と空気流(粘性流)に起因する翼端における流れの剥離に伴う渦流による C_l 増加から成り立つこともわかる。

第9図は種々、定義される局所誘導抵抗係数に及ぼす v_y の影響を示す。比較のため揚力線理論による計算結果も記入してある。第8図におけると同様 C_p の代りに C_p' を用いて計算した C_{di}' (点線)は揚力線理論結果のように翼端で零にならない。しかし、 v_y を考慮した C_p を用いて式(14)で計算した C_{di} (細実線)は実験結果^{5,6)} のように翼端で急増し、定性的に同じ結果を与える。このことから文献6)に見られるような翼端付近における誘導抵抗の急増にも v_y が大きな寄与をすることが結論できる。

翼端付近($\alpha=3^\circ, 6^\circ$ の場合, $y/b < 0.98$)で本報の計

第9図 局所誘導抵抗係数に及ぼす翼端付近の翼幅方向流れの影響 ($\Lambda=8.43$, $s/c=\infty$, $0.1c$ 最大厚 RAF 6)

第10図 種々な翼弦方向位置における翼幅に沿う局所誘導速度 ($\Lambda=8.43$, $\alpha=3^\circ$, $0.1c$ 最大厚 RAF 6)

算結果と揚力線理論結果に大きな差がある。これはつぎのように説明できる。揚力線理論では揚力線上の誘導速度だけから C_{di} を計算している。これに対し本報では翼弦にわたる局所誘導抵抗の平均値を求めているので揚力線理論による C_{di} より小さい値を翼端付近で与えている。このことは第10図の w_d/V_∞ における点線で示した TE 線と M (または LE) 線の大小関係からも知ることが出来る。

第10図は種々な翼弦方向位置における翼幅に沿う局所誘導速度分布の計算結果を示し、比較のため揚力

第11(a)図 翼弦に沿う循環強さ γ に及ぼす v_y の影響 ($\Lambda=8.43$, $\alpha=6^\circ$, $0.1c$ 最大厚 RAF 6)

第11(b)図 翼弦に沿う循環強さ γ の特性 ($\Lambda=8.43$, $\alpha=3^\circ$, $s/c=\infty$, $0.1c$ 最大厚 RAF 6)

第12(a)図 翼端近傍の翼面上における翼幅方向速度 ($\Lambda=8.43$, $\alpha=3^\circ$, $s/c=\infty$, 0.1c 最大厚 RAF 6)

第12(b)図 翼弦に沿う翼幅方向速度分布の α に対する依存性 ($y/b=0.99$, $\Lambda=8.43$, 0.1c 最大厚 RAF 6)

線理論結果も記入してある。 z 方向誘導速度(吹下し)に寄与する渦面として(1)[翼後流の流出渦]を採用するか、(2)[翼後流の流出渦]+[主流方向の軸をもつそり面の束縛渦]を採用するかで、図中の w_d または w_d^+ となり、翼端付近で著しく異なる。本報の計算と揚力線理論によるそれから翼後縁で得られる w_d は翼端付近 ($0.75 < y/b < 1$) を除いて一致する。翼端付近では揚力線理論は本計算より大きい w_d を与えていることがわかる。このことは、翼の数学モデルとしての揚力線から揚力面へ近似の程度を高めることにより翼端近傍における流出循環量が $d[\Gamma]_{\text{lifting-line}}/dy > d\bar{\Gamma}/dy$ であることに起因している。このことは $[\Gamma]_{\text{lifting-line}}$, $\bar{\Gamma}$ の分布から確かめることが出来る(第8図の $\bar{C}_l$, C_l 参照)。

第11(a)図は薄翼翼弦に沿う循環強さ γ と C_p または C_p' による翼背腹面圧力差 ΔC_p , または $\Delta C_p'$ の関係式(16)から得る γ 分布の比較を示す。 γ は翼幅方向束縛渦の密度であるから v_x, v_z だけが γ へ寄与している。第4図で示したように翼端では v_y の影響が強いので ΔC_p から計算した γ (実線)は翼端近傍の後縁寄りで急増する。一方、 $\Delta C_p'$ から求めた γ' (点線)は翼端から翼対称面までほとんど同じでほぼ二次元翼の γ 分布に近いという特徴がある。この特徴から長方形翼の γ 分布は基本となる二次元翼に対する γ 分布からの、 v_y に基づく偏りとして考えることが出来る。

第11(b)図は本報の計算で得た γ/γ_0 (第11(a)図)と、(i) 本報で用いたモード関数 $\phi(x/c)$ から導かれる $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}} \equiv \cos(\pi x/2c)/\cos(\pi/4)$, (ii) その小さい二次元薄翼(添字 2-D thin wing で示す)の $\gamma(x/c)$ に関する級数表示¹⁰⁾の第1項に相当する $(\gamma/\gamma_0)_{2\text{-D thin wing}} \equiv \sqrt{(1-(x/c))/(x/c)}$ との比較を示す。翼端付近および翼前縁付近を除いて本報の計算結果は $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}}$ と $(\gamma/\gamma_0)_{2\text{-D thin wing}}$ の良い近似となっている。このことは翼端付近および翼前縁付近では $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}}$ と本報の計

第13図 翼端付近で v_y の効果が C_{dl} および C_l に占める割合 ($\Lambda=8.43$, 0.1c 最大厚 RAF 6)

算で得られた (γ/γ_0) が出来るだけ近い分布となるよう $\phi(x/c)$ の関数形を工夫する必要性を示唆している¹¹⁾。しかし、 $\phi(x/c)$ から導かれる $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}}$ は翼幅方向の渦度であるから v_y が強い翼端近傍では γ/γ_0 の代りに γ'/γ_0' 分布に近い $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}}$ の採用が解の精度向上に対し望ましい。第11(a)図で示されるように γ'/γ_0' 曲線(点線)は翼幅距離によってほぼ変わらず、翼端から離れた位置では γ/γ_0 と γ'/γ_0' が一致している。この第11(a)図の結果を考慮すれば、第11(b)図は本報で採用した $(\gamma/\gamma_0)_{\text{mode}}$ が翼端近傍においても γ'/γ_0' に近い分布になっていることを示している。揚力線理論はパネル法計算結果に近い循環、揚力および吹下しの分布を翼端付近で与えるが、翼弦に沿う v_y の効果、 v_y の分布パターンを知ることは出来ない。したがって第12(a), (b)図は揚力線理論で得られるような循環分布を生成する、翼面に沿う流れ場の性質を明らかにするものである。ただし、図中の v_{yu}, v_{yt} はそれぞれ翼の背面、腹面における翼幅方向速度成分 v_y を示す。第12(a)図は翼端近傍の翼背・腹面における v_y 分布の計算例である。 v_{yu} と v_{yt} の平均値 $(v_{yu} + v_{yt})/2$

は第12(b)図のように迎え角 α に依存しない性質が予見される。このことは α の変化につれて $|v_{yu}| > |v_{yl}|$ を保ちつつ $|v_{yu}|, |v_{yl}|$ は同じ割合で変化することを意味する。また、 $(v_{yu} + v_{yl})/2$ が零となる位置は y/b によらず、ほぼ $x/c \approx 0.4$ にあるという性質がある。

第13図は翼端付近で v_{yu} と v_{yl} の効果が C_{di} および C_l の中に占める割合の計算結果を示す。翼端の近傍における C_{di} の生成には v_y の寄与が卓越しているが、 C_l への v_y の寄与は C_{di} へのそれに比して少ない。

7. 結 論

(1) パネル法で得る翼端付近翼面圧力分布は定性的に実験結果と同じ形状をもつ。翼端付近の翼後縁寄りで計算される優勢な負圧は翼幅方向流れによる三次元効果の結果である。この非粘性効果は実験結果にも含まれるはずである。

(2) 計算結果も翼端のごく近傍で実験結果に類似した C_l 増加を示す。同様に C_{di} の計算結果も翼端のごく近傍で急増を示す。これらは v_y の寄与に起因する。

(3) v_y の性質には α 、または x に対し規則性 [第12(a), (b)図] が予見される。これは揚力線理論で与えられる翼後流渦面を生成する翼面速度場の構造を説明する。

(4) v_y を除いて得る圧力係数 C_p' から計算した循環強さ γ'/γ_0' の翼弦方向分布は翼幅方向位置により変化しない特性があり、翼端の影響は v_y に起因する、 γ'/γ_0' からの偏りで表せる。

(5) 翼端付近における翼弦方向圧力分布の計算結果は翼弦中点の上流側では翼端のごく近傍における翼

腹面を除いて定量的に実験結果に非常に近い

参 考 文 献

- 1) 海老原正夫：三次元非圧縮ポテンシャル流れ計算法の一形式，日本航空宇宙学会誌，25 (1977)，pp. 141-151.
- 2) 三宅 裕，坂東 潔，宮脇俊裕，村田 暲：パネル法を用いた軸流動翼の三次元流れ解析，日本機械学会論文集(B)，50 (1984)，pp. 2143-2153.
- 3) Kraus, W. : Panel Methods in Aerodynamics, Numerical Methods in Fluid Dynamics, ed. H. J. Wirz and J. J. Smolderen, Hemisphere Pub., Washington, D. C., 1978, pp. 262-267.
- 4) Hunt, B. : The Mathematical Basis and Numerical Principles of the Boundary Integral Method for Incompressible Potential Flow over 3-D Aerodynamic Configurations, Numerical Method in Applied Fluid Dynamics, ed. B. Hunt, Academic Press, London, 1980, pp. 120-130.
- 5) 大塚新太郎，杉山善幸，室井寿夫，平松嘉昭：翼端すきまのある翼の性能について(第1報)，日本機械学会論文集，32 (1966)，pp. 1691-1698.
- 6) ブラントル，ティーチェンス，松川他訳：航空流体力学(下巻)，コロナ社，東京，1940，p. 143.
- 7) 杉山善幸：翼端すきまのある翼の性能について(第3報)，日本機械学会論文集，37 (1971)，p. 297.
- 8) Hunt, B. : The Panel Method for Subsonic Aerodynamic Flows—A Survey of Mathematical Formulations and Numerical Models and an Outline of the New British Aerospace Scheme, Computational Fluid Dynamics, ed. W. Kollmann, Hemisphere Pub., Washington, D. C., 1980, pp. 99-147.
- 9) Bollay, W. : A Non-linear Wing Theory and Its Application to Rectangular Wings of Small Aspect Ratio, Z. angew. Math. Mech., 19 (1939)，pp. 21-35.
- 10) Birnbaum, W. : Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung des ebenen Problems der Tragflügeltheorie, Z. angew. Math. Mech., 3 (1923)，s. 290-297.
- 11) Pope, A. : Basic Wing and Airfoil Theory, McGraw-Hill, New York, 1951, pp. 155-171.